



Universität Karlsruhe (TH)
Lichttechnisches Institut



Script zur Vorlesung

Grundlagen der Lichttechnik

von

Prof. Dr. Ing. habil. Siegfried Kokoschka

Karlsruhe

Juli 2003

LICHTTECHNISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT KARLSRUHE

Kaiserstr. 12, 76128 Karlsruhe
(0721) 608-2537, Telefax (0721) 358144
Siegfried.Kokoschka@lti.uni-karlsruhe.de
Prof. Dr. S. Kokoschka

VORLESUNG

Grundlagen der Lichttechnik

Einleitung zur Vorlesung

- 1. Die Methoden der Lichtbeschreibung**
 - 1.1 Wellenoptik
 - 1.2 Quantenoptik
 - 1.3 Geometrische Optik
 - 1.4 Lichttechnische Optik

- 2. Physikalische Strahlungsbewertung**
 - 2.1 Strahlungsleistung
 - 2.2 Raumwinkel
 - 2.3 Weitere physikalische Strahlungsgrößen
 - 2.3.1 Strahldichte
 - 2.3.2 Strahlstärke
 - 2.3.3 Bestrahlungsstärke
 - 2.4 Strahlungsübertragung
 - 2.4.1 Grundgesetz der Strahlungsübertragung
 - 2.4.2 Geometrischer Fluss
 - 2.4.3 Übertragungsfaktoren
 - 2.4.4 Strahlungsübertragung bei optischer Abbildung
 - 2.5 Zur Messung der physikalischen Strahlungsgrößen
 - 2.6 Energiedichte

- 3. Photobiologische Strahlungsbewertung**
 - 3.1 Spektrale Wirkungsfunktionen
 - 3.2 Photobiologisch wirksame Strahlungsgrößen

4. Das lichttechnische Maßsystem

- 4.1 Das Bewertungsprinzip
- 4.2 Spektrale Hellempfindlichkeits-Funktionen
- 4.3 Definition der lichttechnischen Strahlungsgrößen
 - 4.3.1 Lichtstrom
 - 4.3.2 Leuchtdichte
 - 4.3.3 Beleuchtungsstärke
 - 4.3.4 Lichtstärke
- 4.4 Lichteinheit
- 4.5 Raumwinkelprojektionsgesetz und Photometrisches Entfernungsgesetz
- 4.6 Gestreute und gerichtete Reflexion
 - 4.6.1 Lambertstrahler
 - 4.6.2 Gerichtete Reflexion und Brechung
 - 4.6.3 Leuchtdichtekonstanz bei optischen Abbildungen
 - 4.6.4 Retroreflexion
 - 4.6.5 Gemischte Reflexion und Transmission
- 4.7 Methodik der Farbmeterik

5. Messung psychophysikalischer Größen

- 5.1 Aufgaben der Psychophysik
- 5.2 Methodik der Psychophysik
- 5.3 Die psychophysikalischen Größen
- 5.4 Messung von Schwellenreizen
- 5.5 Messung von Empfindungsstärken
- 5.6 Maßzahlen der sensorischen Leistung
- 5.7 Versuchsplanung
- 5.8 Statistische Versuchsauswertung

6. Aufbau und Funktion des visuellen Systems

- 6.1 Optik des Auges
 - 6.1.1 Optische Komponenten
 - 6.1.2 Augenoptik des Rechtsichtigen
 - 6.1.3 Sehbereich, Brillenkorrektur
 - 6.1.4 Abbildungsfehler
- 6.2 Visuelle Grundmechanismen
 - 6.2.1 Die Netzhautschichten
 - 6.2.2 Zapfen- und Stäbchenrezeptoren
- 6.3 Sehmechanismen

- 7. Visuelle Leistungsfähigkeit**
 - 7.1 Definition von Leuchtdichtekontrasten
 - 7.2 Definition von Schwellenkontrasten
 - 7.3 Schwellenkontraste zur Detektion einfacher Sehobjekte
 - 7.4 Sehschärfe als Maß der Identifikationsleistung
 - 7.5 Ortsabhängigkeit der Schwellenreize
 - 7.6 Spektrale Abhängigkeit
 - 7.7 Einfluss der Darbietungszeit
 - 7.8 Transiente Schwellenkontraste
 - 7.9 Visuelle Grundfunktionen periodischer Testzeichen
 - 7.10 Vergleich aperiodischer und periodischer Testzeichen
 - 7.11 Flimmerverschmelzungsfrequenz

- 8. Helligkeit und Adaptation**
 - 8.1 Allgemeine Helligkeitsaspekte
 - 8.2 Helligkeitsmodelle
 - 8.3 Adaptationsmechanismen

- 9. Lichttechnische Feldgrößen**
 - 9.1 Lichttechnisches Skalarfeld
 - 9.2 Der Beleuchtungsvektor
 - 9.3 Beleuchtungsstärkeberechnung durch Konturenintegration
 - 9.4 Lichtstrom und Beleuchtungsstärkevektor
 - 9.5 Das Lichtfeld
 - 9.6 Anwendung der Feldtheorie in der Lichttechnik

- 10. Berechnung der Beleuchtung**
 - 10.1 Raumwinkel, Raumwinkelprojektionen und Übertragungsfaktoren
 - 10.2 Berechnung in der Innenbeleuchtung
 - 10.2.1 Ein theoretischer Spezialfall
 - 10.2.2 Charakterisierung der Beleuchtungsquellen
 - 10.2.3 Berechnungsverfahren
 - 10.3 Berechnung der Außenbeleuchtung

- 11. Anforderungen an die Beleuchtung**
 - 11.1 Anforderungen und Güteermale der Innenbeleuchtung
 - 11.2 Anforderungen und Güteermale der Außenbeleuchtung
 - 11.3 Anforderungen an optische Anzeigen

Anhang

Tafel I

Tabelle des spektralen Hellempfindlichkeitsgrades für das Tagessehen $V(\lambda)$ und für das Nachtsehen $V'(\lambda)$

Tafel II

Zusammenfassung der Definition lichttechnischer Größen

Tafel III

Definition und Umrechnungsfaktoren lichttechnischer Größen (aus DIN 5031)

LITERATUR

- Reeb, O., Grundlagen der Photometrie, 1961
- Helbig, E., Grundlagen der Lichttechnik, 1972
- Handbuch für Beleuchtung, ecomed-Verlag, 1992
- Hentschel, H.J., Licht und Beleuchtung, 2002
- Guilford, J.P., Psychometric Methods, 1954
- DIN 5031 Strahlungsphysik im optischen Bereich und Lichttechnik
 - Teil 1: Größen, Formelzeichen und Einheiten der Strahlungsphysik (1982)
 - Teil 2: Strahlungsbewertung durch Empfänger (1982)
 - Teil 3: Größen, Formelzeichen und Einheiten der Lichttechnik (1982)
 - Teil 4: Wirkungsgrade (1982)
 - Teil 5: Temperaturbegriffe (1982)
 - Teil 6: Pupillen-Lichtstärke als Maß für die Netzhautbeleuchtung 1982)
 - Teil 7: Benennung der Wellenlängenbereiche (1984)
 - Teil 8: Strahlungsphysikalische Begriffe und Konstanten (1982)
 - Teil 9: Lumineszenz-Begriffe (1982)
 - Teil 10: Größen, Formel- und Kurzzeichen für photobiologisch wirksame Strahlung (1979)
- DIN 5035 Innenraumbelichtung
- DIN 5044 Außenbeleuchtung

Übungen:

Aufgaben Nr.1-6

Einleitung zur Vorlesung "Grundlagen der Lichttechnik"

Licht im engeren Sinn ist elektromagnetische Strahlung im Wellenlängenbereich zwischen etwa 380 und 750 nm. Spektral zerlegte Strahlung erscheint farbig, bläulich im Kurzwelligen um z.B. 450 nm, grünlich um z.B. 550 nm und gelblich/rötlich um 600 nm.

Man schätzt, dass etwa 90 % aller aus unserer Umwelt aufgenommenen Informationen über das Auge zum Gehirn übertragen werden.

In der Technik spielt Licht in zahlreichen Bereichen eine besondere Rolle:

Lichterzeugung

Die Entwicklung von spezifischen Lichtquellen für Beleuchtungsaufgaben, optische Anzeigensysteme, Regelungs- und Steuerungsaufgaben, Materialbearbeitung u.a.m. erfordert Grundkenntnisse über das visuelle System sowie die Beherrschung des lichttechnischen Maßsystems.

Licht zum Beleuchten:

Licht wird heute in großem Umfang zum Beleuchten unserer Umgebung eingesetzt. Der moderne Mensch ersetzt in den Nachtstunden das natürliche Tageslicht durch eine künstliche Beleuchtung. Physiologische, gestalterische und wirtschaftliche Gesichtspunkte sind die maßgeblichen Rahmenbedingungen. Beispiele sind die Beleuchtung von:

- Büroräumen;
- Produktionsstätten;
- Verkehrsräumen;
- Sportstätten;

aber auch repräsentativen Anlagen wie Museen, Theatern, Kongreßzentren und natürlich auch Wohnräumen.

Die Leuchtenindustrie ist ein nicht unerheblicher Teil der Elektroindustrie. Etwa 3-4 % des Umsatzes der Elektroindustrie entfallen auf diesen Bereich. Die Bedeutung der Beleuchtungstechnik geht auch daraus hervor, dass etwa 10 % der elektrischen Energie auf die elektrische Beleuchtung entfallen.

Die Entwicklung moderner Beleuchtungssysteme sowie die Planung und Realisierung von Beleuchtungsanlagen sind daher eine anspruchsvolle Ingenieuraufgabe.

Licht zum Informieren

Die Oberfläche von optischen Informationssystemen in Gebäuden, auf Straßen, Schienen-, Wasser- und Luftwegen müssen in ihrer Gestaltung sowie in ihren Helligkeits- und Farbkontrasten an die Eigenschaften des visuellen Systems angepasst werden. Nahezu jeder Arbeitsplatz ist heute mit Bildschirmen ausgerüstet. Probleme bestehen hier durch Reflexe des Raumlichtes, die eine Abstimmung von Beleuchtung und Bildschirmoberfläche erforderlich machen.

Licht und Farbe als Produktmerkmal

Zahlreiche technischen Produkte werden über das farbige Aussehen identifiziert. Daraus folgt die Notwendigkeit, Licht und Farbe eindeutig zu messen und nach subjektiven Kriterien zu bewerten.

Die ingenieurmäßige Beherrschung dieser Aufgaben erfordert ein gewisses Verständnis der Physiologie des Sehens sowie Kenntnisse über die Zusammenhänge zwischen Licht und Sehen.

Thema dieser Vorlesung ist vor allem einmal die technische Beschreibung der Lichtstrahlung und zweitens die Beschreibung und Analyse der visuellen Leistungsfähigkeit. Ferner enthält diese Vorlesung einen kurzen Abriss lichttechnischer Probleme aus der Praxis.

1. Die Methoden der Lichtbeschreibung

Je nach Anwendungsbereich werden die technischen Phänomene der Lichtstrahlung durch unterschiedliche Modelle beschrieben. Man unterscheidet Modelle der

- Wellenoptik;
- Quantenoptik;
- Geometrischen Optik;
- Strahlungsoptik bzw. Lichttechnischen Optik.

In allen Modellen wird Licht durch zwei Merkmale charakterisiert:

- 1) Wellenlänge oder Frequenz.
- 2) Intensität bei der jeweiligen Wellenlänge oder Frequenz.

Unabhängig von den unterschiedlichen Betrachtungsweisen wird Licht üblicherweise als sichtbare Strahlung (VIS) im Wellenlängenbereich zwischen 380 und 780 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) bzw. im Frequenzbereich zwischen $3,9$ und $7,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Der Begriff "Licht" wird auch für die den sichtbaren Bereich angrenzenden Wellenlängenbereiche der Ultraviolett-Strahlung (UV) und der Infrarot-Strahlung verwendet. Alle 3 Bereiche gemeinsam werden als optische Strahlung bezeichnet. Die Grenzen der einzelnen Bereiche sind fließend.

Nach DIN 5031, Teil 7, gelten folgende Zuordnungen:

| Benennung der Strahlung | | Spektralbereiche ³⁾ | | | | |
|---|--------------|--------------------------------|--|--------------------------------------|---|--|
| | | Kurzzeichen | Wellenlänge $\frac{\lambda}{\text{nm}}$ | Frequenz $\frac{\nu}{\text{THz}}$ | Wellenzahl $\frac{\sigma}{\text{mm}^{-1}}$ | Photonenenergie $\frac{Q_e}{\text{eV}}$ |
| Ultra- violett- strahlung ¹⁾ | Vakuum-UV | UV | 100 bis 200 | 3000 bis 1500 | 10 000 bis 5000 | 12,4 bis 6,2 |
| | Fernes UV | | 200 bis 280 | 1500 bis 1070 | 5000 bis 3600 | 6,2 bis 4,4 |
| | Mittleres UV | | 280 bis 315 | 1070 bis 950 | 3600 bis 3200 | 4,4 bis 3,9 |
| | Nahes UV | | 315 bis 380 | 950 bis 790 | 3200 bis 2600 | 3,9 bis 3,3 |
| Sichtbare Strahlung, Licht ²⁾ | | VIS | 380 bis 780 | 790 bis 385 | 2 600 bis 1300 | 3,3 bis 1,6 |
| Infrarot- strahlung ²⁾ | Nahes IR | IR | 780 bis $140 \cdot 10^1$ | 385 bis 215 | 1 300 bis 700 | 1,6 bis 0,9 |
| | Mittleres IR | | $140 \cdot 10^1$ bis $300 \cdot 10^1$ | 215 bis 100 | 700 bis 330 | 0,9 bis 0,4 |
| | Fernes IR | | $300 \cdot 10^1$ bis $500 \cdot 10^2$ | 100 bis 6 | 330 bis 20 | 0,4 bis 0,025 |
| | | | $500 \cdot 10^2$ bis 10^6 | 6 bis 0,3 | 20 bis 1 | 0,025 bis 0,001 |

Tabelle 1.1:

Kennwerte der optischen Spektralbereiche (DIN 5031, Teil 7)

Im Vergleich zum gesamten Spektrum der elektromagnetischen Strahlung umfasst die sichtbare Strahlung einen relativ schmalen Wellenlängenbereich, wie aus Bild 1.1 hervorgeht. Die Wirkung der Lichtstrahlung wird durch die spektrale Empfindlichkeit des Lichtempfängers bestimmt. Jeder Spektralbereich wirkt in spezifischer Weise auf den Menschen, die durch Schwellengrenzwerte oder spektrale Empfindlichkeiten quantitativ beschrieben wird. Die Wirkung der Röntgenstrahlung z.B. wird in Dosiswerten (Leistung mal Zeit) angegeben, die zur Vermeidung von gesundheitlichen Schäden nicht überschritten werden sollten. Auch die verschiedenen Wirkungen der UV-Strahlung (z.B. die Bräunung) werden durch Dosiswerte charakterisiert. Dagegen wird die Wirkung der sichtbaren Strahlung z.B. für die Hellempfindung, in Form einer spektralen Hellempfindlichkeitsfunktion beschrieben.

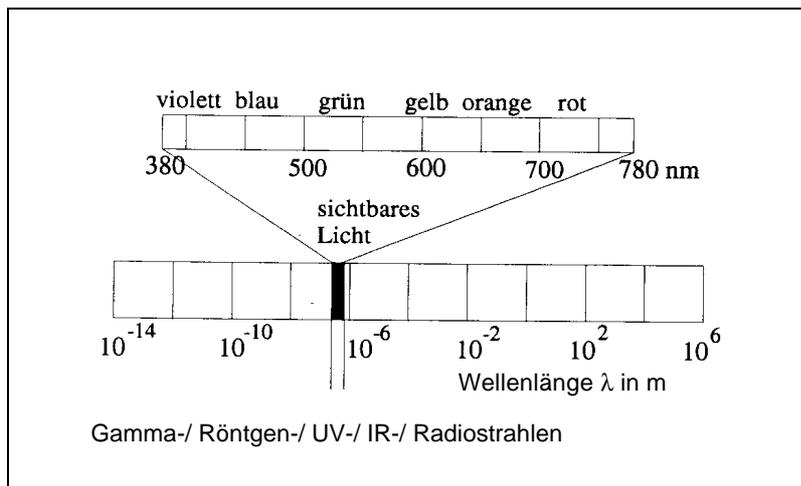


Bild 1.1:

Das elektromagnetische Spektrum. Die obere Skala zeigt den sichtbaren Bereich. Den Wellenlängen werden Bunttöne zwischen Violett und Rot zugeordnet.

Die untere Skala zeigt den Wellenlängenbereich der gesamten elektromagnetischen Strahlung.

Im folgenden werden einige Aspekte der o.g. Lichtmodelle skizziert.

1.1 Wellenoptik

Mit wellenoptischen Methoden werden die Phänomene Lichtausbreitung, Reflexion, Brechung, Interferenz, Beugung und Polarisation der Strahlung erklärt.

Lichtgeschwindigkeit

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer monochromatischen Lichtwelle ist:

$$c = \lambda \cdot f \quad (1.1)$$

Es bedeuten:

c: die Lichtgeschwindigkeit im jeweiligen Medium. Für Vakuum gilt als Naturkonstante $c_0 = 2,9979 \cdot 10^8$ m/s.

λ : die Wellenlänge im jeweiligen Medium. Es gilt $\lambda = \lambda_0/n$, wenn λ_0 die Wellenlänge im Vakuum und n der Brechungsindex im betrachteten Medium bedeuten.

f: die Frequenz der Lichtstrahlung.

Wichtig ist:

- Die optischen Eigenschaften des Mediums, in dem sich die Lichtstrahlung fortpflanzt, werden durch den Brechungsindex n beschrieben. Beispiele dafür sind:

| | |
|--------------|------------------------|
| Luft: | $n = 1,0003$ |
| Wasser: | $n = 1,333$ |
| Kunststoffe: | $n = 1,50$ |
| Gläser: | $n = 1,563 \dots 1,65$ |
| Diamant: | $n = 2,42$ |

- Die Lichtfrequenz ist unabhängig von der Dichte des Mediums. Die Wellenlänge nimmt mit dem Brechungsindex ab.

Obwohl die Lichtfrequenz somit eine universellere Eigenschaft der Lichtstrahlung ist, wird in der Technik das Spektrum der Lichtstrahlung meist in Abhängigkeit von der Wellenlänge und nicht von der Frequenz dargestellt.

Brechung und Reflexion

Bei Lichteinfall auf eine Metallfläche wird Licht im Spiegelwinkel reflektiert. Tritt ein ebenes Lichtbündel auf eine ebene, optisch klare und nichtleitende Fläche, z.B. Glas, dann treten folgende Effekte auf (siehe Bild 1.2):

1. Reflexion der Strahlung

Ein Teil der Lichtstrahlung wird im Spiegelwinkel reflektiert und polarisiert (siehe Gl. (1.2)). Die vom Einfallswinkel abhängigen Reflexionsgrade werden durch die Fresnel'schen Gleichungen beschrieben.

2. Brechung der Strahlung

Der andere Teil tritt vom Medium 1 ins Medium 2 ein (z.B. Luft-Glas-Übergang) und wird dabei von der geradlinigen Fortpflanzung abgelenkt bzw. das Licht wird gebrochen. Der Brechungswinkel ε_2 hängt nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz vom Einfallswinkel ε_1 und von den Brechzahlen n_1 und n_2 ab (siehe Gl. (1.3)).

3. Totalreflexion

Beim Übergang der Lichtstrahlung vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium (d.h. $n_1 > n_2$) kann die gebrochene Strahlung ab $\varepsilon_1 > \arcsin(n_2/n_1)$ das Medium 1 nicht mehr verlassen. Es tritt Totalreflexion auf. Dieser Effekt wird zum Lichttransport in Lichtleitern und Lichtrohren ausgenutzt (siehe Beispiel 1.1).

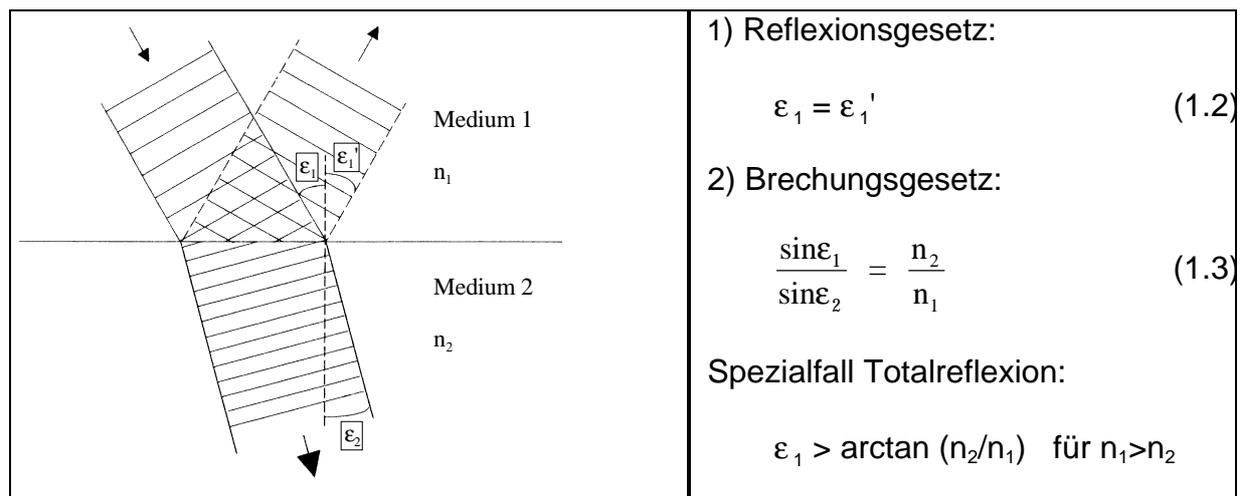
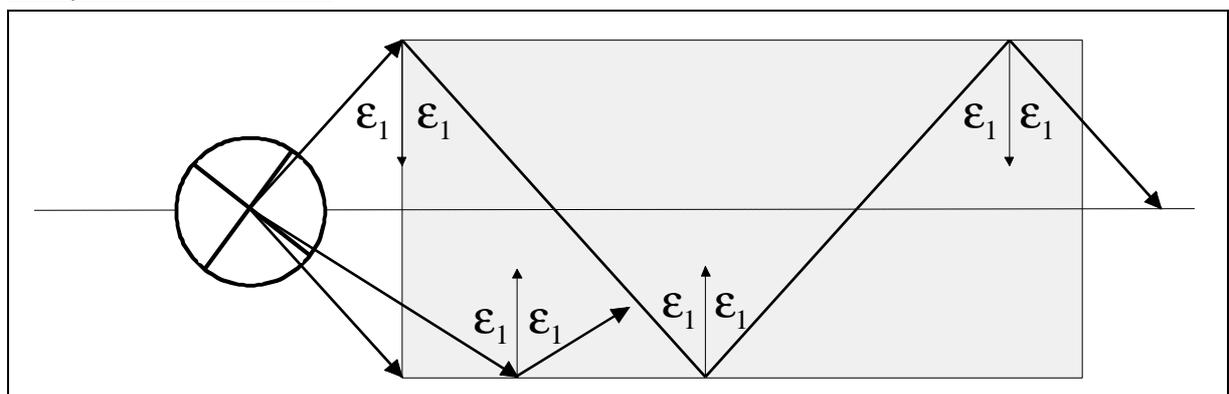


Bild 1.2:

Brechung und Beugung an einer optisch klaren Grenzfläche. Bauelemente zur Lichtlenkung wie Linsen, Spiegel, Prismen, Reflektoren usw. beruhen auf den Reflexions- und Brechungsgesetzen.

Beispiel 1.1: Lichtleiter



Bei Lichtleitern wird die Lichtquelle in dem Abstand vor dem Lichtleitereingang aufgestellt, bei dem nur Lichtstrahlen in den Lichtleiter einfallen, die an der Lichtleiterinnenwand total reflektiert werden. Besteht der Lichtleiter aus Glas mit dem Brechungsindex $n_1=1,5$, dann tritt Totalreflexion für alle Einfallswinkel größer als $41,8^\circ$ auf ($\epsilon_1 > \arcsin(1/1,5) > 41,8^\circ$).

Beugung des Lichtes

Die streng geradlinige Ausbreitung des Lichtes gilt nur im vollkommen freien Raum. Trifft Licht auf ein Hindernis, z.B. eine Kante, einen Spalt oder eine Blende, so wird es wegen seines Wellencharakters von der geradlinigen Ausbreitung abgelenkt bzw. das Licht wird gebeugt. Erfolgt die Beugung z.B. an einer kreisförmigen Lochblende und beobachtet man das Beugungsbild an einem Schirm, so sieht man in der Mitte einen hellen Kreis, der von abwechselnd dunklen und hellen Ringen umgeben ist. Der Durchmesser des hellen inneren Kreises wird als "Beugungsscheibe" bezeichnet.

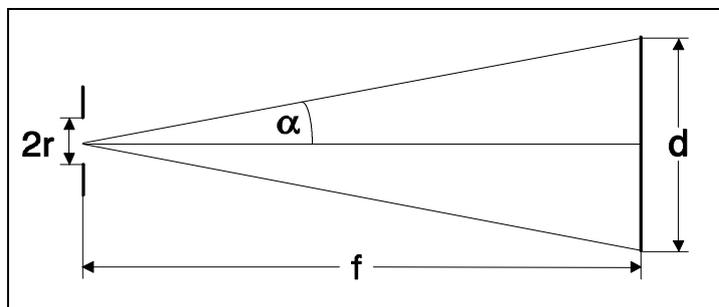


Bild 1.3:
Schematische Darstellung der Beugung des Lichtes an der Pupille des menschlichen Auges. $2r$ ist der Pupillendurchmesser, d ist der Durchmesser des Beugungsscheibchens auf der Netzhaut.
(In Wirklichkeit ist natürlich d sehr viel kleiner als r)

Für den Durchmesser des Beugungsscheibchens auf der Netzhaut des menschlichen Auges gilt:

$$d = 1,22 \cdot \frac{f \cdot \lambda}{r} \quad (1.4)$$

wobei bedeuten:

- d : der Durchmesser des Beugungsscheibchens.
- f : der Abstand Pupillenöffnung - Augennetzhaut (etwa 18 mm).
- λ : die Wellenlänge des gebeugten Lichtes im Auge ($\lambda = \lambda_0/n$, $n \approx 4/3$).
- r : der Radius der Pupillenöffnung.

Aus Gl. (1.4) geht hervor, dass die Störung durch Beugung (Störung = Abweichung vom geometrischen Punkt看) umso größer ist, je kleiner die Pupillenöffnung ist und umso langwelliger das Licht ist. Zum Beispiel ergibt eine Pupillenöffnung von 4 mm bei einer Wellenlänge von 555 nm (in Luft) auf der Netzhaut einen Durchmesser des Beugungsscheibchens von 2 μm . Der Durchmesser des Beugungsscheibchens liegt etwa in der gleichen Größenordnung wie der Durchmesser der Rezeptoren in der Netzhaut. Beugung begrenzt somit das Auflösungsvermögen optischer Systeme, so auch des Auges.

Interferenz des Lichtes

Besitzen zwei kohärente Wellenzüge exakt die gleiche Frequenz, dann kommt es je nach Phasenlage zur Erhöhung oder Verminderung der Intensitäten, z.B. der Feldstärken, d.h. zur Interferenz. Interferenzeffekte sind z.B. bei Lasern (Verstärkung) oder dünnen Antireflexschichten (Auslöschung) von großer technischer Bedeutung.

Polarisation des Lichtes

Lichtwellen sind transversale Wellen, d.h. die zeitlichen Änderungen der elektrischen Feldstärke erfolgen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung. Im natürlichen Licht sind diese Schwingungsebenen statistisch verteilt, d.h. das Licht ist unpolarisiert. Mit Hilfe von sog. Polarisatoren kann Licht polarisiert werden, d.h. es schwingt nur in einer bestimmten Ebene. Durch Drehung des Polarisators kann polarisiertes Licht bis auf "Null" geschwächt werden. Natürliches, unpolarisiertes Licht kann man sich als in zwei senkrecht zueinander stehenden Ebenen schwingendes Licht vorstellen. Für die Sehprozesse in der Netzhaut spielt der Polarisationsgrad des Lichtes i.a. keine Rolle. Dagegen kann der Kontrast beleuchteter Sehobjekte von der Polarisationsrichtung abhängen.

Amplitude der Lichtstrahlung

In wellenoptischen Modellen wird die Amplitude der Lichtwellen durch unterschiedliche Größen, z.B. durch Feldstärken oder durch strahlungsoptische Leistungsgrößen, z.B. Strahldichten gekennzeichnet. Der Zusammenhang zwischen Feldstärke und strahlungsphysikalischen Größen lässt sich über den Poynting-Vektor darstellen. Häufig wird die Amplitude in relativen Einheiten beschrieben, die oft als "Intensität" bezeichnet werden. Dies führt manchmal zu Unklarheiten, welche Amplitudengrößen eigentlich gemeint sind.

Eindeutig wird die Amplitude durch die spektrale Strahlungsleistung $\phi_{e\lambda}$ gekennzeichnet, d.h. die Strahlungsleistung $d\lambda_e$ in einem schmalen Wellenlängenbereich $d\lambda$ dividiert durch $d\lambda$. Die Einheit der spektralen Strahlungsleistung ist dann W/nm.

1.2 Quantenoptik

Quantenoptische Modelle dienen zur Erklärung von Prozessen der Lichterzeugung und Lichtabsorption. Die Lichtstrahlung wird als Photonenstrom dargestellt. Für die Energie eines Photons gilt:

$$e = h \cdot f \quad (1.5)$$

Es bedeuten:

e: die Energie eines Lichtquants.

h: das Planck'sches Wirkungsquantum $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Ws}^2$.

f: die Frequenz des Lichtquants.

Und für die Masse eines Photons gilt:

$$m = \frac{h \cdot f}{c^2} \quad (1.6)$$

Beispiel 1.2:

Die Energie eines Lichtquants bei der Wellenlänge von 555 nm in Luft ($n = 1,0$) soll berechnet werden. Das heißt:

$$e = h \cdot f = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Ws}^2 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{555 \cdot 10^{-9} \text{ m}} =$$

$$e = 3,57 \cdot 10^{-19} \text{ Ws} \quad (= \text{Energie eines Lichtquants von 555 nm})$$

Photonengrößen

Angenommen, eine Lichtquelle emittiert während einer Zeitspanne t und im Wellenlängenintervall $d\lambda$ eine Anzahl von $N_{p\lambda}$ Photonen ($N_{p\lambda}$ ist die spektrale Dichte der Photonenanzahl). Die Gesamtenergie dieses Photonenflusses während dieser Zeit ist dann $N_{p\lambda} \cdot hc/\lambda$. Da Strahlungsleistung gleich Energie pro Zeit ist, gilt für die spektrale Strahlungsleistung und die spektrale Dichte der Photonenanzahl folgender Zusammenhang:

$$\phi_{e\lambda} = \frac{N_{p\lambda}}{t} \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda} = \phi_{p\lambda} \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda}, \quad (1.7)$$

wenn wir die Anzahl der Photonen pro Zeit- und Wellenlängeneinheit mit $\phi_{p\lambda}$ bezeichnen. Für den Photonenstrom d.h. die Anzahl der Photonen je Zeiteinheit in einem Bereich zwischen λ_1 und λ_2 gilt dann:

$$\phi_p = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi_{p\lambda} d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{h \cdot c} \cdot \phi_{e\lambda}(\lambda) d\lambda \quad (1.8)$$

Ist die spektrale Strahlungsleistung $\phi_p(\lambda)$ im Wellenbereich zwischen λ_1 und λ_2 unabhängig von λ , dann gilt für den Photonenstrom:

$$\phi_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{\phi_{e\lambda}}{h \cdot c} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \quad (1.9)$$

Beispiel 1.3:

Eine 100 W Glühlampe strahlt im sichtbaren Wellenlängenbereich (380 - 780 nm) im Mittel pro Wellenlängenintervall von 1 nm eine Strahlungsleistung von etwa 0,02 W ab (siehe Beispiel 2.1), d.h. $\phi_{e\lambda} = 0,02 \text{ W/nm}$.

Die Rechnung ergibt dann nach Gl. (1.9):

$$\phi_p \approx 5 \cdot 10^{19} \text{ Photonen pro Sekunde}$$

d.h. pro Sekunde verlassen im sichtbaren Bereich etwa $5 \cdot 10^{19}$ Photonen die 100 W-Glühlampe.

DIN 5031 Teil 1 enthält eine Zusammenfassung der auf der Größe Photonenstrom aufbauenden Photonengrößen, wie Photonenstrahlstärke, Photonenbestrahlungsstärke usw. Dieses System von Strahlungsgrößen wird jedoch in der Praxis kaum angewandt. Die in der Technik benutzten Strahlungsgrößen beruhen auf der Strahlungsleistung, die in den Amplituden der Wellen transportiert wird.

1.3 Geometrische Optik

Die geometrische Optik befasst sich mit der Abbildung von Objekten in Bildern mit Hilfe von Linsen, Prismen, Spiegeln usw. mit Hilfe von Licht. Licht wird hier als quasi unendlich dünner Strahl aufgefasst, der Objekt- und Bildpunkte verbindet. Beugungen, Interferenzen und energetische Aspekte werden außer Acht gelassen.

Allgemeine Abbildungsgleichung

Für eine axialsymmetrische optische Grenzfläche, siehe Bild 1.4, gilt folgende Beziehung:

$$\frac{n'}{a'} = \frac{n' \cdot \cos \varepsilon' - n \cdot \cos \varepsilon}{r} + \frac{n}{a} \quad (1.10)$$

In achsennahen Bereich ($\cos \varepsilon \approx \cos \varepsilon' = 1$) gilt dann:

$$\frac{n'}{a'} = \frac{n' - n}{r} + \frac{n}{a} = D + \frac{n}{a} \quad (1.11)$$

$$A' = D + A \quad (1.12)$$

Es bedeuten:

A': die Strahlenvergenz im Medium n' .

D: die Brechkraft des Systems in Dioptrien (dptr), wenn der Radius der brechenden Grenzfläche in m angegeben ist.

A: die Strahlenvergenz im Medium n .

n' : der Brechungsindex im Medium n' .

n : der Brechungsindex im Medium n .

Gl. (1.12) wird in der Augenoptik angewendet (Gullstrand'sche Abbildungsgleichung). Beschreibt man im einfachsten Fall das optische System des Auges durch eine einzige brechende Fläche, nämlich die der Hornhaut, dann entsprechen:

- Medium n : Außenraum
- Medium n' : Auginneres.

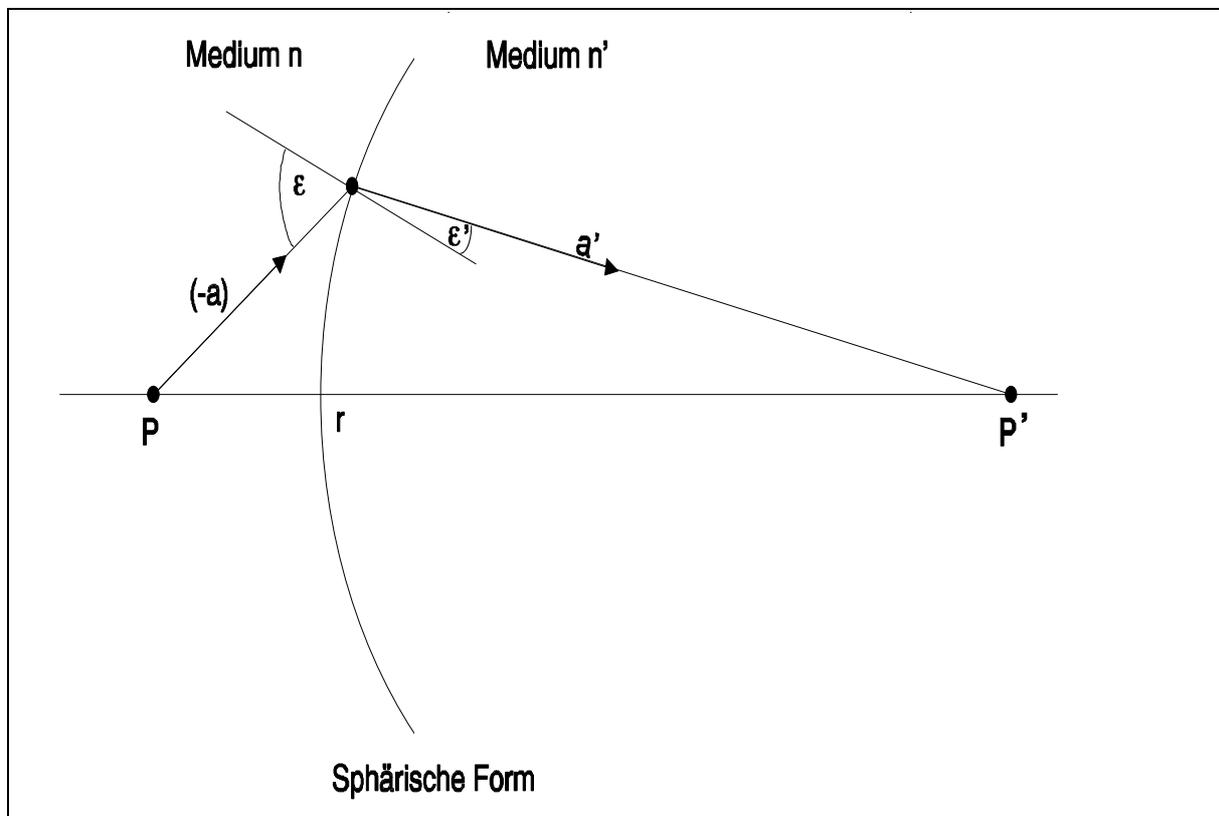


Bild 1.4:

Zur Berechnung des Bildpunktes P' . Vorzeichen-Regel nach DIN 1335.

Gl. (1.12) besagt dann, dass die Vergenz (Strahlenneigung) im Augeninnern (A') sich zusammensetzt aus der Brechkraft des Auges (D) und der Vergenz der ins Auge einfallenden Strahlung (A).

Unter der Brechkraft D einer brechenden Fläche oder einer zusammengesetzten Optik versteht man den Kehrwert der Brennweite:

$$D = \frac{n' - n}{r} = \frac{n'}{f} = \frac{n}{(-f)} \quad (1.13)$$

Die Einheit ist Dioptrien (dptr), wenn die Brennweite in m eingesetzt wird.

Newton'sche Abbildungsgleichungen

Häufig erfolgt in Optiken die Berechnung des Bildortes und des Abbildungsmaßstabes mit Hilfe folgender Abbildungsgleichungen:

$$x \cdot x' = f \cdot f' \quad (1.14)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{(-f)}{x} \quad (1.15)$$

Die Abschnittswerte $(-x)$, x' werden von den Brennpunkten, die Brennweiten $(-f)$, f' von den Linsenorten gezählt. Stimmen Zählrichtung und Lichtrichtung überein, dann ist das Vorzeichen dieser Größen positiv, sonst negativ. In Bild 1.5 ist die Lichtrichtung von links nach rechts angenommen.

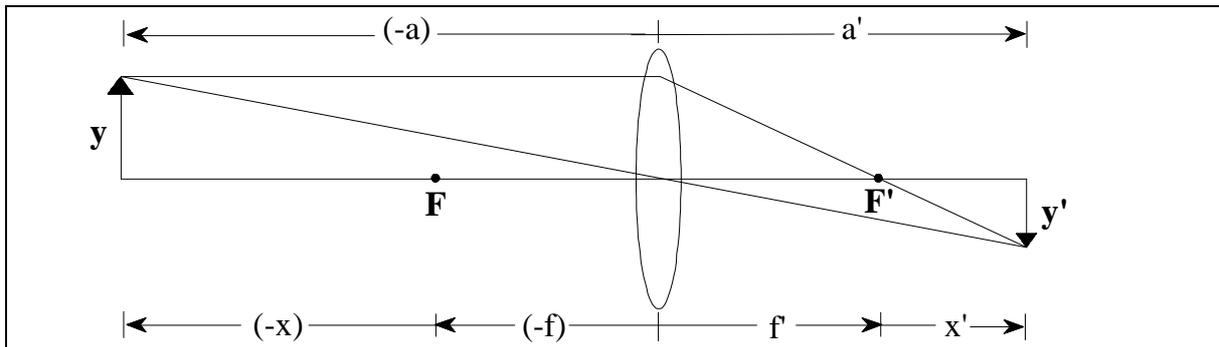


Bild 1.5:

Zur Berechnung von Bildpunkten mit Hilfe der Newton'schen Abbildungsgleichungen.

Beispiel 1.4:

Sammellinse:

| | |
|-----------|--|
| Gegeben: | Brennweite $(-f) = 50$ mm, Brechkraft $D = 20$ dptr, Gegenstandsweite $(-a) = 100$ mm |
| Gesucht: | Abstand x' ; Abbildungsmaßstab y'/y |
| Ergebnis: | $x' = 50$ mm; $y'/y = -1$ |

Zerstreuungslinse:

| | |
|-----------|---|
| Gegeben: | Brennweite $f = 50$ mm, Brechkraft $D = -20$ dptr Gegenstandsweite $(-a) = 100$ mm |
| Gesucht: | Abstand x' ; Abbildungsmaßstab y'/y |
| Ergebnis: | $x' = 16,7$ mm; $y'/y = 0,33$ |

Zusammengesetzte Optiken

Bei dicken Linsen werden die Brennweiten von den Hauptpunkten H und H' aus gezählt. Zur Bildkonstruktion benötigt man ferner die die Knotenpunkte K und K', durch die die Strahlen ungebrochen hindurchgehen. Hauptpunkte und Knotenpunkte zusammen sind die Kardinalpunkte einer Optik (siehe Bild 1.6 links). Sind die Brechungszahlen vor und hinter einer Linse gleichgroß, dann fallen Hauptpunkte und Knotenpunkte zusammen. Dies trifft z.B. für eine Linse zu, die sich in Luft befindet. Beim Auge sind Hauptpunkte und Knotenpunkte getrennt.

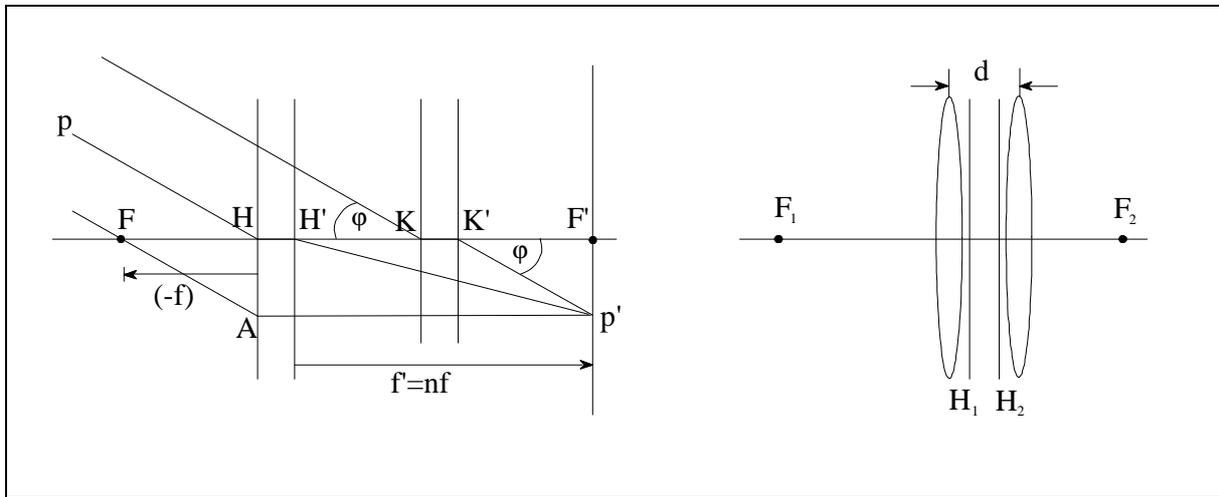


Bild 1.6:

Links: Die Kardinalpunkte einer Optik.

Rechts: Zusammengesetzte Optik, bestehend aus 2 dünnen Linsen.

Die Brennweite bzw. deren Reziprokwert, die Brechkraft eines zusammengesetzten optischen Systems lassen sich wie folgt berechnen:

$$D = D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2 \quad (1.16)$$

wobei D die Gesamtbrechkraft und D_1 und D_2 die Einzelbrechkräfte bedeuten. Bei 2 dünnen Linsen ist d der Linsenabstand (in m) und n der Brechungsindex des zwischen den Grenzflächen liegenden Mediums. Näherungsweise addieren sich also die Brechkräfte der Einzelkomponenten.

Beim Auge z.B. setzt sich die gesamte Brechkraft aus der konstanten Brechkraft der Hornhaut und der variablen Brechkraft der Linse zusammen. Die gesamte Brechkraft ist dann annähernd die Summe beider Komponenten, wenn der 3. Ausdruck in Gl. (1.16) vernachlässigt wird.

1.4 Lichttechnische Optik (Strahlungsoptik)

Die Bedeutung des Lichtes in der Technik basiert vor allem auf der visuellen Wirkung des Lichtes auf den Menschen. Licht ist notwendig zum Sehen, zum Wahrnehmen unserer Umwelt, zum Beleuchten von Verkehrsräumen und Arbeitsplätzen. Licht ist aber auch von entscheidender Bedeutung für unsere Gesundheit und unser Wohlbefinden. Körperfunktionen werden durch Quantität und Qualität der natürlichen und künstlichen Beleuchtung gesteuert (Biologische Rhythmen, Melatoninprozess). Für den Architekten ist Licht ein wichtiges Werkzeug zum Gestalten von Räumen. Das Wahrnehmungsvermögen der Informationen von optischen Anzeigen hängt entscheidend von den Beleuchtungsbedingungen des Anzeigenumfeldes ab.

Die Lichttechnik befasst sich primär mit der Erzeugung und Anwendung des Lichtes zum Zwecke der Beleuchtung von Wohn- und Arbeitsräumen und von Verkehrsräumen. Um Lichtsysteme optimal an die Eigenschaften des Menschen anzupassen, müssen wir wissen, wie Licht auf den Menschen wirkt und wie die Lichtstrahlung mit ingenieurmäßigen Mitteln beschrieben werden kann.

In der Lichttechnik stellen sich somit zusammenfassend folgende Aufgaben:

- 1) Licht in gewünschte Richtungen zu lenken und zu leiten, z.B. mit Hilfe von Leuchten, Scheinwerfern usw.
- 2) Die der Wirkung des Lichtes auf den Menschen zu berücksichtigen.

Hierbei spielen energetische Prozesse der Strahlungsübertragung eine zentrale Rolle, wobei von folgenden Eigenschaften des Lichtes ausgegangen wird:

- Gradlinige Ausbreitung in homogenen Medien.
- Reflexions- und Brechungsgesetze der Wellenoptik.
- Gültigkeit des Energiesatzes.
- Die Amplituden der Lichtstrahlung werden durch Strahlungsleistungen oder davon abgeleitete Größen beschrieben.
- Die lichtschwächenden, absorbierenden und lichtstreuenden Eigenschaften von Medien zwischen Lichtquelle und Empfänger werden durch Koeffizienten beschrieben.
- Die Wirkung des Lichtes auf spezifische Empfänger, z.B. Photoelemente, menschliches Auge usw. wird durch spektrale Empfindlichkeitsfunktionen beschrieben.

2. Physikalische Strahlungsbewertung

2.1 Strahlungsleistung

Lichtstrahlung ist ein Energiestrom. Die von einer Lichtquelle abgestrahlte oder auf einen Empfänger auftreffende Strahlungsenergie pro Zeitdauer ist dann die Strahlungsleistung (auch die Bezeichnung Strahlungsfluss ist üblich), die allgemein mit dem Symbol ϕ_e bezeichnet wird. Ihre Einheit ist 1 Watt (W).

Man unterscheidet:

- 1) Linien- bzw. monochromatische Strahlung, z.B. die Strahlung der Natrium-Niederdruckentladung.
- 2) Kontinuumsstrahlung, z.B. Temperaturstrahler wie die Glühlampe.

Eine grundlegende Eigenschaft von Lichtstrahlung ist ihre spektrale Zusammensetzung (ihr Spektrum), genauer die Strahlungsleistung in Abhängigkeit von der Wellenlänge oder Frequenz. In Tabelle 2.1 sind Strahlungsleistungen von typischen Lichtquellen in den 3 optischen Bereichen UV (100 - 400 nm), VIS (380 - 780 nm) und IR (780 - 10⁶ nm) zusammengefasst. Daraus geht z.B. hervor, dass bei Glühlampen nur knapp 10 % der aufgenommenen elektrischen Leistung als Strahlung im sichtbaren Bereich emittiert wird. Bei Gasentladungslampen ist der Strahlungsanteil für den sichtbaren Bereich erheblich größer.

| Lampentyp | | Strahlungsleistung ϕ_e | Strahlungsleistung im: | | |
|-----------|-------------------|-----------------------------|------------------------|------|-------|
| | | | UV | VIS | IR |
| 100 W | Glühlampe | 93 W | 0,03 W | 9 W | 84 W |
| 36 W | Leuchtstofflampe | 23 W | 0,2 W | 8 W | 15 W |
| 400 W | Hg-Hochdrucklampe | 300 W | 8,5 W | 59 W | 235 W |

Tabelle 2.1:

Spektrale Zusammensetzung der Strahlung einiger technischer Lichtquellen in den 3 optischen Strahlungsbereichen UV (Ultraviolette Strahlung), VIS (Sichtbare Strahlung), IR (Infrarot Strahlung).

Spektrale Strahlungsleistung

Für genauere Analysen des Lichtquellenspektrums benötigt man nicht nur die Strahlungsleistung in einem ausgedehnten Wellenlängenbereich wie in Tabelle 2.1, sondern in sehr schmalen, quasi monochromatischen Wellenlängenbereichen. Zur Kennzeichnung der spektralen Zusammensetzung der Lichtstrahlung wurden daher spektrale Dichtegrößen eingeführt.

Als spektrale Strahlungsleistung bei der Wellenlänge λ ist definiert:

$$\phi_{e\lambda}(\lambda) = \lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta\phi_e(\lambda)}{\Delta\lambda} = \frac{d\phi_e(\lambda)}{d\lambda} \quad (2.1)$$

Dabei ist $d\phi_e(\lambda)$ die Strahlungsleistung im differentiellen Spektralbereich $d\lambda$. Die Einheit der spektralen Strahlungsleistung ist W/nm. Entsprechendes gilt für die anderen Strahlungsgrößen, z.B. für die spektrale Bestrahlungsstärke in $W/(m^2 \cdot nm^{-1})$.

Bei gegebener spektraler Dichteverteilung der Strahlungsleistung erhält man die gesamte Strahlungsleistung ϕ_e in einem vereinbarten Wellenlängenbereich zwischen λ_1 und λ_2 durch Aufsummierung der Strahlungsleistung in den einzelnen Wellenlängenintervallen:

$$\phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi_{e\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda \quad (2.2)$$

Die Flächen unter der Kurve in Bild 2.1 ergeben direkt die Strahlungsleistung (Bild 2.1 links) bzw. die Bestrahlungsstärke (Bild 2.1 rechts).

Beispiel 2.1:

Glühlampen strahlen etwa 9 % der aufgenommenen elektrischen Leistung als Strahlung im sichtbaren Bereich (380 - 780 nm) ab. Das sind bei einer 100 W Glühlampe 9 W, wie auch aus Tabelle 2.1 hervorgeht. Die spektrale Strahlungsleistung steigt im Sichtbaren entsprechend dem Planck'schen Strahlungsgesetz mit der Wellenlänge an. Für eine erste Schätzung nehmen wir Unabhängigkeit der spektralen Strahlungsleistung von der Wellenlänge an. Daraus folgt für die spektrale Strahlungsleistung:

$$\phi_{e\lambda} = \frac{9 \text{ W}}{(780 - 380) \text{ nm}} = 0,02 \frac{\text{W}}{\text{nm}}$$

In dieser Größenordnung liegt etwa in der Mitte zwischen 380 - 780 nm die spektrale Strahlungsleistung einer 100 W Glühlampe. Siehe auch Beispiel 1.3

Bild 2.1 links zeigt das Spektrum einer Quecksilber-Hochdrucklampe HQL 400 W. Dargestellt ist die spektrale Strahlungsleistung in W/nm, bezogen auf einen Lampenlichtstrom von 1 lm. Der tatsächliche Lichtstrom der Type HQL 400 beträgt 22 000 lm.

Man kann aus dieser Darstellung z.B. bei der grünlich aussehenden Wellenlänge $\lambda = 540 \text{ nm}$ etwa $75 \cdot 10^{-6} \text{ W/nm}$ je lm ablesen. Das ergibt bei einem Lichtstrom von 22 000 lm eine spektrale Strahlungsleistung von $1,65 \text{ W/nm}$ ($=22\ 000 \cdot 75 \cdot 10^{-6}$). Die Integration der extraterrestrischen spektralen Bestrahlungsstärke im rechten Teil von Bild 2.1 ergibt eine Bestrahlungsstärke von $1,37 \cdot 10^3 \text{ kW/m}^2$. Diese auch als Solarkonstante bezeichnete Größe ist wegen der schwächenden Wirkung der Atmosphäre auf der Erdoberfläche auf etwa 1 kW/m^2 abgesunken.

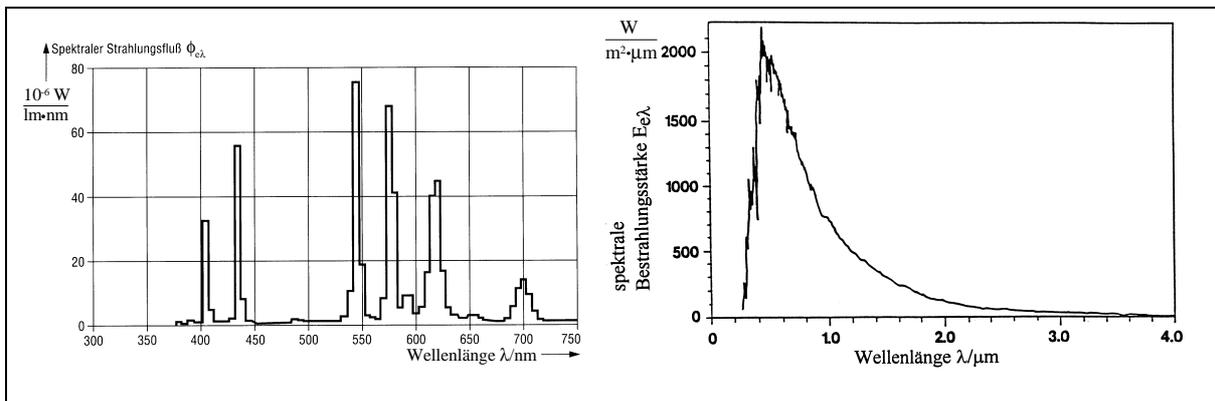


Bild 2.1:

Beispiele von Spektren. Das linke Spektrum einer Quecksilber-Hochdrucklampe HQL 400 zeigt die Verteilung der spektralen Strahlungsleistung im Sichtbaren bezogen auf einen Lampenlichtstrom von 1 lm. Die Messungen erfolgten bei einer Bandbreite von 5 nm. (Sturm/Klein: "Betriebsgeräte und Schaltungen f. el. Lampen", S. 150)

Rechts ist die extraterrestrische spektrale Bestrahlungsstärke $E_{e\lambda}$ auf der Erdoberfläche dargestellt. Die Fläche unter dieser Kurve ist gleich der Bestrahlungsstärke. Die Integration ergibt den Wert für die Solarkonstante von etwa $1,4 \text{ KW/m}^2$.

Wellenlängen- und Frequenzdarstellung

Eigentlich ist die Frequenz gegenüber der Wellenlänge die universellere Spektrumsgröße, da sie unabhängig von dem Brechungsindex des Mediums ist. In der Lichttechnik wird jedoch i.a. die Wellenlängendarstellung bevorzugt.

Ist $\phi_{e\lambda}(\lambda)$ eine gegebene Dichteverteilung im Wellenlängenmaßstab, so erhält man daraus das Frequenzspektrum $\phi_{ef}(f)$ wegen $d\phi_{e\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda = -d\phi_{ef}(f) \cdot df$ und $\lambda = c/f$ zu:

$$\phi_{ef}(f) = -\frac{c}{f^2} \cdot \phi_{e\lambda}(\lambda) \quad (2.3)$$

Beide Spektren unterscheiden sich in ihrem Verlauf. Als Beispiel zeigt Bild 2.2 das sog. "energiegleiche Spektrum", bei dem die Strahlungsleistung in einem vereinbarten Bereich unabhängig von der Wellenlänge ist. In der Frequenzdarstellung nimmt die Strahlungsleistung mit wachsender Frequenz ab.

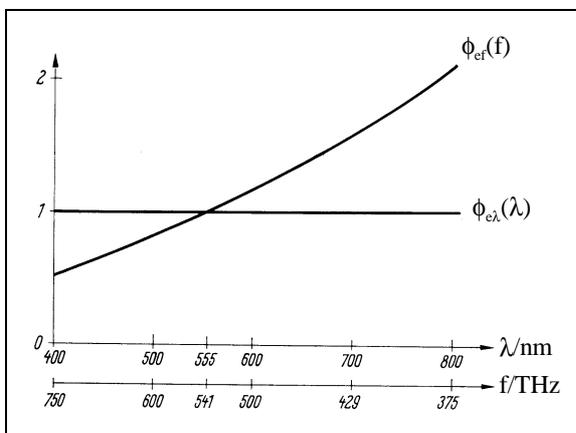


Bild 2.2:

Das energiegleiche Spektrum (Unabhängigkeit der spektralen Emission von der Wellenlänge) einmal in Wellenlängen- und zweitens in Frequenzdarstellung. Dargestellt sind relative Strahldichteinheiten.

2.2 Raumwinkel

Zur Beschreibung der Strahlungsübertragung zwischen Lichtquelle und Empfänger sind die geometrischen Größen "Scheinbare Fläche", "Raumwinkel" und "Raumwinkelprojektion" von Bedeutung. Wir wollen diese Größen für den Fall betrachten, dass eine Lichtquelle eine Empfängerfläche beleuchtet.

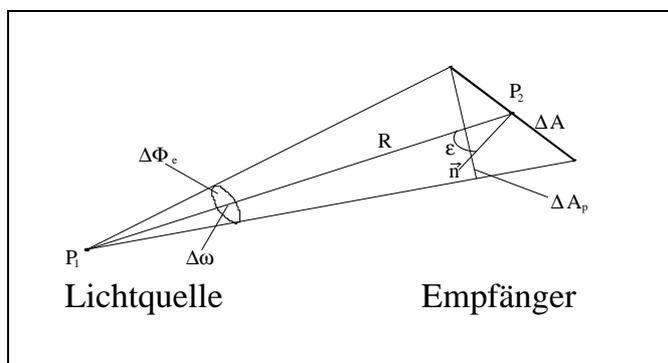


Bild 2.3:

Maßgebend für die Strahlungsleistung $\Delta\phi_e$, die ein Lichtquellenelement mit dem Punkt P_1 im Zentrum auf ein beleuchtetes Flächenelement ΔA zustrahlt, ist deren projizierte Fläche auf die Ebene senkrecht zur Lichteinstrahlrichtung. Das ist die scheinbare Fläche ΔA_p .

Scheinbare Fläche

Die von einer beliebig geformten Empfängerfläche empfangene Strahlungsleistung $\Delta\phi_e$ hängt aus energetischen Gründen nicht von der absoluten Flächengröße ΔA ab, sondern von der in die Lichteinfallrichtung projizierten Fläche ΔA_p . Aus der Sicht des Lichtquellenpunktes P_1 ist das die scheinbare Fläche (siehe Bild 2.3).

Handelt es sich z.B. um ein ebenes Flächenelement A , dann gilt für die scheinbare Fläche:

$$\Delta A_p = \Delta A \cdot \cos\varepsilon \quad (2.4)$$

wenn ε den Winkel zwischen Flächennormale \vec{n} und der Lichteinfallrichtung bezeichnet.

Raumwinkelement

Es ist plausibel, dass die vom einem beleuchteten Flächenelement empfangene Strahlungsleistung $d\phi_e$ proportional zur scheinbaren Fläche dA_p und umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat zwischen Lichtquelle und beleuchtetem Flächenelement ist. (siehe Bild 2.3). Die Proportionalitätskonstante sei I , d.h.:

$$d\phi_e = I \cdot \frac{dA_p}{R^2} \quad (2.5)$$

Das Verhältnis von scheinbarem Flächenelement dA_p zum Abstandsquadrat wird als Raumwinkelement $d\omega$ bezeichnet:

$$d\omega = \frac{dA_p}{R^2} \quad (2.6)$$

Es bedeuten:

$d\omega$ das Raumwinkelement, unter dem von einem Punkt aus ein Flächenelement dA erscheint.

dA_p : die scheinbare Fläche, unter der das Flächenelement erscheint.

R : der Abstand zwischen Lichtquellen und Flächenelement.

Der Begriff Raumwinkel ist nicht nur aus der Sicht eines Lichtquellenpunktes (bewertet wird eine beleuchtete Fläche), sondern auch aus der Sicht eines beleuchteten Flächenpunktes (bewertet wird eine leuchtende Fläche) anwendbar.

Raumwinkel ausgedehnter Flächen

Auch bei ausgedehnten Flächen hängt die empfangene Strahlungsleistung vom Verhältnis der scheinbaren Fläche zum Abstandsquadrat ab. Man findet den Raumwinkel der beleuchteten Fläche, wenn man die Fläche von dem betrachteten Punkt aus auf eine Kugeloberfläche projiziert (siehe Bild 2.4).

Damit können wir den Raumwinkel einer beliebigen Fläche wie folgt definieren:

$$\omega = \frac{A_k}{r^2} \quad (2.7)$$

Es bedeuten:

- ω der Raumwinkel der betrachteten Fläche aus der Sicht eines Punktes P.
- r: der Radius einer Kugel im Zentrum des Beobachterpunktes.
- A_k : die von der zu bewertenden Fläche A auf die Kugeloberfläche projizierte Oberfläche.

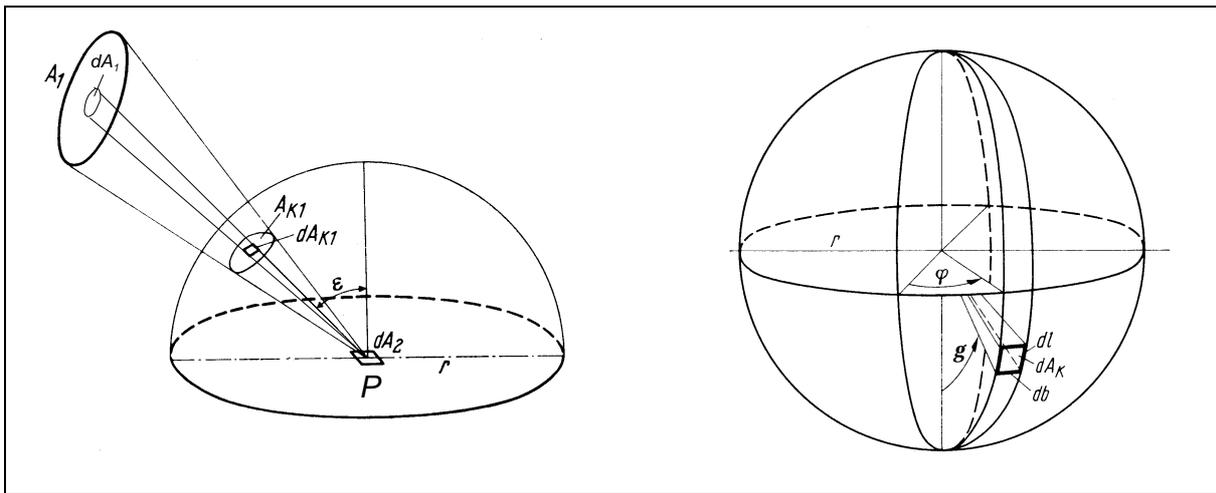


Bild 2.4: Zur Definition des Raumwinkels

Links: Den Raumwinkel einer Fläche A_1 bzw. eines Flächenelements dA_1 aus der Sicht eines beleuchteten Punktes P erhält man, wenn A_1 bzw. dA_1 auf eine Kugeloberfläche projiziert wird. Die Verbindungsgeraden zwischen P und der Flächenumrandung von A schneiden aus der Kugeloberfläche die scheinbare Fläche A_{k1} heraus.

Rechts: Zur Berechnung eines Raumwinkelelements auf einer Kugeloberfläche mit Hilfe der Längswinkel φ und der Breitenwinkel γ .
(Reeb: "Grundlagen der Photometrie", links: S.15; rechts: S. 18)

Die Einheit des Raumwinkels ist das Steradian (sr). Dabei ist 1 sr der Raumwinkel bei $A_k = 1 \text{ m}^2$ und $r = 1 \text{ m}$. Der Vollraum um einen Lichtquellenpunkt hat dann z.B. einen Raumwinkel von $\omega = 4\pi \text{ sr}$; für den Halbraum gilt $\omega = 2\pi \text{ sr}$. Oft wird die Einheit sr in Gleichungen nicht mitangegeben.

Scheinbare Fläche und Raumwinkel von Lichtquellen können nicht nur aus der Sicht eines beleuchteten Punktes, sondern auch von beleuchteten Flächen aus der Sicht eines Lichtquellenpunktes bestimmt werden.

Raumwinkel eines sphärischen Flächenelementes

Für das Raumwinkelelement auf einer Kugeloberfläche gilt nach Bild 2.4 $dA_k = dl \, db$. Mit $dl = r \, d\gamma$ und $db = r \sin\gamma \, d\varphi$ erhält man für das Raumwinkelelement

$$d\omega = \sin\gamma \, d\gamma \, d\varphi \quad (2.8)$$

wenn φ und γ den Längen- bzw. Breitenwinkel im sphärischen Polarkoordinatensystem bezeichnen.

Raumwinkelzonen

Für den Raumwinkel einer durch γ_1 und γ_2 (siehe Bild 2.5 rechts) definierten Raumwinkelzone gilt dann:

$$\omega = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \sin\gamma \, d\gamma \, d\varphi = 2\pi(\cos\gamma_1 - \cos\gamma_2) \quad (2.9)$$

Zum Beispiel erhält man für eine Zone zwischen $\gamma_1 = 30^\circ$ und $\gamma_2 = 40^\circ$ einen Raumwinkel von $\omega = 0,628$ sr.

Raumwinkel eines Kreiskegels

Es sei α der halbe Öffnungswinkel eines geraden, kreisförmigen Kreiskegels (siehe Bild 2.5 links). Mit der Fläche der Kugelhaube $A_k = 2\pi r h$ und mit $\cos\alpha = (r-h)/r$ gilt dann für den Raumwinkel des Kreiskegels:

$$\omega = 2\pi(1 - \cos\alpha) \quad (2.10)$$

Beispiel 2.2:

Zum Beispiel erhält man mit $\alpha = 90^\circ$ den Raumwinkel eines Halbraumes $\omega = 2\pi$ sr. Für $\alpha = 1^\circ$ erhält man $\omega = 9,57 \cdot 10^{-4}$ sr. Unter einem Öffnungswinkel $\alpha = 32^\circ 46'$ erscheint die Kreisscheibe unter einem Raumwinkel von genau 1 sr.

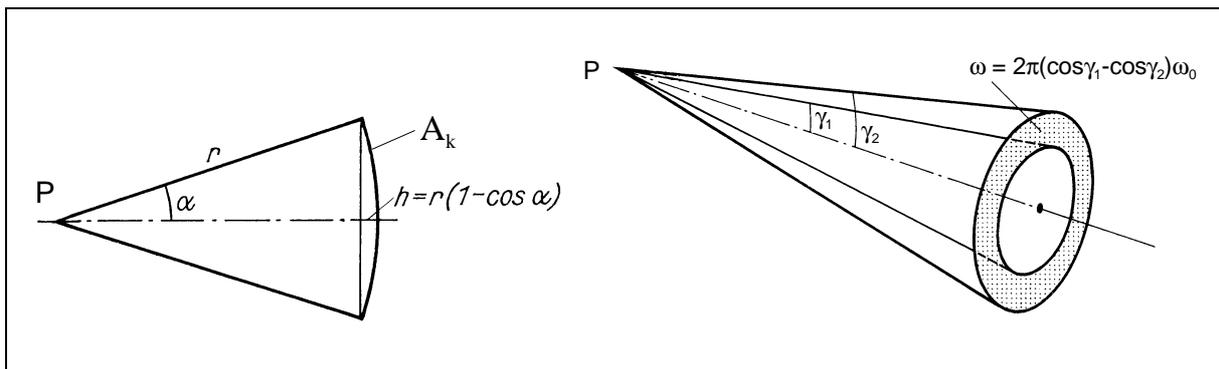


Bild 2.5:

Zur Bestimmung von Raumwinkeln.

Links: Schnitt durch einen Kreiskegel. Die Kreisscheibe erscheint von P aus unter einem Raumwinkel nach Gl. (2.10).

Rechts: Raumwinkel einer Kegelzone; siehe Gl. (2.9).

Raumwinkelprojektion

Bei der Berechnung von Bestrahlungs- oder Beleuchtungsstärken spielt der Begriff der Raumwinkelprojektion eine große Rolle. Dabei besteht die Aufgabe darin, die von einer Fläche A_1 bzw. dA_1 auf ein bestrahlendes Flächenelement dA_2 auftreffende Strahlungsleistung zu bestimmen. Siehe Bild 2.6. Dazu wird die zustrahlende Fläche A_1 in Flächenelemente dA_1 unterteilt. Ein Flächenelement dA_1 erscheint von dem Punkt P_2 in dA_2 unter dem Raumwinkel $d\omega_2$. Maßgebend für die Größe der von dA_1 nach dA_2 übertragenen Strahlungsleistung ist nicht nur $d\omega_2$, sondern auch die Orientierung von dA_2 zu dA_1 . Maßgebend für die Einstrahlung ist daher die sog. Raumwinkelprojektion $d\omega_p = d\omega_2 \cdot \cos \varepsilon$.

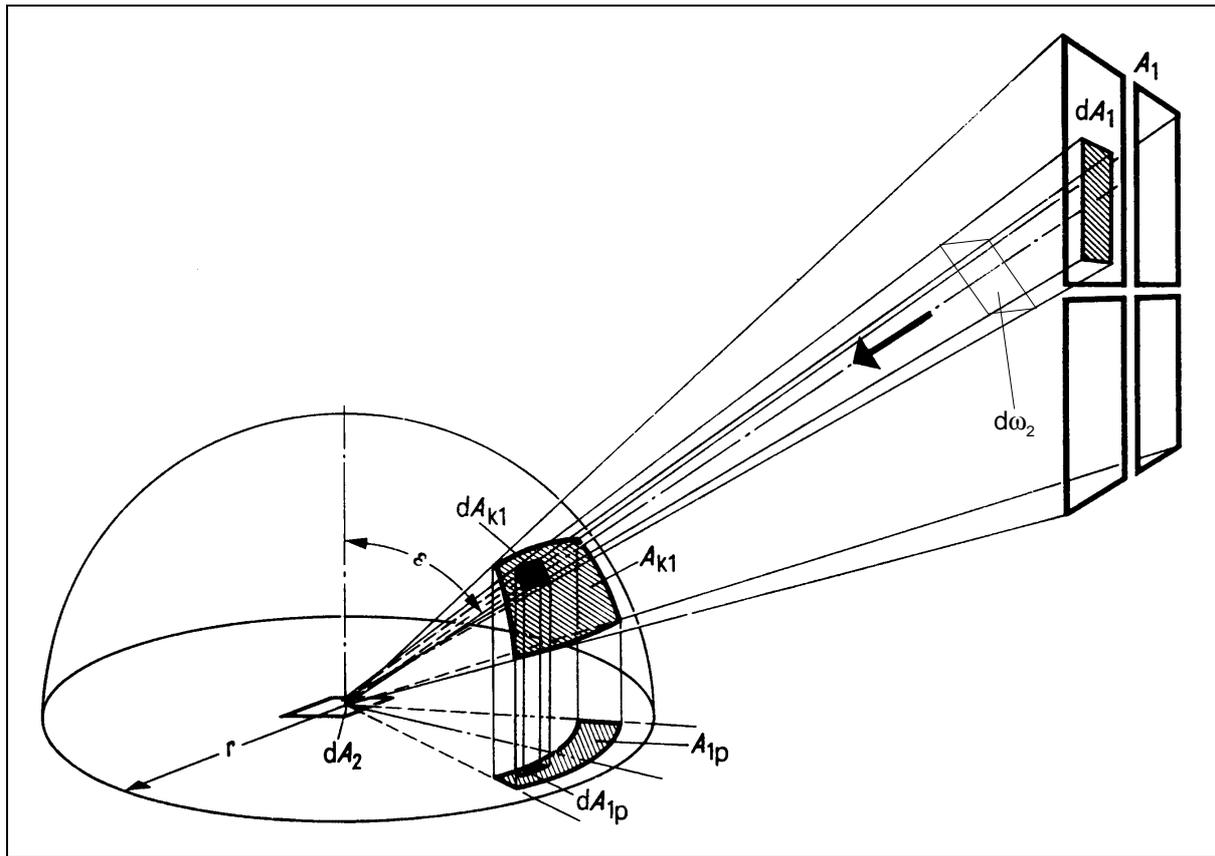


Bild 2.6:

Zur Raumwinkelprojektion. Das zustrahlende Flächenelement dA_1 erscheint von dA_2 aus unter dem Raumwinkel $d\omega_2$. Die auf dA_2 einstrahlende Strahlungsleistung bzw. der einstrahlende Lichtstrom hängt von $d\omega_2$ ab, aber auch von der Orientierung von dA_2 zu dA_1 . Maßgebend für den Strahlungsaustausch von dA_1 nach dA_2 ist die Größe $\cos \varepsilon \cdot d\omega_2$, die als Raumwinkelprojektion bezeichnet wird.

Sie stellt die Parallelprojektion der dem Raumwinkel $d\omega_2$ zugeordneten Fläche dA_{k1} auf der Einheitskugel in die Ebene des Flächenelementes dA_2 dar.

(Bild aus :Hentschel "Licht und Beleuchtung", S. 23)

Für die Raumwinkelprojektion der gesamten Fläche A_1 auf das Flächenelement dA_2 müssen die Raumwinkelprojektionen $d\omega_p$ der Einzelflächen addiert werden, d.h.:

$$\omega_p = \int \cos \varepsilon \cdot d\omega \quad (2.11)$$

Hier bedeuten:

ω_p : die Raumwinkelprojektion einer leuchtenden Fläche A_1 auf ein beleuchtetes Flächenelement dA_2 .

$d\omega$ der Raumwinkel, unter dem das leuchtende Flächenelement dA_1 aus der Sicht des beleuchteten Elementes dA_2 erscheint.

ε : der Winkel zwischen der Flächennormalen von dA_2 und der Lichteinfallrichtung.

Beispiel 2.3:

Zum Beispiel ergibt die Einstrahlung des Vollraumes, z.B. des Himmels, auf ein ebenes Flächenelement auf der Erdoberfläche eine Raumwinkelprojektion $\omega_p = \pi$ sr. Die Raumwinkelprojektion auf ein vertikales Flächenelement ist $\pi/2$.

2.3 Weitere physikalische Strahlungsgrößen

Die Basisgröße zur Beschreibung des Strahlungsaustausches zwischen einer Strahlungsquelle und einer beleuchteten Fläche ist die übertragene Strahlungsleistung ϕ_e . Zur Kennzeichnung der spektralen Eigenschaften dient die spektrale Strahlungsleistung $d\phi_{e\lambda}$ in W/nm in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge.

Die allgemeine Situation des Strahlungsaustausches zeigt Bild 2.7. Die lichtaussendende Fläche kennzeichnen wir mit dem Index 1, die beleuchtete Fläche mit 2. Zur Abgrenzung gegenüber spektral spezifisch gewichteten Strahlungsgrößen werden physikalische Strahlungsgrößen i.a. mit dem Index "e" (für energetisch) gekennzeichnet.

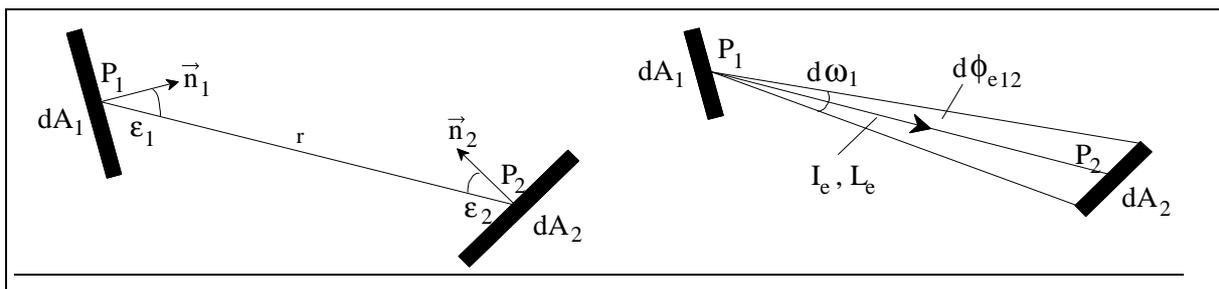


Bild 2.7:

Die allgemeine Strahlungssituation, vereinfachend nur in einer Ebene gezeichnet. Ein Lichtquellenelement dA_1 beleuchtet ein Empfängererelement dA_2 und überträgt die differentielle Strahlungsleistung $d\phi_{e12}$. Die gesamte von einer ausgedehnten Fläche A_1 nach einer Fläche A_2 gehende Strahlungsleistung ϕ_{e12} ergibt sich durch Aufsummierung aller differentielle Strahlungsleistungen (siehe auch Bild 2.8).

Zur eindeutigen und bequemen Beschreibung der Strahlungsübertragung wurden die Strahlungsgrößen Strahldichte, Strahlstärke und Bestrahlungsstärke eingeführt, die mit der Strahlungsleistung über geometrische Beziehungen zusammenhängen.

2.3.1 Strahldichte einer leuchtenden oder beleuchteten Fläche

Die Strahldichte eines selbstleuchtenden oder beleuchteten Flächenelementes in einer bestimmten Richtung ist ein Maß der Lichtabstrahlung. Sie ist definiert als Verhältnis von abgestrahlter Strahlungsleistung zur scheinbaren Strahlerfläche und zum Raumwinkel des Lichtbündels:

$$L_e = \frac{d^2\phi_{e12}}{dA_1 \cdot d\omega_1 \cdot \cos\varepsilon_1} \quad (2.12)$$

Es bedeuten (siehe auch Bild 2.7):

$d^2\phi_{e12}$: die Strahlungsleistung, die vom leuchtenden Flächenelement dA_1 in einer bestimmten Richtung in das Raumwinkelement $d\omega_1$ abgestrahlt wird.

dA_1 : das betrachtete Flächenelement einer leuchtenden Fläche A_1 .

ε_1 : der Winkel zwischen Lichtausstrahlrichtung und Flächennormale von dA_1 .

$d\omega_1$: das Raumwinkelement, unter dem das beleuchtete Flächenelement dA_2 von dA_1 aus gesehen wird.

Die Einheit der Strahldichte ist $W/(m^2 \text{ sr})$. Die Einheit der spektralen Strahldichte ist dann $W/(m^2 \cdot nm \cdot sr)$. Die Strahldichte ist eine flächenbezogene Strahlungsleistung. Bei gleicher abgestrahlter Leistung ist sie umso größer, je kleiner die leuchtende Fläche ist.

Eine Fläche, bei der die Strahldichte über die ganze Fläche und in alle Richtungen gleich groß ist, wird als Lambert-Strahler bezeichnet. Zahlreiche Flächen, z.B. das für Glühlampen verwendete Wolfram oder übliches Schreibpapier strahlen annähernd lambertförmig.

Beispiel 2.4:

Nach Tabelle 1.1 strahlt eine 100 W Glühlampe eine Strahlungsleistung $\phi_e = 93 \text{ W}$ ab. Wir nehmen eine kugelförmige mattierte Lampe mit einem Durchmesser von 60 mm an. Die scheinbare Lichtaustrittsfläche bei genügend weiter Beobachtung ist dann eine Kreisfläche mit dem Durchmesser von 60 mm, das sind $0,0028 \text{ m}^2$. Die Strahldichte L_e sei in allen Richtungen gemäß einem Lambert-Strahler gleichgroß. Somit ergibt sich:

$$L_e = \frac{\phi_e}{A_1 \cdot \cos\varepsilon_1 \cdot \omega} = \frac{93 \text{ W}}{0,0028 \text{ m}^2 \cdot 4\pi \text{ sr}} = 2,6 \cdot 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ sr}}$$

Die Strahldichte der mattierten Glühlampe beträgt also etwa $2600 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ sr})$. Die Strahldichte der Glühwendel ist entsprechend der kleineren Lichtaustrittsfläche erheblich größer.

2.3.2 Strahlstärke einer Lichtquelle

Die Strahlstärke dient zur Kennzeichnung der Abstrahlung von Lichtquellen. Sie ist definiert als Verhältnis von abgestrahlter Strahlungsleistung zum Raumwinkel des Lichtbündels, das die Strahlungsleistung führt:

$$I_e = \frac{d\phi_{e12}}{d\omega_1} \quad (2.6)$$

$d\phi_{e12}$ bedeutet wieder die in eine gegebene Richtung im Raumwinkelement $d\omega_1$ abgestrahlte Strahlungsleistung. Die Einheit der Strahlstärke ist W/sr . Im Vergleich zur Strahldichte sagt die Strahlstärke nichts über die Fläche der Strahlungsquelle aus. Die Strahlstärke einer Lichtquelle kennzeichnet die Lichtabstrahlung der gesamten Lichtquellenfläche in dieser bestimmten Richtung.

Die Strahlstärke ist nur auf sogenannte punkthafte Lichtquellen sinnvoll anwendbar, bei denen die Lichtquellenfläche klein ist gegenüber dem Abstandsquadrat zum Beobachterort.

Im obigen Beispiel 2.4 beträgt die Strahlstärke der Glühlampe etwa

$$I_e = \phi_e / \omega = 93 \text{ W} / 4\pi \text{ sr} = 7,4 \text{ W} / \text{sr}.$$

2.3.3 Bestrahlungsstärke auf einer beleuchteten Fläche

Die Bestrahlungsstärke auf einer beleuchteten Fläche ist ein Maß für die Stärke der Lichteinstrahlung. Sie ist definiert als das Verhältnis der Strahlungsleistung $d\phi_{e12}$, die auf eine gegebene Fläche einfällt, zur Größe dieser Fläche, d.h.:

$$E_e = \frac{d\phi_{e12}}{dA_2} \quad (2.7)$$

Im allgemeinen hängt die Bestrahlungsstärke vom Ort der betrachteten Fläche ab. Man kann auch mittlere Bestrahlungsstärken angeben. Außerdem ist die Orientierung und die Art der Fläche anzugeben. Im allgemeinen wird die Bestrahlungsstärke auf ebene Flächen bezogen. Aber auch andere, z.B. sphärische oder zylindrische Bestrahlungsstärken wurden definiert.

2.4 Strahlungsübertragung von einer Fläche zu einer anderen

Bild 2.8 zeigt schematisch eine Lichtquellenfläche A_1 , die eine Empfängerfläche A_2 beleuchtet. Zahlreiche Probleme in der Lichttechnik lassen sich auf folgende Grundaufgaben zurückführen:

- Berechnung der von der Fläche A_1 nach der Fläche A_2 insgesamt übertragenen Strahlungsleistung ϕ_{e12} .
- Berechnung der örtlichen Bestrahlungsstärkeverteilung auf A_2 .

2.4.1 Grundgesetz der Strahlungsübertragung

Für die von einem Flächenelement dA_1 nach dA_2 übertragene Strahlungsleistung gilt:

$$d^2\phi_{e12} = L_{e1} \cdot \frac{dA_1 \cdot \cos\epsilon_1 \cdot dA_2 \cdot \cos\epsilon_2}{r^2} \quad (2.8)$$

Diese auch als photometrisches Grundgesetz bekannte Beziehung besagt, dass die von dA_1 nach dA_2 betragene Strahlungsleistung proportional ist zu den scheinbaren Flächen $dA_1 \cos\epsilon_1$ und $dA_2 \cos\epsilon_2$ und umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat r^2 . Die Proportionalitäts-Konstante ist die Strahldichte L_{e1} des Flächenelementes dA_1 in Richtung von dA_1 nach dA_2 . Bei einem Lambertstrahler ist die Strahldichte L_{e1} unabhängig von der Ausstrahlungsrichtung bzw. von ϵ_1 .

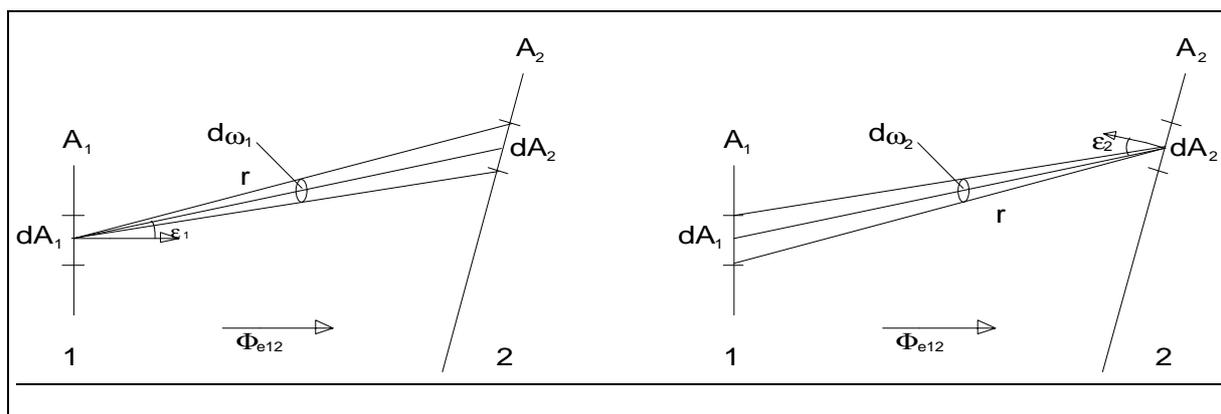


Bild 2.8:

Zur Berechnung der von einer Fläche 1 zu einer Fläche 2 übertragenen Strahlungsleistung ϕ_{e12} . Links wird aus der Sicht von A_1 die Abstrahlung auf A_2 berechnet, rechts aus der Sicht von A_2 die Zustrahlung von A_1 . Beide Betrachtungsweisen sind gleichwertig. Der Index 1 kennzeichnet im allgemeinen eine Lichtquelle, der Index 2 eine bestrahlte Fläche.

Die Berechnung der Strahlungsleistung ϕ_{e12} kann auf zweierlei Wegen erfolgen. Erstens, indem aus der Sicht der Flächenelemente dA_1 die auf A_2 abgestrahlten Strahlungsleistungen bestimmt werden. Zweitens, indem aus der Sicht der beleuchteten Flächenelemente dA_2 die von A_1 zugestrahlenen Strahlungsleistungen erfasst werden.

Weg 1: Abstrahlung von A_1 nach A_2

Wir beschreiben aus der Sicht eines Elementes dA_1 die scheinbaren Flächenelemente der bestrahlten Fläche 2 durch die Raumwinkелеlemente $d\omega_1 = dA_2 \cdot \cos \epsilon_2 / r^2$. Die von dA_1 nach dA_2 übertragene Strahlungsleistung ist dann $d\phi_{e12} = L_{e1} \cdot dA_1 \cdot d\omega_1 \cdot \cos \epsilon_1$. Die von einem Element dA_1 auf alle Elemente dA_2 abgestrahlten Strahlungsleistungen erhalten wir, wenn wir alle dA_2 -Beiträge addieren, d.h.:

$$d\phi_{e12} = dA_1 \int_{\omega_1} L_{e1} \cdot \cos \epsilon_1 d\omega_1. \quad (2.9)$$

Zur Bestimmung der insgesamt von 1 nach 2 abgestrahlten Strahlungsleistung ϕ_{e12} müssen wir die Beiträge aller dA_1 -Elemente summieren, d.h. wir erhalten für die von A_1 nach A_2 übertragene Strahlungsleistung:

$$\phi_{e12} = \int_{A_1} \int_{\omega_1} L_{e1} \cdot \cos \epsilon_1 d\omega_1 dA_1 \quad (2.10)$$

Weg 2: Zustrahlung auf A_2 von A_1

Aus der Sicht der beleuchteten Elemente dA_2 beschreiben wir die scheinbaren Flächenelemente der abstrahlenden Fläche 1 durch die Raumwinkелеlemente $d\omega_2 = dA_1 \cdot \cos \epsilon_1 / r^2$. Die auf dA_2 auffallende von dA_1 kommende Strahlungsleistung ist dann $d\phi_{e12} = L_{e1} \cdot dA_1 \cdot d\omega_2 \cdot \cos \epsilon_2$. Die auf ein Element dA_2 zugestrahlenen Strahlungsleistungen von allen Elementen dA_1 sind:

$$d\phi_{e12} = dA_2 \int_{\omega_2} L_{e1} \cdot \cos \epsilon_2 d\omega_2 \quad (2.11)$$

Die insgesamt von allen Elementen dA_2 empfangene Strahlungsleistung ergibt sich zu:

$$\phi_{e12} = \int_{A_2} \int_{\omega_2} L_{e1} \cdot \cos \epsilon_2 d\omega_2 dA_2 \quad (2.12)$$

Beide Wege müssen die gleiche Strahlungsleistung ϕ_{e12} ergeben. Das geht auch aus dem gleichen Aufbau der Gl. (2.11) und Gl. (2.12) hervor, die bis auf die den Betrachtungspunkt kennzeichnenden Indices übereinstimmen. Daher werden i.a. die Indices ganz weggelassen. Es gilt dann für die von einer Fläche 1 zu einer Fläche 2 übertragene Strahlungsleistung:

$$\phi_{e12} = \int_A \int_{\omega} L_{e1} \cdot \cos \epsilon d\omega dA \quad (2.13)$$

wobei $\cos \epsilon d\omega dA$ sich je nach Betrachtungsweise entweder auf die Fläche 1 gemäß Gl. (2.11) oder auf die Fläche 2 gemäß Gl. (2.12) beziehen. Anschaulicher erscheint der Weg 1, bei dem ausgehend von der Lichtquelle die Strahlung in Richtung zum Empfänger verfolgt wird. Gl. (2.13) ist das Grundgesetz der Strahlungsübertragung.

2.4.2 Geometrischer Fluss

Bei lambertförmiger Abstrahlung, d. h. Richtungsunabhängigkeit der Strahldichte L_{e1} gilt:

$$\phi_{e12} = L_{e1} \int_A \int_{\omega} \cos \epsilon \, d\omega \, dA \quad (2.14)$$

In diesem Fall setzt sich die übertragene Strahlungsleistung ϕ_{e12} aus 2 unabhängigen Größen zusammen. Einmal aus der energetischen Größe Strahldichte L_{e1} und zweitens einem rein geometrischen Ausdruck, der oft mit geometrischer Fluss G bezeichnet wird. Gl. (2.14) können wir dann schreiben:

$$\phi_{e12} = L_{e1} \cdot G \quad (2.15)$$

2.4.3 Übertragungsfaktoren

In der Praxis wird bei Lambertstrahlern aber weniger mit dem geometrischen Fluss G , sondern mit einem damit verwandten Übertragungsfaktor gearbeitet. Ausgangspunkt ist die von einer ebenen Fläche in den Halbraum abgestrahlte Strahlungsleistung, die sog. hemisphärische Strahlungsleistung. Dafür gilt nach Auswertung von Gl. (2.13):

$$\begin{aligned} d^2\phi_e &= L_e \cdot d\omega \cdot \cos\gamma \cdot dA \\ d\omega &= 2\pi \cdot \sin\gamma \cdot d\gamma \\ d\phi_e &= 2\pi \cdot L_e \cdot dA \int \cos\gamma \cdot \sin\gamma \, d\gamma \\ \phi_{eh} &= \pi \cdot A \cdot L_e \end{aligned} \quad (2.16)$$

wobei A die betrachtete Fläche und L_e ihre konstante Strahldichte bedeuten. Eine Fläche von 1 m^2 bei einer Strahldichte von 1 W/m^2 strahlt danach $\phi_{eh} = \pi \text{ W}$ in den Halbraum ab. Bezieht man die von 1 nach 2 übertragene Strahlungsleistung ϕ_{e12} auf die hemisphärische Strahlungsleistung, so kann man schreiben:

$$\phi_{e12} = f_{12} \cdot \phi_{eh} \quad (2.17)$$

Den Übertragungsfaktor f_{12} erhält man über Gl. (2.15):

$$f_{12} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\epsilon_1 \cdot \cos\epsilon_2}{r^2} \, dA_1 \, dA_2. \quad (2.18)$$

Der Übertragungsfaktor hängt nur von der Geometrie der Flächen 1 und 2 ab. Der Wertebereich liegt zwischen 0 und 1. Die Aufspaltung der übertragenen Strahlungsleistung in einen energetischen und einen geometrischen Faktor reduziert den Rechenaufwand erheblich. Zwischen Übertragungsfaktor und Raumwinkelprojektion gilt der Zusammenhang $f_{12} = \omega_p/\pi$.

Beispiel 2.5:

Es bedeutet z.B. $f_{12} = 0,7$, dass 70 % der von einer Fläche 1 in den Halbraum abgestrahlten Strahlungsleistung auf die Fläche 2 auftreffen.

2.4.4 Strahlungsübertragung bei optischer Abbildung

Im folgenden werden wichtige Eigenschaften der Strahlungsgrößen bei der optischen Abbildung von Objekten durch Linsen, Spiegel usw. behandelt. Vorausgesetzt wird, dass Strahlung nur reflektiert oder gebrochen wird, aber nicht gestreut.

Bild 2.9 zeigt schematisch eine Optik, die hier der Einfachheit wegen aus einer einzigen brechenden Fläche besteht. Ein Objekt der Fläche dA_1 wird in ein Bild der Fläche dA_2 abgebildet.

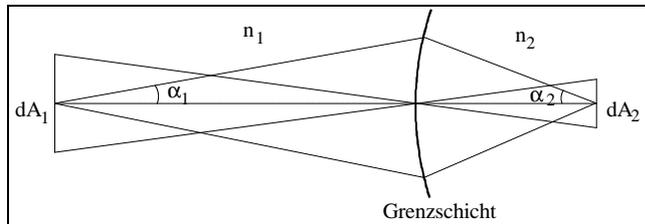


Bild 2.9:
Zur Invarianz der Strahldichte im optischen Strahlengang. Wir fragen nach der Strahldichte im Medium mit dem Brechungsindex n_2 bei gegebener Strahldichte im Medium n_1 .
(Reeb: "Grundlagen der Photometrie", S. 21)

Konstanz der übertragenen Strahlungsleistung

Die vom Objekt ausgehende und von der Optik erfasste Strahlungsleistung sei ϕ_{e1} . Die in die Bildebene einfallende Strahlungsleistung sei ϕ_{e2} . Aus energetischen Gründen sind bis auf unvermeidliche Absorptions- und Reflexionsverluste beide Strahlungsleistungen gleich groß:

$$\phi_{e2} = \tau \cdot \phi_{e1} \quad (2.19)$$

wenn τ der die Lichtschwächung kennzeichnende Transmissionsgrad der Optik (Wertebereich 0 bis 1) ist.

Invarianz der Strahldichte

Die von dA_1 ausgehende und in die Optik F einfallende Strahlungsleistung ist nach Gl. (2.16) bei lambertförmiger Abstrahlung:

$$d\phi_{e1} = L_{e1} \cdot dA_1 \int_{\omega_1} \cos \varepsilon_1 d\omega_1 = \pi \cdot L_{e1} \cdot dA_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 \quad (2.20)$$

wenn wir eine kegelförmige Einstrahlung annehmen. Entsprechend gilt für die auf dA_2 von der Optik F übertragene Strahlungsleistung:

$$d\phi_{e2} = \pi \cdot L_{e2} \cdot dA_2 \cdot \sin^2 \alpha_2 \quad (2.21)$$

Bei Berücksichtigung der Strahlungsverluste gilt:

$$L_{e2} \cdot dA_2 \cdot \sin^2 \alpha_2 = \tau \cdot L_{e1} \cdot dA_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 \quad (2.22)$$

Ferner machen wir von der sog. Sinusbedingung der optischen Abbildung Gebrauch, d.h.:

$$dA_2 \cdot \sin^2 \alpha_2 \cdot n_2^2 = dA_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot n_1^2 \quad (2.23)$$

Daraus folgt schließlich für die Strahldichte L_{e2} im optischen Medium n_2 :

$$L_{e2} = \tau \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cdot L_{e1} \quad (2.24)$$

Abgesehen von den Absorptions- und Reflexionsverlusten ist die reduzierte Strahldichte L/n^2 eine Invariante. Befinden sich Objekt und Bild im gleichen Medium, üblicherweise in Luft, dann bleibt bei der Abbildung die Strahldichte konstant.

Strahlstärke-Transformation

Dagegen hängt die Strahlstärke einer Optik von den Eigenschaften der Optik ab. Darauf beruht das Scheinwerferprinzip. Zum Beispiel wächst die axiale Strahlstärke eines Scheinwerfers mit der Fläche des Reflektors an. Es gilt für die Strahlstärke $I_e = A_r \cdot L$ wenn A_r die ausgeleuchtete Fläche des Scheinwerfers und L die Lichtquellenleuchtdichte bedeuten. Bei Leuchtenoptiken wird durch entsprechende Formgebung der Reflektorelemente erreicht, dass in eine bestimmte Richtung eine gewünschte Strahlstärke ausgestrahlt wird. Jedes Reflektorelement einer Optik strahlt nur in einer bestimmten Richtung ab. Die Strahlstärke in einer anderen Richtung wird von anderen Reflektorelementen übernommen. Sollen in bestimmten Richtungen relativ große Strahlstärken erzielt werden, dann muss notwendigerweise in anderen Richtungen die Strahlstärke geringer sein. Die von einer Optik insgesamt abgegebene Strahlungsleistung und die Strahldichte sind eine Invariante, die räumliche Strahlstärkeverteilung hängt von der Form der Optik ab.

Bestrahlungsstärkeberechnung

Aus der Definitionsgleichung (2.7) folgt mit Gl. (2.13) für die Bestrahlungsstärke auf der Fläche dA_2 :

$$E_e = \frac{d\phi_{e12}}{dA_2} = \int_{\omega_2} L_{e1} \cdot \cos\epsilon_2 \, d\omega_2 = \int L_{e1} \, d\omega_p \quad (2.25)$$

wobei $d\omega_p$ die Raumwinkelprojektion ist (siehe auch Gl. (2.11) und Bild 2.6). Für punktförmige Lichtquellen vereinfacht sich diese Beziehung zu dem sog. Photometrischen Entfernungsgesetz. Danach gilt für die Bestrahlungsstärke auf einer ebenen Fläche:

$$E_e = \frac{I_e}{r^2} \cdot \cos\epsilon_2 \quad (2.26)$$

Es bedeuten:

- E_e : die Bestrahlungsstärke auf einer ebenen Fläche in W/m^2 .
- I_e : die auf die Fläche zustrahlende Strahlstärke einer Lichtquelle in W/sr .
- r : der Abstand zwischen Lichtquelle und Fläche in m.
- ϵ_2 : der Winkel zwischen Flächennormale und Einstrahlrichtung.

2.5 Zur Messung der physikalischen Strahlungsgrößen

Physikalische Strahlungsgrößen wie Strahlungsleistung, Strahldichte, Strahlstärke, Bestrahlungsstärke werden im Prinzip wie die entsprechenden lichttechnischen Größen Lichtstrom, Leuchtdichte, Lichtstärke, Beleuchtungsstärke gemessen (siehe Vorlesung Photometrie und Farbmetrik). Der Unterschied liegt nur in der spektralen Empfindlichkeit der für die Messung verwendeten Empfänger. Zur direkten Messung der physikalischen Strahlungsgrößen benötigt man sog. schwarze Empfänger, bei denen die spektrale Empfindlichkeit unabhängig von der Wellenlänge ist, zumindest in dem Wellenlängenbereich, in dem eine merkliche spektrale Ausstrahlung erfolgt. Im sichtbaren Bereich erfüllen z.B. geschwärzte Thermoelemente oder pyroelektrische Empfänger annähernd diese Anforderung.

Strahlungsbewertung durch selektive physikalische Empfänger

Die Wirkung von lichtempfindlichen Empfängern hängt allgemein ab von:

- 1) der Strahlungsleistung, die auf den Empfänger einfällt.
- 2) der spektralen Empfindlichkeit des Empfängers für die jeweilige Wirkung.

Betrachten wir z.B. ein beleuchtetes Photoelement. Für den Photostrom gilt dann:

$$i_{\text{ph}} = k \int \phi_{e\lambda}(\lambda) \cdot s_r(\lambda) d\lambda \quad (2.27)$$

Es bezeichnen i_{ph} den Photostrom, k eine Empfängerkonstante, $\phi_{e\lambda}(\lambda)$ die spektrale Strahlungsleistung der beleuchtenden Lichtart und $s_r(\lambda)$ die relative spektrale Stromempfindlichkeit des Empfängers. Gl. (2.27) besagt, dass die Wirkung einer Strahlung ermittelt wird, indem Wellenlänge für Wellenlänge die physikalische Strahlungsleistung mit der Empfindlichkeitsfunktion des Empfängers multipliziert wird und dann alle Produkte addiert werden.

Voraussetzung für Gl. (2.27) ist Linearität zwischen Photostrom und Strahlungsleistung sowie Additivität der spektralen Wirkungsbeiträge.

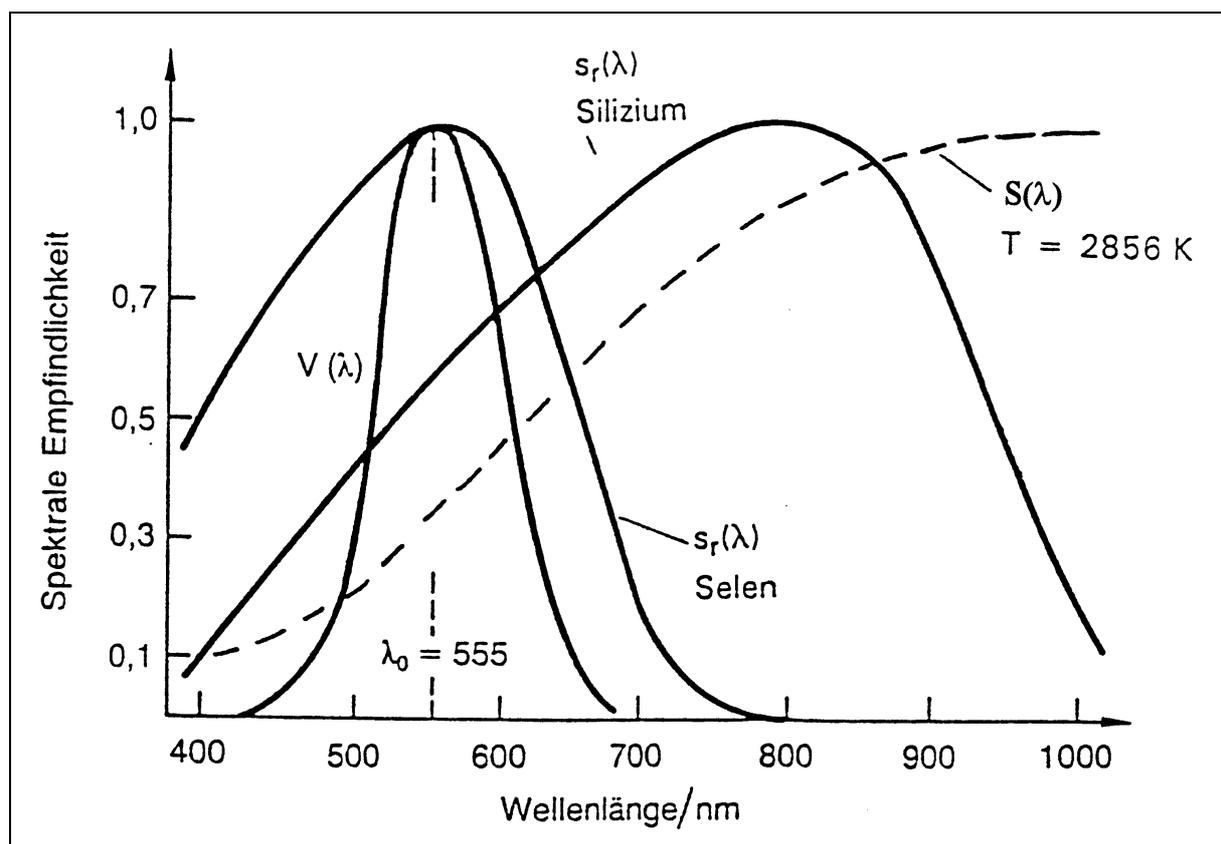


Bild 2.10:

Spektrale Empfindlichkeiten von lichtempfindlichen Empfängern. Dargestellt ist einmal die relative spektrale Stromempfindlichkeit für die physikalischen Empfänger Silizium und Selen. Ferner ist dargestellt die spektrale Hellempfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges für das Tagessehen, die sog. $V(\lambda)$ -Funktion. Gestrichelt gezeichnet ist die relative spektrale Strahlungsleistung $S(\lambda)$ eines Temperaturstrahlers bei einer Temperatur von 2856 K (sog. Normlichtlichtart A).

Spektrale Empfängerempfindlichkeit

Unter Empfindlichkeit versteht man allgemein ein Verhältnis von einer Wirkungsgröße Y zu einer Ursachengröße X , d.h.:

$$s = \frac{Y}{X} \quad (2.28)$$

Dabei ist X eine zweckmäßige Strahlungsgröße, z.B. die auf dem Empfänger vorhandene Bestrahlungsstärke. Die Wirkung Y hängt von der jeweiligen Empfängerart ab, z.B. Schwärzung eines Films oder Photostrom von lichtempfindlichen Empfängern. Wird der Empfänger mit spektralem Licht bestrahlt und bestimmt man für eine konstant gehaltene Wirkung Y_0 die zur Erzielung dieser Wirkung notwendige Strahlungsgröße $X(\lambda)$, so erhält man eine spektrale Empfindlichkeitsfunktion:

$$s(\lambda) = \frac{Y_0}{X(\lambda)} \quad (2.29)$$

Im allgemeinen ist $s(\lambda)$ eine eingipfelige Funktion mit einem Maximalwert bei einer Wellenlänge λ_0 . Man erhält dann für die relative spektrale Empfindlichkeit:

$$s_r(\lambda) = \frac{X(\lambda_0)}{X(\lambda)} \quad (2.30)$$

wobei $X(\lambda_0)$ der bei der Wellenlänge λ_0 gemessene Minimalwert und $X(\lambda)$ der bei der Wellenlänge λ gemessene Strahlungswert ist, um eine konstante Wirkung Y_0 , z.B. einen bestimmten Photostrom, zu erzielen.

Wichtig ist:

Eine spektrale Empfängerempfindlichkeit muss im allgemeinen bei konstanter Wirkung gemessen werden. Nur wenn strikte Linearität zwischen Ursachengröße X und Wirkungsgröße Y gewährleistet ist, kann die Messung einer spektralen Empfindlichkeit auch bei konstanter Ursachengröße X gemessen werden. Dann ist $s(\lambda) = Y(\lambda) / X_0$ und $s_r(\lambda) = Y(\lambda) / Y(\lambda_0)$, wenn $Y(\lambda_0)$ die maximale Wirkungsgröße bei der Wellenlänge λ_0 ist.

In Bild 2.10 sind die relativen spektralen Stromempfindlichkeits-Funktionen von Silizium und Selen dargestellt. Moderne Empfänger sind meist Silizium-Empfänger, deren maximale Empfindlichkeit zwischen 800 und 900 nm liegt.

Gl. (2.30) besagt, dass mit einem bestimmten Empfängertyp nur eine ganz spezifische Lichtwirkung gemessen werden kann, abhängig von der relativen spektralen Empfindlichkeit des Empfängers. Zur Messung von ungewichteten Strahlungsgrößen sind die Empfänger von Bild 2.9 völlig ungeeignet, da sie die Strahlung je nach Wellenlängenbereich unterschiedlich gewichten.

Zum Beispiel ist aus Bild 2.10 für den Siliziumempfänger bei einer Wellenlänge von 550 nm eine relative spektrale Empfindlichkeit von etwa 0,55 abzulesen. Die maximale relative spektrale Empfindlichkeit dieses Empfängers liegt bei 800 nm. Das bedeutet, dass im Vergleich zu einer Beleuchtung mit einer 800 nm Strahlung bei einer Beleuchtung mit 550 nm der Empfänger mit der $1/0,55$ d.h. 1,82-fachen Bestrahlungsstärke beleuchtet werden muss, um den gleichen Photostrom wie bei Beleuchtung mit 800 nm zu liefern.

Neben der absoluten und relativen spektralen Empfindlichkeit werden physikalische Empfänger durch ihre absolute Strahlungsempfindlichkeit, z.B. in $A/(W/m^2)$ oder ihre Lichtempfindlichkeit in A/lx charakterisiert, die allerdings von der spektralen Verteilung der beleuchtenden Lichtart abhängen.

3. Biologische Strahlungsbewertung

3.1 Spektrale Wirkungsfunktionen

Licht im optischen Spektralbereich verursacht einmal physikalische Wirkungen, z.B. den Photostrom bei photoelektrischen Empfängern. Licht hat aber auch bei Lebewesen, Pflanzen, Tieren und Menschen eine Reihe von spezifischen Effekten zur Folge, zum Beispiel:

- Pflanzenwachstum.
- Hautbräunung und andere UV-Wirkungen.
- Helligkeitswirkung bei Tieren und Menschen.

Offensichtlich hängt die biologische Wirkung neben der absoluten Bestrahlungsstärke und der Einwirkdauer auch von der spektralen Zusammensetzung des Lichtes ab: Bräunung z.B wird bei gleicher Bestrahlungsstärke-Dosis durch UV-Strahlung erheblich stärker verursacht als durch rein sichtbare Strahlung.

Auch biologische Wirkungen können durch spektrale Empfindlichkeitsfunktion beschrieben werden. Bild 3.1 links zeigt die relative spektrale Wirkungsfunktion für die Photosynthese mit 2 Maxima im blau-grünen und roten Spektralbereich. Eine Reihe von UV-Wirkungen zeigt Bild 3.1 rechts und zwar für die direkte Pigmentierung (Hautbräunung), die Erythemwirkung (Sonnenbrand) und die sehr unangenehme Bindehautentzündung durch sehr kurzwellige Strahlung im UVC-Bereich. Jede dieser UV-Wirkungen ist in einem bestimmten Wellenlängenbereich besonders ausgeprägt.

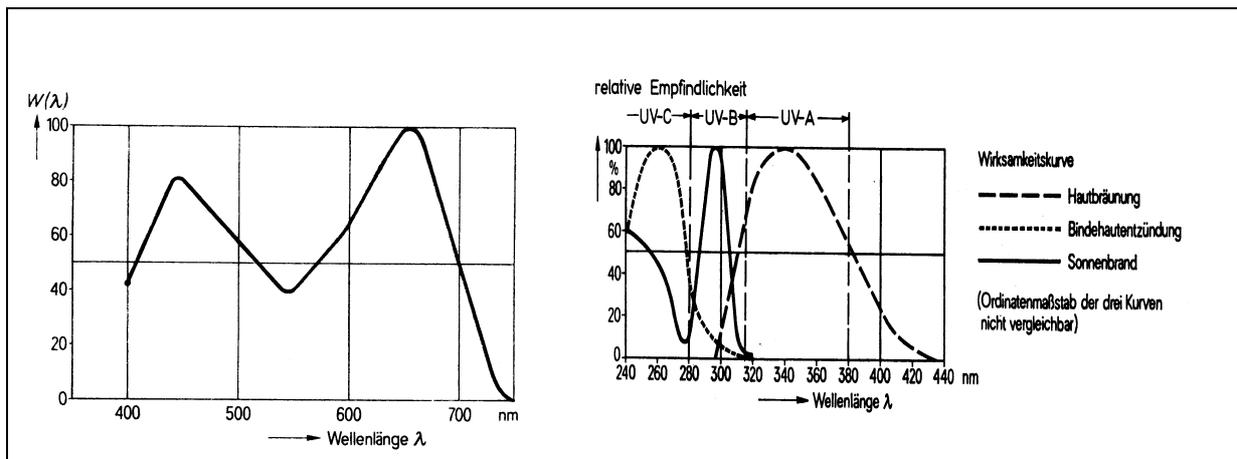


Bild 3.1:

Beispiele biologischer spektraler Wirkungsfunktionen. Links: Photosynthese. Rechts: UV-Wirkungen auf den Menschen. (Hentschel: "Licht und Beleuchtung", S. 43)

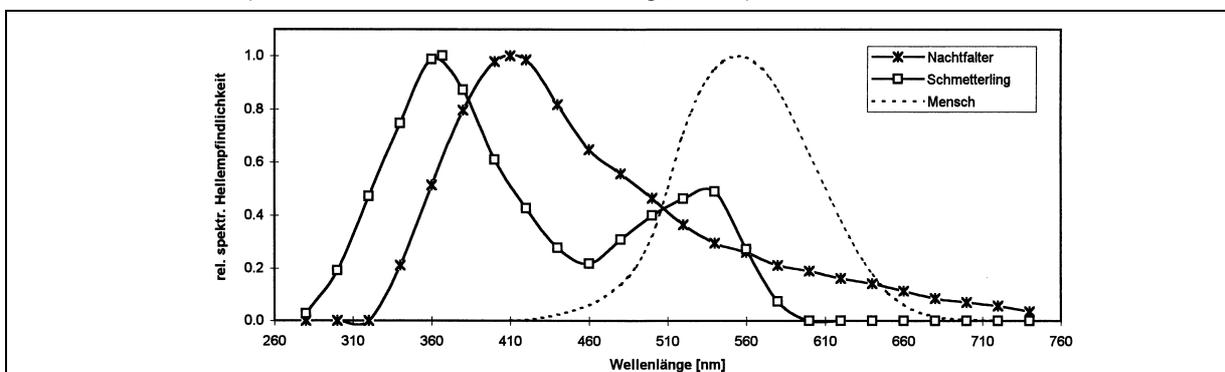


Bild 3.2:

Beispiele biologischer spektraler Wirkungsfunktionen: Relative Hellempfindlichkeit von Insekten im Vergleich zum Menschen. Diese speziellen biologischen Wirkungen werden als photobiologische Wirkungen bezeichnet.

Auch die IR-Strahlung hat spezifische Wirkungen auf den Menschen. Spektrale Empfindlichkeiten sind hier nicht bekannt. Es liegen aber Erfahrungen für die gute Verträglichkeit dieser Strahlung vor.

Besonders interessieren wir uns natürlich für die Wirkung Helligkeit. Bild 3.3 zeigt die relative spektrale Hellempfindlichkeits-Funktion für das helladaptierte Auge verschiedener Beobachter. Das Maximum liegt hier im grünen Spektralbereich bei etwa 550 nm. Die spektrale Hellempfindlichkeit von Tieren ist i.a. von der des Menschen verschieden, wie Bild 3.2 am Beispiel der Insekten zeigt, die im kurzwelligen Spektralbereich bedeutend empfindlicher sind als die Menschen. Dies erklärt, warum diese Tiere von mehr bläulichen Lichtquellen mehr angezogen werden als von rötlicheren.

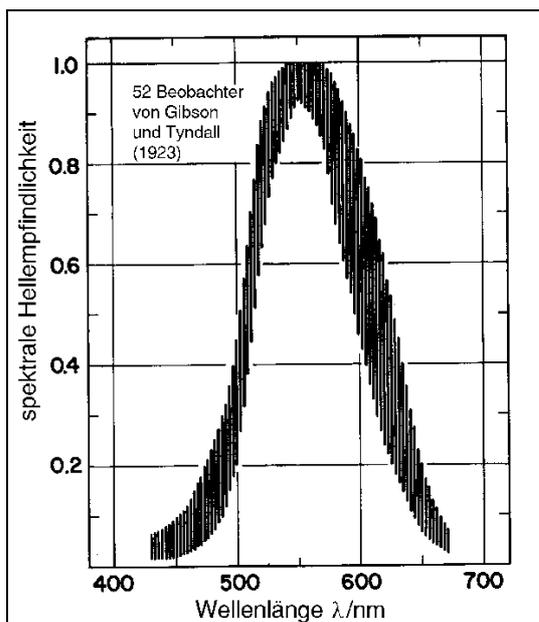


Bild 3.3:

Relative spektrale Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges unter Tageslichtbedingungen (hell adaptiertes Auge). Der schraffierte Bereich umfasst individuelle Einzelergebnisse normalsichtiger Beobachter nach Messungen von Gibson und Tyndall (1923). Diese Ergebnisse wurden bei der $V(\lambda)$ -Definition durch die CIE im Jahre 1924 mitberücksichtigt.

Messung von biologischen spektralen Wirkungsfunktionen

Spektrale Empfindlichkeits-Funktionen physikalischer Empfänger sollen bei konstanter Ausgangsgröße gemessen werden, um mögliche nichtlineare Zusammenhänge zwischen Wirkungs- und Ursachengröße zu umgehen. Bei physikalischen Empfängern kann auch bei konstantem Ursachenreiz gemessen werden, wenn Linearität zwischen Ursache und Wirkung besteht.

Dagegen ist die Messung von biologischen spektralen Wirkungsfunktionen bei konstanter Wirkungs- bzw. Ausgangsgröße zwingend erforderlich, weil biologische Systeme in der Regel nichtlinear sind. Bild 3.4 zeigt das Schema zur Messung biologischer Wirkungsfunktionen. Durch kontinuierliches Verändern der Amplitude der Teststrahlung werden Vergleichs- und Teststrahlung von der Versuchsperson auf gleiche Wirkung eingestellt. Gemessen wird mit einem schwarzen Empfänger die zum Abgleich erforderliche relative Strahlungsleistung der zu bewertenden spektralen Teststrahlung.

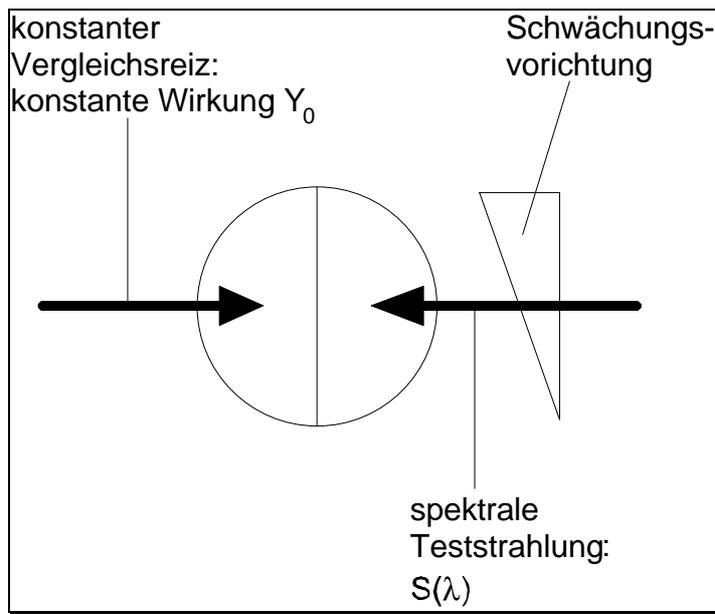


Bild 3.4: Schema zur Messung von relativen spektralen biologischen Wirkungsfunktionen. Die spektrale Teststrahlung $S(\lambda)$ wird mittels einer aselectiven Schwächungsvorrichtung auf die gleiche Wirkung wie die Vergleichsstrahlung Y_0 eingestellt. Gemessen wird die für den Wirkungsabgleich erforderliche relative Strahldichte der Teststrahlung. Der Abgleich muß im Prinzip nicht gleichzeitig oder örtlich nebeneinander erfolgen. Zur Messung der spektralen Abgleichsstrahlung wird ein aselectiver schwarzer Empfänger benötigt.

3.2 Photobiologisch wirksame Strahlungsgrößen

Wie bei physikalischen Empfängern gilt bei biologischen Empfängern die relative spektrale Wirkungsfunktion als Verhältnis der zur Erzielung einer konstanten Wirkung erforderlichen Strahlungsleistungen:

$$w_r(\lambda) = \frac{S(\lambda_0)}{S(\lambda)} \quad (3.1)$$

Es bedeuten:

$w_r(\lambda)$: die relative spektrale Wirkungsfunktion des biologischen Empfängers.

$S(\lambda_0)$: die minimale relative Strahlungsleistung bei der Wellenlänge λ_0 .

$S(\lambda)$: die relative Strahlungsleistung im Abgleichfall bei der untersuchten Wellenlänge λ .

Zwischen der Methodik zur Messung physikalischer und biologischer Wirkungsfunktionen liegt ein fundamentaler Unterschied. Die Feststellung der Wirkungsgleichheit für einen physikalischen Empfänger ist i.a. kein Problem. Linearität und Reproduzierbarkeit ist hier i.a. in hohem Maße erfüllt. Biologische Empfängersignale dagegen sind i.a. nichtlinear und meist mehr oder weniger rauschbehaftet. Biologische Empfängersignale streuen relativ stark. Die Messung von Empfindungswirkungen beim Menschen, z.B. Helligkeiten, Lautheiten, Wohlbefinden, Schmerz usw. erfolgt über Urteile von Versuchspersonen. Mit diesem Bereich des Messens befaßt sich die PSYCHOPHYSIK.

Beispiel

Bei der Messung der spektralen Wirkungsfunktion für die Direktpigmentierung muß das Vorhandensein einer definierten Bräunungsstufe, z.B. einer gerade wahrnehmbaren Bräunung, festgestellt werden. Dieses Urteil durch eine Versuchsperson wird statistisch schwanken, da es von zahlreichen inneren und äußeren Einflußfaktoren bestimmt wird. Bei der Messung der spektralen Hellempfindlichkeits-Funktion beim Menschen nach der Methode des Direktabgleichs muß die Gleichheit der Helligkeiten von verschiedenfarbigen Lichtern festgestellt werden. Es liegt also keine vollständige Gleichheit vor.

Überprüfung der Gleichheitseinstellungen

Die widerspruchsfreie Herstellung der Gleichheit von 2 Wirkungen bei unterschiedlichen Reizen lässt sich durch die sogenannten Äquivalenzrelationen empirisch überprüfen. Insbesondere muss die Bedingung der Transitivität erfüllt sein, d.h.:

$$\begin{array}{l} \text{wenn} \\ \text{dann muss gelten} \end{array} \quad \begin{array}{l} W_1 = W_2 \quad \text{und} \quad W_2 = W_3 \\ W_1 = W_3 \end{array} \quad (3.2)$$

Diese Bedingung ist z.B. beim direkten heterochromen Helligkeitsabgleich wegen der Verschiedenfarbigkeit der Vergleichs- und Teststrahlung nur näherungsweise erfüllt.

Definition physikalischer Wirkungsgrößen

Bei physikalischen Empfängern lässt sich bei gegebener spektraler Empfindlichkeit der jeweiligen Wirkungsgröße Y die spektral zusammengesetzte Wirkung mit Hilfe der Beziehung:

$$Y = s_{\max} \int X_{e\lambda}(\lambda) \cdot s_r(\lambda) d\lambda \quad (3.3)$$

bestimmen, wobei s_{\max} die maximale spektrale Empfindlichkeit, $X_{e\lambda}(\lambda)$ die physikalische Ursachengröße, z.B. die spektrale Bestrahlungsstärke $E_{e\lambda}(\lambda)$ und $s_r(\lambda)$ die relative spektrale Empfindlichkeit bedeuten. Ein Beispiel für Y ist der elektrische Strom lichtempfindlicher Empfänger.

Definition biologischer Wirkungsgrößen

Die biologische Wirkung z.B. der Helligkeit oder der Bräunungsstärke lässt sich dagegen durch Gl. (3.3) nicht beschreiben, da derartige Empfänger i.a. nichtlinear arbeiten. Für biologische Empfänger lässt sich lediglich die Gleichheit zweier Wirkungen gemäß:

$$E_{e\lambda}(\lambda_1) \cdot w_r(\lambda_1) = E_{e\lambda}(\lambda_2) \cdot w_r(\lambda_2) \quad (3.4)$$

vorhersagen, wenn $w_r(\lambda_i)$ die spektralen Wirkungsfunktionen und $E_{e\lambda}(\lambda_i)$ die auf den Empfängern vorhandenen Bestrahlungsstärken bedeuten.

Darauf aufbauend kann man auch für biologische Empfänger eine Strahlungsgröße definieren, die mit der primären biologischen Wirkung monoton zusammenhängt. Wir wollen diese photobiologisch wirksame Größe mit X_b bezeichnen und schreiben:

$$X_b = C \int X_{e\lambda}(\lambda) \cdot w_r(\lambda) d\lambda \quad (3.5)$$

Es bedeuten:

X_b : eine monoton mit der biologischen Wirkung zusammenhängende Strahlungsgröße.

Man findet dafür unterschiedliche Bezeichnungen, z.B. biologische Reizgröße, photobiologisch wirksame Größe, Erregungsgröße, Valenzgröße.

C : eine Normierungskonstante.

$X_{e\lambda}(\lambda)$: eine physikalische spektrale Strahlungsgröße, z.B. die spektrale Bestrahlungsstärke.

$w_r(\lambda)$: die relative spektrale biologische Wirkungsfunktion z.B. gemäß Bild 3.1 und 3.2.

Bei den photobiologischen Strahlungsgrößen, die zur Bewertung der UV-Wirkung dienen, wurde die Konstante $C = 1$ gesetzt.

Wichtig ist: Bei physikalischen Wirkungen ist oft eine lineare Strahlungsbewertung gegeben. Bei biologischen Wirkungen ist i.a. eine lineare Strahlungsbewertung von vornherein nicht vorhanden. Biologische Bewertungssysteme sind Äquivalenzsysteme.

Gesetzmäßigkeiten biologischer Wirkungsgrößen

Strahlungsabsorption:

Nur absorbierte Strahlung kann eine Wirkung ausüben. Wird eine Strahlung von einem Medium völlig durchgelassen, dann kann auch keine Wirkung auftreten.

Summationswirkung:

Das Zustandekommen einer bestimmten konstanten Strahlungswirkung nach Gl. (3.5) besagt, daß die Einzelwirkungen $X_{e\lambda}(\lambda) \cdot w(\lambda)$ sich unabhängig von den Wirkungen in anderen Wellenlängenbereichen addieren. Antagonistische Wirkungen werden ausgeschlossen. Bei Hell- und Farbempfindungen ist diese auch als Kreveld'sches Summationsgesetz bezeichnete Annahme weitgehend erfüllt. Ist diese Gesetzmäßigkeit erfüllt, dann spricht man auch von additiver Strahlungsbewertung.

Strahlungsdosis:

Photochemische und photobiologische Wirkungen werden weitgehend von der Anzahl der absorbierten Photonen bestimmt. Bei vielen aktinischen Reaktionen ist das Produkt aus photobiologischer Strahlungsgröße und Einwirkungsdauer für die Wirkung maßgebend, unabhängig wie sich beide Komponenten zusammensetzen (Gesetz von Bunsen Roscoe). Als Strahlungsdosis wird daher definiert:

$$H = t \int E_{e\lambda}(\lambda) \cdot w_r(\lambda) d\lambda \quad (3.6)$$

H ist die Bestrahlungsstärke-dosis und t die Dauer der Bestrahlung.

Strahlungsbelastung des Menschen

Hochfrequente Strahlung:

Von den beiden Komponenten der elektromagnetischen Strahlung ist es die elektrische Feldstärke, die von der menschlichen Haut absorbiert und dabei auch in Wärme umgesetzt wird.

Der menschliche Körper absorbiert nicht nur Strahlung, er gibt auch Strahlung ab. Ein Erwachsener strahlt aufgrund der Differenz zwischen Körpertemperatur und Umgebung eine Strahlungsleistung von etwa 100 W ab. Das ist pro Tag eine Strahlungsenergie von 2,4 kWh. Ein Großteil der Nahrungsaufnahme, der sog. Grundumsatz, muß diese Abstrahlung kompensieren.

Im städtischen Umfeld liegt die mittlere Strahlungsbelastung durch hochfrequente elektromagnetische Felder (Radio, Fernsehen, Funk) in Städten bei etwa 10^{-6} W/m². Wahrscheinlich ist dieser Wert unkritisch.

Sehr hohe Bestrahlungsstärken, etwa in der Nähe von Sendemasten, können allerdings im menschlichen Körper Temperaturerhöhungen von einigen Grad erzeugen.

Infrarot-Strahlung:

Thermische Strahlungsquellen wie Heizungen oder Lichtquellen können unangenehm hohe Bestrahlungsbelastungen verursachen. Die Behaglichkeitsgrenze liegt bei etwa 10^5 W/m^2 .

UV-Wirkungen:

Relativ gut untersucht ist die Wirkung der UV-Strahlung. Bild 3.1 z.B. zeigt drei wichtige Wirkungen:

- Konjunktivitis (Bindehautentzündung)
- Erythembildung (Sonnenbrand) im UVB-Bereich
- Direkte Pigmentierung im UVA-Bereich.

In der Mittagszeit bei Sonneneinstrahlung beträgt die horizontale Bestrahlungsstärke im UVA-Bereich etwa $30\text{-}50 \text{ W/m}^2$. Bei Solarien liegt sie bei etwa $100\text{-}300 \text{ W/m}^2$.

Es gelten etwa folgende Schwellenwerte für die photobiologisch wirksame Bestrahlungsstärke-Dosis gemäß Gl. (3.5):

- Konjunktivitis: $\bar{H}_b = 5 \cdot 10^1 \text{ Ws/m}^2$
- UV-Erythem: $\bar{H}_b = 5 \cdot 10^2 \text{ Ws/m}^2$
- Direktpigmentierung: $\bar{H}_b = 10^5 \text{ Ws/m}^2$

Beispiel 3.1:

Übliche Solarien erzeugen auf der Liegefläche eine konstante photobiologisch wirksame Bestrahlungsstärke von etwa $E_b = 10^2 \text{ W/m}^2$. Zur Erzielung einer gerade wahrnehmbaren Pigmentierung ist dann nach Gl. (4.5) eine Bestrahlungszeit von

$$t = \frac{\bar{H}_b}{E_b} = \frac{10^5 \text{ Ws/m}^2}{10^2 \text{ W/m}^2} \approx 1000 \text{ s}$$

d.h. etwa 15-20 min erforderlich.

Am konsequentesten wurde das Konzept der biologischen Strahlungsbewertung bei den lichttechnischen Größen durchgeführt.

4. Das lichttechnische Maßsystem

4.1 Das Bewertungsprinzip

Das Ziel der Lichttechnik besteht darin, dem Menschen in seinen wechselnden Umgebungen möglichst sichere und angenehme Sehbedingungen zu schaffen. Für die Entwicklung von Lichtquellen und von visuell fundierten Verfahren zur Bewertung der Beleuchtung ist von großem Vorteil, wenn die sichtbare Strahlung direkt gemäß der Helligkeits- und Farbwirkung bewertet wird. Eine Kennzeichnung der sichtbaren Strahlung allein durch physikalische Strahlungsgrößen würde zwar ein eindeutiges, aber ein äußerst unpraktikables Maßsystem ergeben.

Zum Beispiel:

Bei einer rein physikalischen Strahlungsbewertung wäre es ohne weiteres möglich, dass ein Raum, der mit einer Strahlungsleistung von z.B. 1000 W beleuchtet wird, insgesamt dunkler erscheint, als der gleiche Raum, der mit Lichtquellen beleuchtet wird, die nur 200 W abstrahlen. Das ist dann der Fall, wenn die 2. Lichtart in ihrer spektralen Verteilung sehr viel besser an die spektrale Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges angepasst ist als die 1. Lichtart.

Um die sichtbare Strahlung gemäß der Helligkeitswirkung bewerten zu können, wurde das lichttechnische Maßsystem eingeführt. Daneben gibt es ein farbmétrisches System, das auf dem trichromatischen Farbsehen und den Gesetzmäßigkeiten der additiven Farbmischung aufbaut.

Gemäß dem Prinzip der biologischen Strahlungsbewertung werden die lichttechnischen Größen aus den physikalischen Strahlungsgrößen durch spektrale Gewichtung von spezifischen spektralen Wirkungsfunktionen, und zwar den sogenannten spektralen Hellempfindlichkeitsfunktionen, abgeleitet.

Zusätzlich zeichnet sich das lichttechnische Maßsystem durch ein eigenes Einheitensystem aus. Die Einheit der Lichtstärke, die Candela (cd), ist eine der 7 Basiseinheiten des internationalen SI-Systems. Die Candela ist die einzige Basiseinheit, die nicht rein physikalischer Natur ist und auf physiologischen Eigenschaften beruht.

Allgemein kann man eine lichttechnische Größe wie folgt darstellen:

$$X = K \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{e\lambda}(\lambda) \cdot V^*(\lambda) \, d\lambda \quad (4.1)$$

Es bedeuten:

- X: eine bestimmte lichttechnische Größe z.B. die Leuchtdichte L.
- $X_{e\lambda}(\lambda)$: die spektrale Dichte der entsprechenden physikalischen Größe, z.B. die spektrale Strahldichte $L_{e\lambda}(\lambda)$
- $V^*(\lambda)$: eine bestimmte spektrale Hellempfindlichkeitsfunktion, z.B. die $V(\lambda)$ -Funktion, die spektrale Hellempfindlichkeitsfunktion des helladaptierten Auges, die das photometrische Basissystem definiert
- K: eine Konstante, die das physikalische und das lichttechnische Maßsystem verknüpft, z.B. $K_m = 683 \text{ lm/W}$ für das photometrische Basissystem.
- λ_1, λ_2 : die Wellenlängengrenzen des sichtbaren Bereichs, z.B. $\lambda_1 = 380 \text{ nm}$ bzw. $\lambda_2 = 780 \text{ nm}$.

Formal gesehen ist Gl. (4.1) genauso aufgebaut wie Gl. (3.3), die die Wirkung eines physikalischen Empfängers beschreibt. Es bestehen aber zwei grundsätzliche Unterschiede:

- 1) Die spektrale Hellempfindlichkeitsfunktion ist nicht mit physikalischen Methoden, sondern nur psychophysikalisch, d.h. über Urteile von Versuchspersonen messbar.
- 2) Die Bewertungsgröße X in Gl. (4.1) ist keine direkte Wirkungsgröße, z.B. die Helligkeitsempfindung, weil Empfindungsgrößen nicht linear mit dem sie verursachenden Reiz zusammenhängen. Die Bewertungsgröße X hängt aber monoton mit einer Empfindungsgröße zusammen.

In der Psychophysik unterscheidet man primär Empfindungsgrößen und Reizgrößen. In diesem Sinne sind die lichttechnischen Größen photometrische Reizgrößen. Gegenüber einer physikalischen Reizgröße, z.B. dem Photostrom eines physikalischen Empfängers, ist in einer lichttechnischen Größe eine spektrale Wirkungsfunktion integriert, die über subjektive bzw. psychophysikalische Methoden ermittelt wurde. Lichttechnische Größen werden auch als Erregungs- oder Valenzgrößen bezeichnet. Diese Bezeichnungen sind aber unscharf. Lichttechnische Größen sollen den Äquivalenzrelationen genügen. Danach soll gelten, dass zwei unter gleichen Bedingungen beobachtete, verschiedenfarbige Strahlungen die **gleichhell** erscheinen, die gleiche lichttechnische Maßzahl erhalten.

4.2 Spektrale Hellempfindlichkeits-Funktionen

Methodik

Wie in Abschnitt 3 erläutert wurde, lässt sich eine spektrale Wirkungsfunktion bei Nichtlinearität zwischen Ursachen- und Wirkungsgröße nur über die Methode der Gleichheitseinstellung ermitteln. In unserem Fall besteht also die Aufgabe für die Versuchsperson darin, monochromatische Strahlungen im sichtbaren Bereich im Vergleich mit einer konstanten Vergleichsstrahlung **gleichhell** einzustellen. Der Abgleich erfolgt mit Hilfe von speziellen Photometern, mit denen Vergleichs- und Messstrahlung miteinander verglichen werden.

Man unterscheidet drei Abgleichkriterien:

- 1) den heterochromen Direktabgleich (Bild 4.1 links)
Die direkt zu vergleichenden Strahlungen im zweigeteilten Photometerfeld sind verschiedenfarbig. Beide Felder sind heterochrom gleichhell einzustellen. Die Gleichheit ist also nur bedingt, da im Abgleichfall beide Felder verschiedenfarbig sind. Die Herstellung einer Helligkeitsgleichheit ist relativ schwierig und unsicher. Außerdem hat sich gezeigt, dass die Äquivalenzrelation der Transitivität nur näherungsweise erfüllt ist.
- 2) Flimmerabgleich (Bild 4.1 rechts)
Hier werden die zu vergleichenden Lichter nicht örtlich nebeneinander, sondern in einem einheitlichen Photometerfeld zeitlich nacheinander dargeboten. Liegt die Darbietungsfrequenz oberhalb der Farbverschmelzungsfrequenz, so wird eine einfarbige Mischfarbe wahrgenommen, die im allgemeinen ein Helligkeitsflimmern zeigt. Abgeglichen wird auf minimales Helligkeitsflimmern. Diese Methode ist annähernd transitiv und additiv.

3) den Trennkanten-Abgleich (Bild 4.1 links)

Hier besteht die Aufgabe darin, die Vergleichsstrahlung in einem Photometerfeld so zu verändern, dass die Trennkante der Photometerfelder minimal deutlich ist. Auch diese Methode liefert annähernd transitive und additive Ergebnisse.

Bild 4.1 zeigt den grundsätzlichen Versuchsaufbau zur Messung von spektralen Hellempfindlichkeits-Funktionen. Im links dargestellten Gesichtsfeld werden in einem zweigeteilten Photometerfeld die Vergleichs- und Teststrahlung nebeneinander dargestellt. Die Aufgabe der Versuchsperson besteht darin, durch Verändern der Amplitude der Teststrahlung beide Felder **gleichhell** einzustellen. Mögliche Abgleichkriterien sind wie erläutert entweder der Direktabgleich, der Trennkantenabgleich oder der Flimmerabgleich. Mit dem Photometerfeld im rechten Teil von Bild 4.1 wird nach dem Flimmer-Kriterium abgeglichen.

Im Abgleichfall wird mit einem schwarzen Empfänger die ins Auge gelangende relative Strahlungsleistung der Test- bzw. Messstrahlung gemessen. Daraus wird die spektrale Hellempfindlichkeit wie folgt bestimmt:

$$V^*(\lambda) = \frac{X_e(\lambda_0)}{X_e(\lambda)} \quad (4.2)$$

Es bedeuten:

$X_e(\lambda)$: die Abgleich-Strahlungsleistung (in relativen Einheiten) der zu bewertenden Teststrahlung bei der jeweiligen Wellenlänge λ .

$X_e(\lambda_0)$: die Abgleich-Strahlungsleistung der ins Auge gelangenden Strahlung bei derjenigen Wellenlänge λ_0 , bei der die Abgleich-Strahlungsleistung der ins Auge gelangenden Strahlung am geringsten ist. Bei der Bestimmung der spektralen Hellempfindlichkeitsfunktion für das photometrische Basissystem, der $V(\lambda)$ -Funktion, beträgt die Wellenlänge $\lambda_0 = 555 \text{ nm}$.

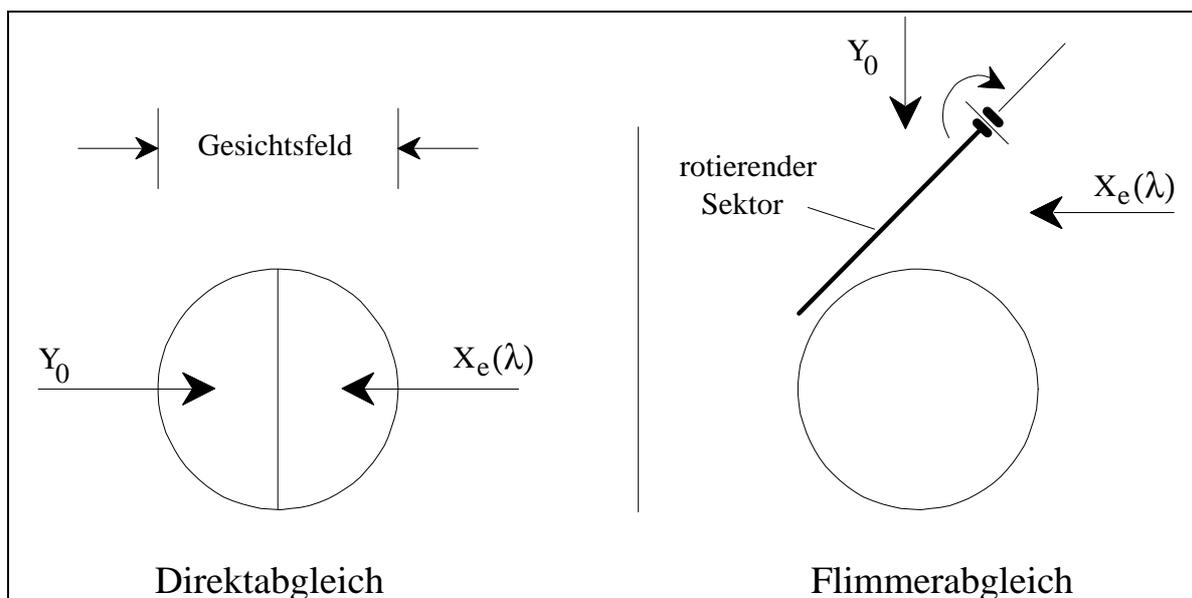


Bild 4.1:

Schematischer Versuchsaufbau zur Messung von spektralen Hellempfindlichkeits-Funktionen durch Helligkeitsabgleiche. Y_0 kennzeichnet die konstante Vergleichsstrahlung, z.B. eine unbunte Strahlung. $X_e(\lambda)$ ist die gleichhelle physikalische Strahlungsgröße.

Beispiel 4.1: Zur Messung einer spektralen Hellempfindlichkeitsfunktion $V^*(\lambda)$

| | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| Angenommen, die Helligkeitsabgleiche nach Bild 4.1 führten zu folgenden Ergebnissen: | | | | | |
| Wellenlänge | 450 nm | 500 nm | 550 nm | 600 nm | 650 nm |
| relative Abgleichstrahldichte | 950 | 100 | 45 | 80 | 450 |
| daraus berechnete spektrale Hellempfindlichkeit | 0,047 | 0,450 | 1 | 0,563 | 0,100 |
| In diesem Gedankenexperiment war bei der Wellenlänge von 550 nm die geringste Strahldichte für den Helligkeitsabgleich mit einer beliebigen Vergleichsstrahlung (z.B. einer weiß aussehenden Strahlung) notwendig. Für z.B. $\lambda = 450$ nm gilt dann: $V^*(450) = 45/950 = 0,047$. | | | | | |

Photometrischer Normalbeobachter

Die Internationale Beleuchtungskommission (CIE) hat im Jahre 1924 als Ergebnis umfangreicher Untersuchungen eine spektrale Hellempfindlichkeitsfunktion für normalsichtige Beobachter und für das helladaptierte Auge, d.h. bei Tageslichtbedingungen, festgelegt. Diese international genormte $V(\lambda)$ -Funktion definiert das photometrische Basissystem bzw. den photometrischen Normalbeobachter. Sie wurde unter folgenden Bedingungen gemessen:

- Helladaptiertes Auge, d.h. Adaptationsleuchtdichten ab mindestens 10 cd/m^2 .
- Foveale Beobachtung bei einem Gesichtsfeld von 2° .
- Vorwiegend Flimmerabgleich, aber auch Direktabgleich.

Zur Bestimmung der $V(\lambda)$ -Funktion wurden die sowohl die Flimmerabgleichsergebnisse als auch heterochromen Direktabgleichsergebnisse herangezogen. Heute weiß man, dass mit dem heterochromen Direktabgleich vor allem am Spektralenden signifikant größere spektrale Hellempfindlichkeitswerte gemessen werden als mit der Flimmermethode. Da die meisten Messungen aber mit der Flimmerabgleichmethode gemessen wurden, wird die $V(\lambda)$ -Funktion heute als eine flimmerphotometrisch gemessene Funktion interpretiert.

Die $V(\lambda)$ -Funktion ist eine genormte Mittelwertfunktion. Die individuellen Streuungen, besonders im kurzwelligen Bereich sind erheblich. Nach neueren Messungen sind die $V(\lambda)$ -Werte im Kurzwelligen auch im Mittel um den Faktor 2-3 zu gering. Unbeschadet dieser Einwände ist die $V(\lambda)$ -Funktion fest eingebürgert und ist die Basisfunktion der Photometrie.

Die ursprünglich zwischen 380 und 750 nm im Abstand von 10 nm tabellarisch festgelegten $V(\lambda)$ -Werte wurden inzwischen auf 360-830 nm extrapoliert und im Abstand von 1 nm interpoliert (siehe auch DIN 5031). Tafel I enthält die $V(\lambda)$ -Werte im Abstand von 5 nm, die für die meisten praktischen Aufgaben ausreichend sind.

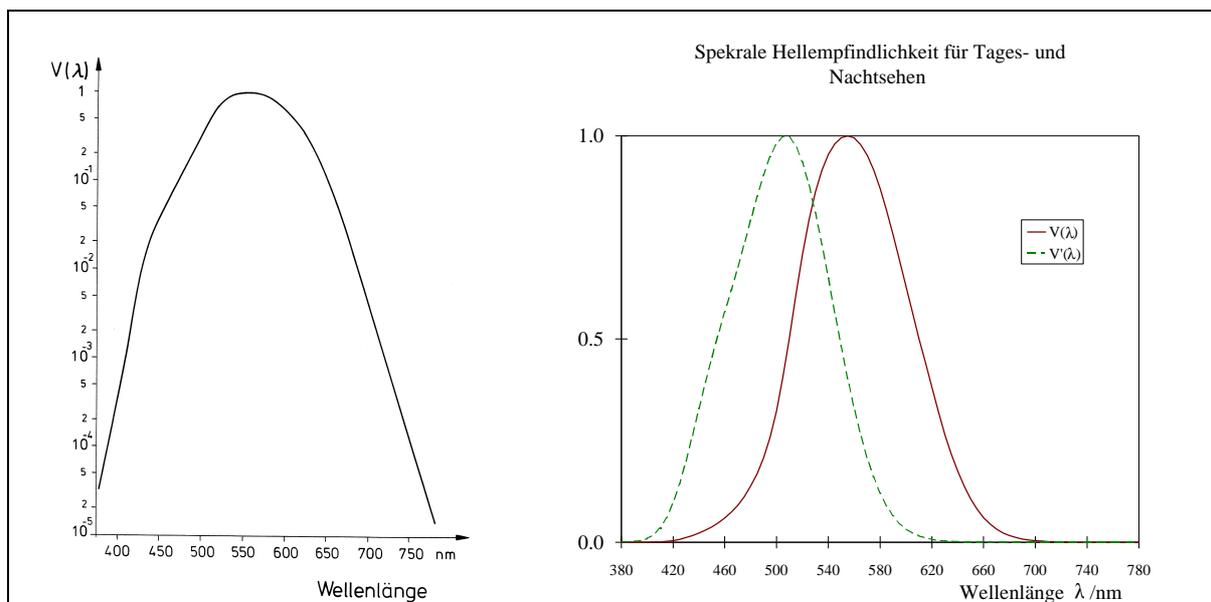


Bild 4.2:

Graphische Darstellungen der $V(\lambda)$ -Funktion. Links im logarithmischen, rechts im linearen Maßstab. Das rechte Bild enthält auch die sog. $V'(\lambda)$ -Funktion, die für das dunkeladaptierte Auge gilt.

Wie Bild 4.2 zeigt, ist das menschliche Auge bei Tage im mittleren Spektralbereich um 550 nm für die Wahrnehmung von Helligkeiten am empfindlichsten. Der genaue Wert für die maximale spektrale Hellempfindlichkeit liegt für den Normbeobachter bei 555 nm. Zu den Spektralenden fällt die $V(\lambda)$ -Funktion rapide ab.

Beispiel 4.2: Zur $V(\lambda)$ -Funktion

Zum Beispiel ist bei $\lambda = 500 \text{ nm}$ $V(\lambda) = 0,323$. Das bedeutet, dass die Strahldichte dieser 500-nm-Strahlung um das $1/0,323$ - bzw. das 3,2-fache größer sein muss als die Strahldichte der 555 nm-Strahlung, damit beide Strahlungen gleichhell erscheinen. Die Aussage etwa, dass bei der Wellenlänge 500 nm die Helligkeit das 0,323-fache im Vergleich zu 555 nm ist, ist falsch.

Neben der international genormten $V(\lambda)$ -Funktion hat die CIE eine Reihe anderer spezifischer Hellempfindlichkeits-Funktionen empfohlen. Die bekannteste ist die im Jahre 1951 festgelegte spektrale Hellempfindlichkeits-Funktion für das dunkel adaptierte Auge, die sog. $V'(\lambda)$ -Funktion (siehe Bild 4.2). Sie ist gegenüber der $V(\lambda)$ -Funktion zum Kurzwelligen verschoben. Ihr Maximum liegt bei 505 nm.

Bei den folgenden Betrachtungen über die Eigenschaften der $V(\lambda)$ -Funktion wird zunächst die Kenntnis der lichttechnischen Größen, vor allem der Leuchtdichte vorausgesetzt, die im folgenden Abschnitt 4.3 eingeführt werden. Auch wird zunächst die Kenntnis darüber vorausgesetzt, dass in der menschlichen Netzhaut zwei Empfängersysteme vorhanden sind. Einmal die bei Tage wirksamen Zapfen, von denen es drei verschiedene Spektraltypen gibt und zweitens die bei Nacht empfindlichen Stäbchen mit nur einer einzigen Spektraltype. (Siehe Abschnitt 6).

Das ursprüngliche angestrebte Ziel der Photometrie, dass zwei unter gleichen Bedingungen beobachtete, verschiedenfarbige Strahlungen, die gleichhell erscheinen, auch die gleiche Leuchtdichte besitzen, ist im allgemeinen nicht erfüllt. Diese Leuchtdichte-Helligkeits-Relation gilt streng nur unter den sehr spezifischen Bedingungen, unter denen $V(\lambda)$ gemessen wurde. Folgende physiologischen Effekte sind für die Abweichungen von der idealen Leuchtdichte-Helligkeits-Relation verantwortlich:

1. Der sogenannte Helmholtz-Kohlrausch Effekt

Experimentelle Helligkeitsabgleiche zeigen, dass bunte Strahlung bei direkter Beobachtung heller empfunden wird als es ihrer Leuchtdichte entspricht. Dies kommt daher, dass die subjektiv wahrgenommene Helligkeit einer Fläche sich grundsätzlich aus einer achromatischen und einer chromatischen Komponente zusammensetzt und in $V(\lambda)$ wegen des Flimmerabgleichs nur der achromatische und nicht der chromatische Anteil der Helligkeit enthalten ist.

Werden z.B. ein rotes und ein unbuntes Feld, die unter gleichen Bedingungen beobachtet werden, gleich hell empfunden, so ergibt die Messung mit einem Leuchtdichtemesser, dass die Leuchtdichte des roten Feldes etwa 2-3 mal geringer ist als die des unbunten Feldes.

Physiologisch wird der Helmholtz-Kohlrausch Effekt durch die spezielle neuronale Verarbeitung der drei Zapfensignale erklärt.

2. Der Purkinje-Effekt

Beim Nachtsehen (skotopischer Bereich) sind nur die Stäbchen der Netzhaut aktiv, deren spektrale Hellempfindlichkeit gegenüber der spektralen Hellempfindlichkeit der Zapfenempfänger zum Kurzwelligen verschoben ist. Bei gleicher Leuchtdichte ($V(\lambda)$ bewertete Strahlung) erscheint dann bläuliche Strahlung heller als rötliche. Die von der CIE eingeführte $V'(\lambda)$ -Funktion, siehe Bild 4.2, ermöglicht eine photometrische Bewertung des Purkinje-Effektes mit Hilfe der sog. Dunkelleuchtdichte.

Beim Dämmerungssehen (mesopischer Bereich) sind Zapfen und Stäbchen wirksam. Hier hängen die spektralen Hellempfindlichkeitsfunktionen vom Leuchtdichteniveau ab.

Das Grundsystem und für die Praxis wichtigste System der Photometrie basiert auf der $V(\lambda)$ -Funktion. Die im folgenden beschriebenen lichttechnischen Strahlungsgrößen beruhen alle auf dieser Funktion.

Aus physiologischer Sicht besitzt dieses Maßsystem den Mangel, dass bei verschiedenfarbigen Strahlungen nur sehr grob von Helligkeitsgleichheit auf Gleichheit der lichttechnischen Größe (und umgekehrt) geschlossen werden kann. Dieser Mangel ist aber physiologisch bedingt und im Prinzip unvermeidlich. Eine strikt helligkeitsbezogene Strahlungsbewertung kann aber mit Hilfe der Methodik einer Äquivalenten Leuchtdichte erfolgen.

4.3 Definition der lichttechnischen Strahlungsgrößen

Analog der vier strahlungsphysikalischen Grundgrößen Strahlungsleistung, Strahldichte, Strahlstärke und Bestrahlungsstärke unterscheiden wir vier lichttechnische Grundgrößen, nämlich:

- Lichtstrom ϕ analog der Strahlungsleistung ϕ_e
- Leuchtdichte L analog der Strahldichte L_e
- Lichtstärke I analog der Strahlstärke I_e
- Beleuchtungsstärke E analog der Bestrahlungsstärke E_e

Den Übergang von den strahlungsphysikalischen zu den lichttechnischen Größen wollen wir an Hand der Größen Strahlungsleistung und Lichtstrom vornehmen. Die anderen lichttechnischen Grundgrößen wollen wir vom Lichtstrom ableiten.

4.3.1 Lichtstrom von Lichtquellen oder Flächen

Lichtstrom ist $V(\lambda)$ -bewertete Strahlungsleistung. Gemäß dem allgemeinen Prinzip spektral bewerteter Strahlungsgrößen nach Gl. (4.1) ist der Lichtstrom definiert zu:

$$\phi = K_m \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi_{e\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda \quad (4.3)$$

Es bedeuten:

$\phi_{e\lambda}(\lambda)$: die spektrale Strahlungsleistung der zu bewertenden Strahlung in W/nm.

$V(\lambda)$: die spektrale Hellempfindlichkeitsfunktion des CIE Normalbeobachters.

λ_1, λ_2 : die Grenzen des sichtbaren Bereichs, i.a. $\lambda_1 = 380 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 780 \text{ nm}$.

K_m : das maximale photometrische Strahlungsäquivalent mit dem gültigen Wert $K_m = 683 \text{ lm/W}$. Es verknüpft das strahlungsphysikalische und das lichttechnische Maßsystem.

Die Einheit des Lichtstroms ist 1 Lumen (lm). Sie leitet sich aus der Basiseinheit Candela ab (siehe Abschnitt 4.3.5).

In Bild 4.3 ist die Lichtstrombestimmung nach Gl. (4.3) graphisch erläutert. Die beiden Funktionen $\phi_{e\lambda}(\lambda)$ und $V(\lambda)$ werden multipliziert und aufaddiert. Die Fläche unter der Kurve $\phi_{e\lambda}(\lambda) \cdot V(\lambda)$ mit K_m multipliziert ergibt den Lichtstrom ϕ .

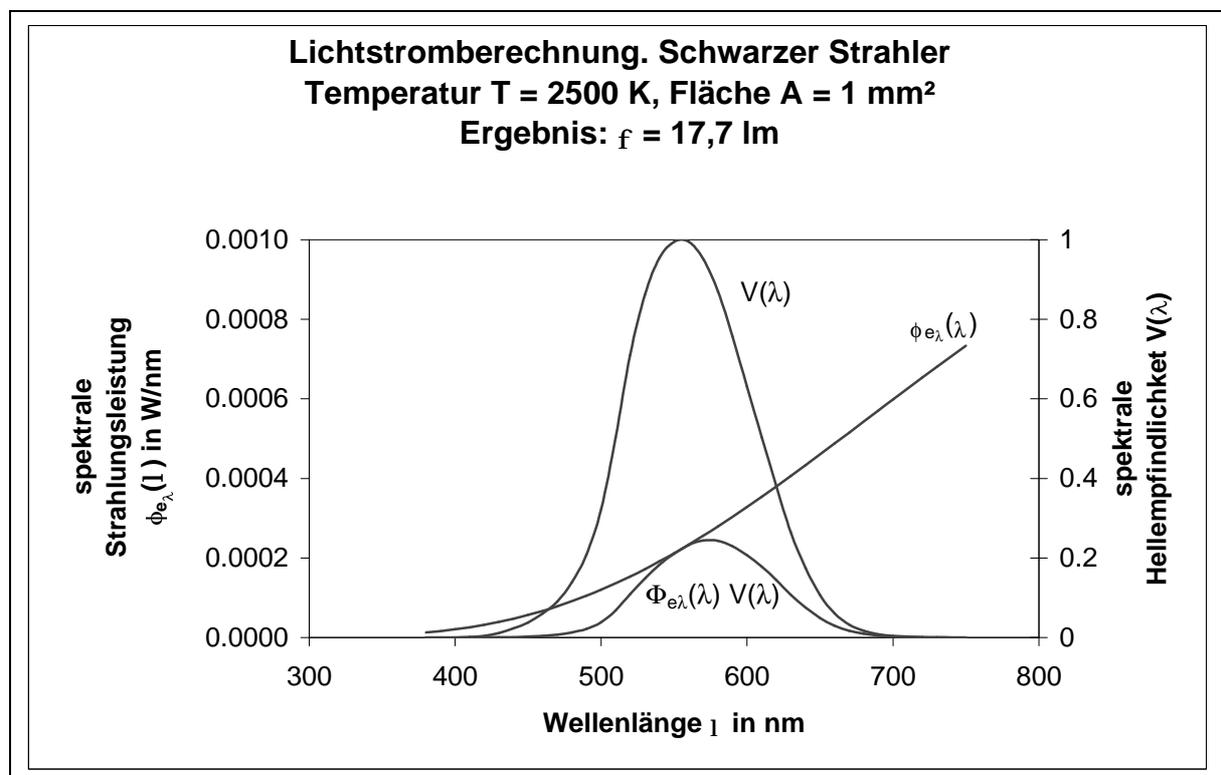


Bild 4.3:

Zur Bestimmung des Lichtstromes einer Lichtquelle aus der spektralen Strahlungsleistung $\phi_{e\lambda}(\lambda) = \pi L_{e\lambda}(\lambda) A$ und der $V(\lambda)$ -Funktion gemäß Gl. (4.3). Die spektrale Strahldichte $L_{e\lambda}(\lambda)$ wurde mit dem Planck'schen Gesetz nach Gl. (2.2) für eine wahre Temperatur T von 2500 K berechnet. Für die strahlende Fläche A wurde 1 mm^2 angenommen. Man erhält dann einen Lichtstrom ϕ von 17,7 lm.

Zum Beispiel kann man aus Lampenkatalogen folgende Werte für den Lichtstrom technischer Lichtquellen entnehmen:

| Lampentyp | Lampenlichtstrom | Lichtausbeute |
|--|------------------|---------------|
| Allgebrauchslampe 100 W | 1400 lm | 14 lm/W |
| Standard Leuchtstofflampe 36 W, Lichtfarbe weiß | 2850 lm | 79* lm/W |
| Standard Quecksilberdampf- Hochdrucklampe 125 W | 6300 lm | 50* lm/W |
| Standard Natriumdampf-Hochdrucklampe 70 W | 4600 lm | 66* lm/W |

Tabelle 4.1:

Typische Lampenlichtströme.

*) bei Berücksichtigung der Verlustleistung der Vorschaltgeräte etwa 10 % weniger.

Zusätzlich zum in den Vollraum abgestrahlten Lichtstrom der Lichtquellen ist in Tabelle 4.1 ist auch die sog. Lichtausbeute als Verhältnis von Lichtstrom der Lichtquelle zur aufgenommenen elektrischen Leistung eingetragen. Gasentladungslampen sind danach erheblich effektiver für die Erzeugung von Licht als Glühlampen. Allerdings ist bei Gasentladungslampen der Leistungsverlust durch Vorschaltgeräte zu berücksichtigen, wodurch sich die sog. Systemlichtausbeute etwas verringert.

Lichtstromangaben beziehen sich auch auf die Zu- und Abstrahlung von Flächen. Zum Beispiel könnte man die Angabe finden, dass in ein Fenster durch die natürliche Himmelsbeleuchtung ein Lichtstrom von 50 000 lm eintritt, oder dass von der Wand eines Raumes 10 000 lm abgestrahlt werden.

4.3.2 Leuchtdichte von leuchtenden oder beleuchteten Flächen

Auch die Leuchtdichte lässt sich analog der Lichtstrombeziehung nach Gl. (4.3) definieren. Sie ist demnach eine $V(\lambda)$ -bewertete Strahldichte. Entsprechendes gilt für die anderen lichttechnischen Grundgrößen. Wir wollten jedoch die lichttechnischen Größen Leuchtdichte, Beleuchtungsstärke, Lichtstärke aus dem Lichtstrom ableiten.

Die Leuchtdichte einer Lichtquelle oder beleuchteten Fläche in einer bestimmten Richtung kennzeichnet die Flächendichte der Lichtausstrahlung. Sie ist gleich dem Verhältnis von in einem Raumwinkelement abgestrahlten Lichtstrom zum Raumwinkel und zur scheinbaren Lichtaustrittsfläche (siehe Bild 4.4), d.h.:

$$L = \frac{d^2\phi}{d\omega \cdot dA \cdot \cos\varepsilon} \quad (4.4)$$

Es bedeuten:

$d^2\phi$: der im Raumwinkel $d\omega$ abgestrahlte Lichtstrom.

$d\omega$: der betrachtete Raumwinkel in einer bestimmten Richtung.

dA : das betrachtete Flächenelement, dessen Leuchtdichte in einer bestimmten Richtung bestimmt werden soll.

ε : der Winkel zwischen betrachteter Lichtausstrahlrichtung und der Flächennormale.

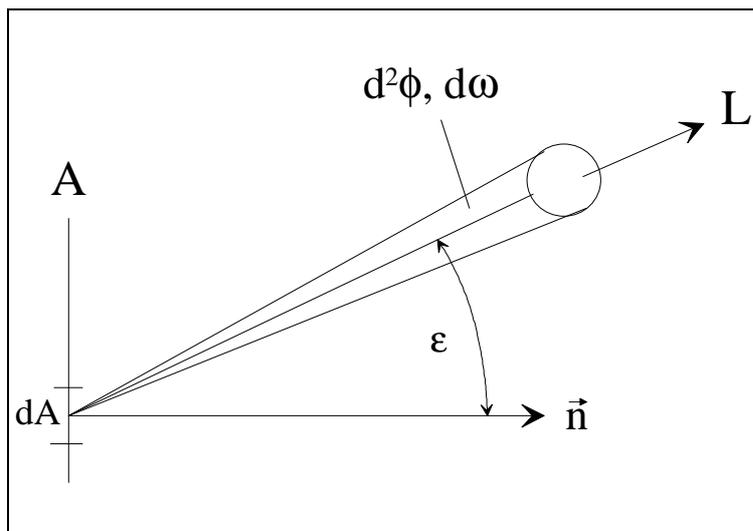


Bild 4.4:

Zur Definition der Leuchtdichte. Sie ist das Verhältnis des Lichtstroms, der in einem Lichtbündel geführt wird, zum Raumwinkel dieses Lichtbündels und zur scheinbaren Fläche des leuchtenden Flächenelementes aus der Sicht der betrachteten Richtung.

Die Einheit der Leuchtdichte ist cd/m^2 , abgeleitet aus der Beziehung zwischen Leuchtdichte und Lichtstärke, wonach die Leuchtdichte das Verhältnis von Lichtstärke und scheinbarer leuchtender Fläche ist. Ebenso wie die Strahldichte ist auch die Leuchtdichte eine skalare Richtungsgröße, aber kein Vektor.

Die Leuchtdichte ist diejenige lichttechnische Größe, die mit der Hellempfindung und allgemein auch mit der visuellen Leistungsfähigkeit im engsten Zusammenhang steht. Ist das Auge an ein bestimmtes Beleuchtungsniveau adaptiert, so erscheinen näherungsweise Objekte umso heller, je größer ihre Leuchtdichte ist. Die Relation wird gestört durch die Induktionswirkung benachbarter Flächen. Wir werden sehen, dass die Leuchtdichte eines Objektes proportional ist zur Beleuchtungsstärke auf der Netzhaut des Auges, die wiederum die Erregung der lichtempfindlichen Rezeptoren bestimmt. Daraus folgt:

- 1) Zwei unter gleichen Bedingungen gleich hell erscheinende Strahlungen sollen idealerweise leuchtdichtegleich sein.
- 2) Die Helligkeit von Objekten wird maßgeblich durch ihre Leuchtdichten bestimmt.
- 3) Die Sichtbarkeit der Sehobjekte hängt vor allem ab von ihren Leuchtdichtekontrasten und den Umgebungsleuchtdichten.

Allerdings gilt der Schluss von Helligkeitsgleichheit auf Leuchtdichtegleichheit nur bedingt. Verantwortlich dafür sind eine große Anzahl z.T. noch wenig erforschter Effekte, insbesondere:

- Die Induktionswirkung benachbarter Flächenelemente.
- Der Helmholtz-Kohlrausch-Effekt.
- Der Purkinje-Effekt.

Tabelle 4.2 zeigt typische Leuchtdichten von Lichtquellen und beleuchteten Flächen. Daraus kann man entnehmen, dass in Innenräumen die Leuchtdichten für sichere und angenehme Sehbedingungen zwischen etwa 50 und 200 cd/m² liegen sollten.

Tabelle 4.2:
Typische Leuchtdichtewerte.

| Lichtquelle | Leuchtdichten |
|--|--|
| Sonne | 1,5·10 ⁹ cd/m ² |
| Bedeckter Himmel | 5·10 ³ cd/m ² |
| Leuchtstofflampen | 10 ⁴ cd/m ² |
| Arbeits- und Raumflächen gut beleuchteter Arbeitsräume | 20 ... 200 cd/m ² |
| Nächtliche Straßenbeleuchtung (Fahrbahn) | 0,5 ... 2 cd/m ² |
| Nächtlicher Himmel im Freien | 10 ⁻³ ...10 ⁻⁴ cd/m ² |

4.3.3 Beleuchtungsstärke von beleuchteten Flächen

Die Beleuchtungsstärke E auf einer Fläche ist ein Maß für die Menge der Lichteinstrahlung. Sie ist gleich dem Verhältnis des Lichtstromes, der auf eine Fläche fällt, zur Größe dieser Fläche, unabhängig von der Art der Fläche und der Art der Einstrahlung, d.h.:

$$E = \frac{d\phi}{dA} \quad (4.5)$$

Hier bedeuten, siehe auch Bild 4.5:

$d\phi$: der auf eine Fläche dA einfallende Lichtstrom.

dA : die Größe der Fläche.

Die Einheit ist 1 lux (lx) wobei $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$ ist.

Je nach Art der Fläche unterscheidet man planare, zylindrische oder sphärische Beleuchtungsstärken (siehe Bild 4.5). Planare Beleuchtungsstärken werden durch ihre Flächenneigung angegeben, z.B. horizontale und vertikale Beleuchtungsstärken. Bei horizontalen Beleuchtungsstärken wird oft auf den Zusatz horizontal verzichtet.

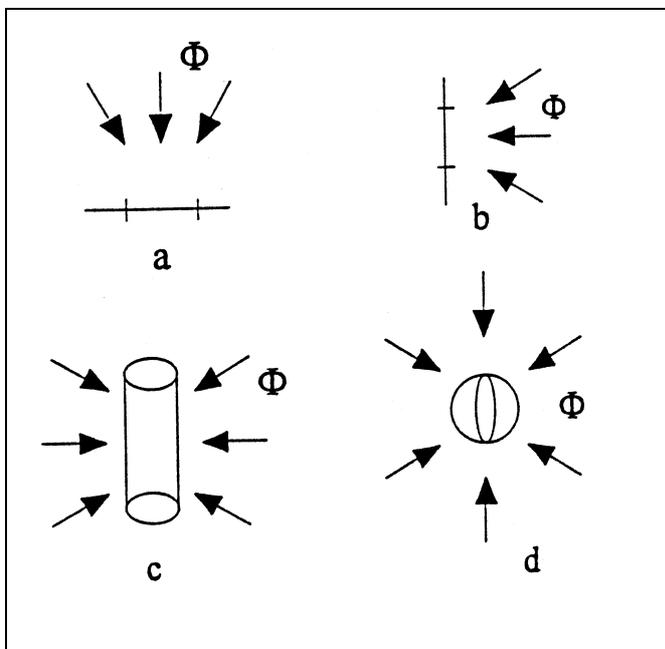


Bild 4.5:

Man unterscheidet Beleuchtungsstärken je nach Art der Empfängerfläche, z.B.

- horizontale (a)
- vertikale (b)
- zylindrische (c)
- sphärische (d).

Am einfachsten zu messen sind horizontale und vertikale Beleuchtungsstärken mit Hilfe eines ebenen Photoelementes. Zur Messung z.B. der sphärischen Beleuchtungsstärke muss das einstrahlende Licht mit einer diffus transmittierenden Kugel erfasst werden.

Die Beleuchtungsstärke ist für differentiell kleine Flächenelemente definiert. Reale Messflächen ergeben eine mittlere Beleuchtungsstärke. Beispiel zeigt Tabelle 4.3. Da Beleuchtungsstärken den auf eine Fläche auffallenden Lichtstrom beschreiben, kann man nicht unbedingt von der Höhe des Beleuchtungsniveaus auf das Helligkeitsniveau schließen, da die Leuchtdichte einer beleuchteten Fläche von der Beleuchtungsstärke und dem Reflexionsgrad der beleuchteten Fläche abhängt.

Tabelle 4.3:

Typische Beleuchtungsstärkewerte.

| Art der Umgebung | Beleuchtungsstärken |
|--|---------------------|
| Im Freien bei klarer Atmosphäre u. hohem Sonnenstand | bis ca. 120 000 lx |
| Diffuser Himmel | 5000 - 20 000 lx |
| Gut beleuchtete Büro-Arbeitsräume | 500 - 1000 lx |
| Operationsfeld Beleuchtung | bis 100 000 lx |
| Im Freien bei Mondlicht | etwa 0,5 lx |

4.3.4 Lichtstärke von Lichtquellen

Die Lichtstärke kennzeichnet die Lichtausstrahlung der gesamten Lichtquelle in einer bestimmten Richtung (Siehe Bild 4.6). Sie ist definiert als das Verhältnis des Lichtstroms in einem Raumwinkelelement zur Größe dieses Raumwinkelelementes:

$$I = \frac{d\phi}{d\omega} \quad (4.6)$$

Leuchtdichten von Lichtquellen können sich auf deren Teilflächen beziehen. Lichtstärken dagegen beziehen sich stets auf die gesamte Lichtquelle.

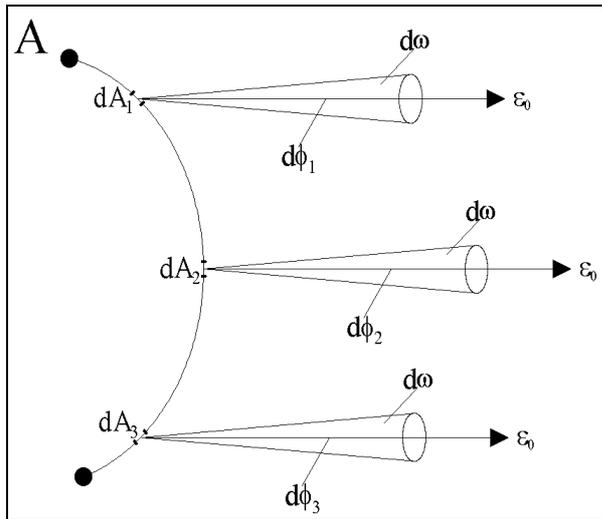


Bild 4.6:
Zur Lichtstärkedefinition. Der von einer Lichtquelle in eine Richtung ϵ_0 in einem Raumwinkelelement $d\omega$ abgestrahlte Lichtstrom $d\phi$ ist die Summe aller Teillichtströme $d\phi_i$ ($i = 1, 2, 3, \dots$) der Flächenelemente dA_i . Der Quotient $d\phi$ zu $d\omega$ ist die Lichtstärke der Lichtquelle in dieser Richtung. Eine direkte messtechnische Umsetzung dieses Modells wäre unpraktikabel. Lichtstärken werden mit Hilfe des photometrischen Entfernungsgesetzes über eine Messung der Beleuchtungsstärke und des Abstandes bestimmt.

Die Schwierigkeit des Lichtstärkebegriffs liegt in der Erfassung der Lichtstromelemente $d\phi_i$ bei jeweils gleicher Richtung. Wird dazu ein einziger Empfänger verwendet, so müsste sich dieser in sehr großem Abstand von der Lichtquelle befinden. Der Lichtstärkebegriff ist somit nur auf sog. Punktlichtquellen anwendbar.

Scheinwerfer und Reflektoren erzeugen gezielte Lichtstärkeverteilungen, die das Licht in gewünschte Richtungen lenken, z.B. bei Kraftfahrzeug-Scheinwerfern und Innenraumleuchten. Sie werden durch ihre räumliche Lichtstärkeverteilung (LVK) charakterisiert. Für die Lichtstärke $I(\varphi, \gamma)$ einer Optik in einer durch die Winkel φ, γ bestimmten Richtung gilt allgemein:

$$I(\varphi, \gamma) = \rho \cdot A_s \cdot L \quad (4.6a)$$

wobei bedeuten:

ρ : der Reflexionsgrad des Reflektors.

A_s : die scheinbare Fläche des Reflektors aus der Sicht der betrachteten Richtung.

L : die Lichtquellenleuchtdichte.

Bei z.B. einem idealen Parabolspiegel, sind alle Spiegelemente so orientiert, dass alle aus dem Brennpunkt des Spiegels kommenden Lichtstrahlen, in dem sich die Lichtquelle befindet, parallel zur Achse reflektiert werden. Folglich wird nur in Achsenrichtung eine mit der Reflektorfläche zunehmende Lichtstärke abgestrahlt; in alle anderen Richtungen ist die Lichtstärke idealerweise gleich 0.

Tabelle 4.4:

Typische Lichtstärkewerte.

| Quelle | Kerze | Glühlampe 100 W | Fernlicht/PK axial | Mond | Sonne |
|--------------------|----------|-----------------|--------------------|--------------|--------------|
| Lichtstärke | 1 - 2 cd | 10^2 cd | 10^4 cd | 10^{17} cd | 10^{27} cd |

4.4 Lichteinheit, Lichtnormal

Alle Basiseinheiten wie z.B. Meter, Sekunde, Ampere usw. müssen über Einheiten-Normale technisch realisiert werden, um über ein System von Zwischennormalen die Messgeräte der entsprechenden Grundgrößen kalibrieren zu können.

Als Lichteinheit wurde international die Einheit der Lichtstärke, die Candela, festgelegt.

Bis 1944 wurde die Candela durch die HEFNER-Kerze realisiert, deren Abmessungen, Baustoffe und Betriebsbedingungen genau vorgeschrieben waren. Ihre Lichtstärke wurde als 1 cd festgelegt. Neben der HEFNER-Kerze wurden auch spezielle Glühlampen ,sog. Internationale Kerzen, als Lichtnormal verwendet. Die Reproduzierbarkeit dieser Normale war allerdings gering. Die Lichtstärke anderer Lichtquellen konnte mit diesen Lichtnormalen nach den Methoden der visuellen Photometrie bestimmt werden.

Im Jahre 1944 wurde vom Internationalen Amt für Maß und Gewicht eine auf der Strahlung des Schwarzen Körpers beruhende Lichteinheit eingeführt. Sie wurde in den Staatslaboratorien (in Deutschland ist dies die Physikalisch-Technische Bundesanstalt in Braunschweig: PTB) durch einen Hohlraumstrahler gemäß Bild 4.7 dargestellt. Ein Thoriumrohr von ca. 1,5 mm Durchmesser ist von erhitztem Platin umgeben. Gemessen wird während der Abkühlphase des erstarrenden Platins. Als Lichtstärke von 1 cd wurde eine Schwarze Strahlung (Hohlraumstrahlung) bei der Temperatur des erstarrenden Platins definiert (damals 2042 K), deren strahlende Fläche $1,67 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ beträgt. Die Leuchtdichte des Hohlraumstrahlers ist dann $L = I/A = 1 \text{ cd}/1,67 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 = 6 \cdot 10^5 \text{ cd/m}^2$.

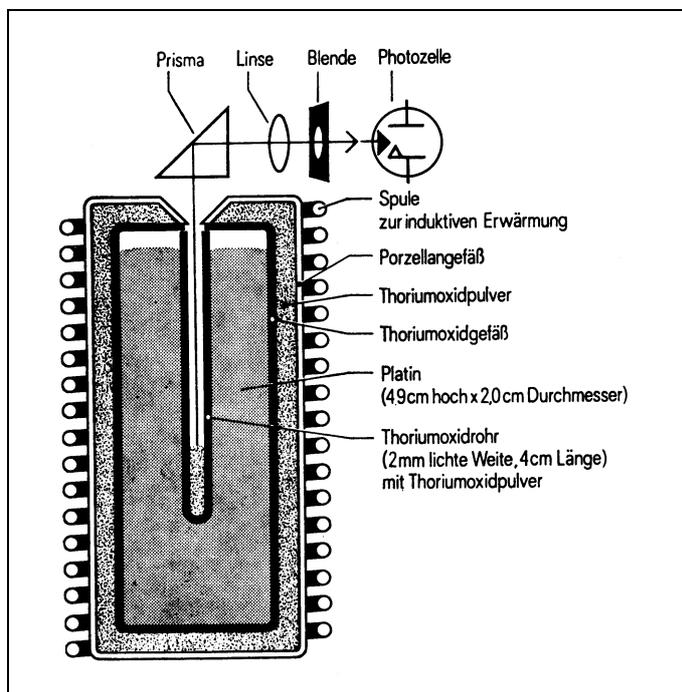


Bild 4.7:

Bis 1979 wurde die Lichteinheit durch einen Hohlraumstrahler dargestellt, dessen Strahlung durch die Temperatur von erstarrendem Platin erzeugt wurde.

(Hentschel: "Licht und Beleuchtung", S. 39)

Die Erstarrungstemperatur von Platin und die Planck'schen Strahlungskonstanten c_1 und c_2 hängen jedoch von der Definition der Internationalen Temperaturskala (ITS) ab und damit auch das maximale photometrische Strahlungsäquivalent K_m . Nach z.B. der ITS-1968 mit einer Erstarrungstemperatur $T = 2045 \text{ K}$ und den Konstanten $c_1 = 3,7415 \cdot 10^{-16} \text{ mW}$ und $c_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ mK}$ wurde $K_m = 673 \text{ lm/W}$ erhalten.

Der Betrieb des Platinstrahlers nach Bild 4.7 war mit großen technischen Schwierigkeiten verbunden. Verwirrend war auch die Abhängigkeit von K_m von der Internationalen Temperaturskala.

Im Jahre 1979 wurde daher die Lichteinheit nicht auf eine Lichtquelle, sondern auf einen schwarzen Empfänger zurückgeführt.

Heutige Definition der Lichteinheit:

Nach der heute gültigen Definition, die auf der 16. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1979 in Paris festgelegt wurde, ist 1 cd die Lichtstärke einer Strahlungsquelle in einer bestimmten Richtung, die eine Frequenz von $5,40 \cdot 10^{14}$ Hz aussendet und deren Strahlstärke $1/683$ W/sr beträgt.

In Luft entspricht eine Frequenz von $5,40 \cdot 10^{14}$ Hz einer Wellenlänge von 555 nm, bei der $V(\lambda) = 1$ ist. Aufgrund dieser Definition ist das maximale photometrische Strahlungsäquivalent $K_m = 683$ lm/W nunmehr eine echte Konstante.

Tatsächlich arbeiten die Staatslaboratorien heute mit sorgfältig gewarteten Lichtquellen, meist Glühlampen, als Lichtnormale. deren Werte mit der heute gültigen Definition der Lichteinheit in Übereinstimmung gebracht wurde.

Lichtstärkenormale z.B. sind im allgemeinen spezielle Glühlampen, bei denen in einem Prüfschein die axiale Lichtstärke bei genau definierter Stromstärke angegeben ist. Lichtstromnormale gibt es im allgemeinen für spezielle Lichtquellentypen, z.B. Glühlampen, Leuchtstofflampen oder LED's.

4.5 Raumwinkelprojektionsgesetz und Photometrisches Entfernungsgesetz

Raumwinkelprojektionsgesetz

Eine Grundaufgabe in der Lichttechnik ist die Berechnung von Beleuchtungsstärken auf einem Flächenelement, das von einer ausgedehnten leuchtenden Fläche bzw. einer ausgedehnten Lichtquelle beleuchtet wird. Beispiele für ausgedehnte Lichtquellen sind Fenster, leuchtende Decken oder allgemein Lichtquellen, deren Abmessungen gegenüber dem Abstand zum betrachteten Punkt nicht relativ klein sind.

Allgemein gilt für den von einer Fläche dA_1 zu einer Fläche dA_2 übertragenen Lichtstrom, siehe auch Abschnitt 2.4.1:

$$d^2\phi_{12} = L_1 \cdot \frac{(dA_1 \cdot \cos\epsilon_1) \cdot (dA_2 \cdot \cos\epsilon_2)}{r^2} \quad (4.7)$$

wobei bedeuten:

- L_1 : die Leuchtdichte der Lichtquelle 1.
- dA_1, dA_2 : die Flächenelemente der Lichtquelle 1 und des Empfängers 2.
- ϵ_1, ϵ_2 : die Richtungswinkel, siehe Bild 2.7 und Bild 2.8.

Mit $d\omega_2 = dA_1 \cdot \cos\epsilon_1 / r^2$ gilt dann für die Beleuchtungsstärke auf einem Flächenelement analog zu Gl. (2.25):

$$E = \int L \cdot d\omega_2 \cdot \cos\epsilon_2 \quad (4.8)$$

und bei konstanter Leuchtdichte und Weglassung der Indices:

$$E = L \int d\omega_2 \cdot \cos \epsilon_2 = L \cdot \omega_p \quad (4.9)$$

wobei $\omega_p = \int d\omega_2 \cdot \cos \epsilon_2$ als Raumwinkelprojektion bezeichnet wird (siehe auch Bild 2.6). Der Wertebereich von ω_p liegt zwischen 0 und π .

Raumwinkelprojektionen lassen sich für beliebige Sender-Empfänger-Konfigurationen berechnen. Zum Beispiel gilt für die Projektion eines Halbraumes auf ein horizontales Flächenelement $\omega_p = \pi$ oder für die Projektion einer Kreisscheibe auf ein ebenes, senkrecht auf der Achse stehendes Flächenelement $\omega_p = \pi \cdot \sin^2 \alpha$, wenn α der halbe Öffnungswinkel ist. Somit gilt für die Beleuchtungsstärke auf diesem Flächenelement:

$$E = \pi \cdot L \cdot \sin^2(\alpha) \quad (4.10)$$

wenn α der halbe Öffnungswinkel der Kreisscheibe ist.

Photometrisches Entfernungsgesetz

Die Berechnung der Beleuchtungsstärke auf einer Fläche dA_2 ist dann besonders einfach, wenn die beleuchtende Lichtquelle als Punktlichtquelle angesehen werden kann.

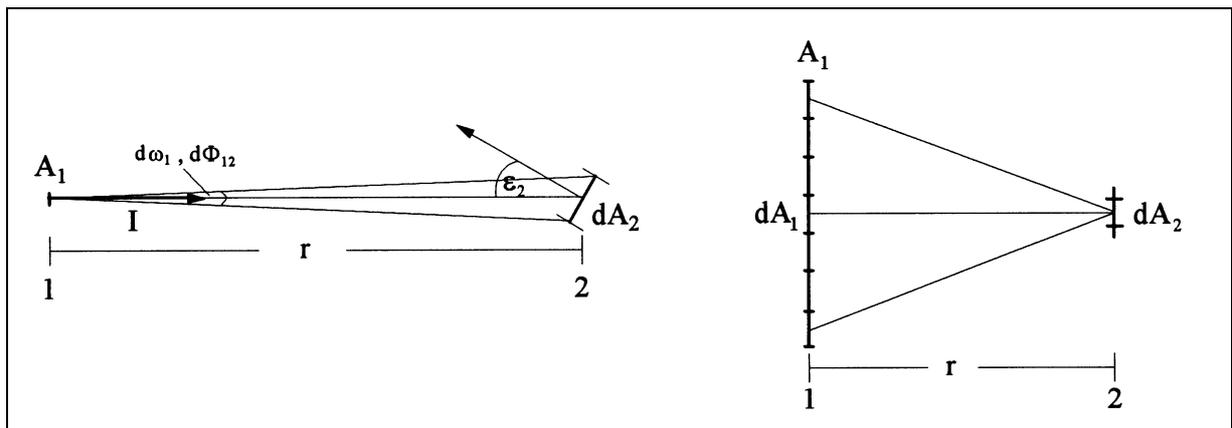


Bild 4.8:

Zum Photometrischen Entfernungsgesetz. Das linke Bild zeigt eine punkttartige Lichtquelle, weil die Abstände aller Punkte von A_1 zu dA_2 etwa gleich groß sind. Das ist im rechten Bild offensichtlich nicht der Fall.

Die Lichtstärke einer punkttartigen Lichtquelle ist $I = d\phi_{12}/d\omega_1$. Die Beleuchtungsstärke auf dem Element dA_2 ist $E = d\phi_{12}/dA_2$. Setzt man für $d\omega_1 = dA_2 \cdot \cos \epsilon_2 / r^2$, so erhält man für die Beleuchtungsstärke auf dem Flächenelement dA_2 :

$$E = \frac{d\phi_{12}}{dA_2} = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \epsilon_2 \quad (4.11)$$

Es bedeuten:

E: die Beleuchtungsstärke auf einem Flächenelement in lx.

I: die Lichtstärke der Lichtquelle in Richtung zum Flächenelement in cd.

r: der Abstand zwischen Lichtquelle und Fläche in m.

ϵ_2 : der Winkel zwischen Lichteinfallrichtung und Flächennormale.

Da in Gl. (4.11) die Raumwinkeldimension in sr nicht mitgeschrieben wurde, muss die Lichtstärke in cd und der Abstand in m eingegeben werden, um die Beleuchtungsstärke in lx zu erhalten.

Beispiel 4.3:

Der Lichtstrom einer 100 W Allgebrauchsglühlampe beträgt bei Nennspannung 1400 lm. Bei Annahme einer räumlich gleichmäßigen Lichtabstrahlung beträgt dann die Lichtstärke $I = \phi/\omega = 1400/4\pi = 111,4$ cd. In einem Abstand von z.B. 3 m wird dann auf einer Fläche senkrecht zur Lichteinstrahlrichtung ($\epsilon_2 = 0$) eine Beleuchtungsstärke von $E = 111,4/9 = 12,5$ lx erzeugt.

Das Problem bei der Anwendung des photometrischen Entfernungsgesetzes besteht darin, ob die Lichtquelle im konkreten Fall als Punktlichtquelle betrachtet werden kann.

Bei ausgedehnten Lichtquellen sind wie in Bild 4.8 die Abstände r der Flächenelemente dA_1 zur beleuchteten Fläche dA_2 unterschiedlich groß. Auch bei örtlich homogener Lichtausstrahlung ist dann der Beitrag der Randflächen geringer als der der zentralen Flächen. Die Berechnung nach Gl. (4.11) würde dann zu große Beleuchtungsstärken ergeben.

Die Anwendung des photometrischen Entfernungsgesetzes ist daher immer mit einem gewissen Fehler behaftet. Die photometrische Grenzentfernung ist als derjenige Abstand definiert, von dem ab die Lichtquelle als punktförmig angesehen werden kann. Als Faustregel gilt, dass der Abstand zwischen Lichtquelle und Empfänger größer als das etwa 10fache der mittleren Lichtquellenausdehnung betragen sollte.

Der Fehler hängt neben dem Abstand zwischen Lichtquelle und Empfänger auch von der räumlichen Lichtverteilung der Lichtquelle ab. Bei z.B. einer kreisförmigen Lichtquelle und lambertförmiger Ausstrahlung gilt für den Fehler $f = (E_p - E_k)/E_k$ (E_p = Beleuchtungsstärke, ermittelt durch das Photometrische Entfernungsgesetz, E_k = exakte Beleuchtungsstärke für eine kreisförmige Lichtquelle) die Beziehung:

$$f = \left(\frac{h}{r}\right)^2 \quad (4.12)$$

wenn r den Lichtquellenabstand und h den effektiven Radius der Lichtquelle bedeuten. Für einen Fehler von z.B. $f = 1\% = 0,01$ ist dann das Verhältnis $r/h = 10$.

4.6 Gestreute und gerichtete Reflexion

4.6.1 Lambertstrahler

Als Lambertstrahler haben wir bisher Lichtquellen mit richtungsunabhängiger Strahlendichte oder Leuchtdichte bezeichnet. Aber auch vollkommen streuend reflektierenden, d.h. matten Flächen wird diese Bezeichnung zugeordnet. Die Leuchtdichte einer solchen Fläche ist dann unabhängig von der Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung. Tatsächlich ist diese Eigenschaft nur mehr oder weniger näherungsweise erfüllt. Unter sehr flachen Winkeln einfallende Strahlung reflektiert bei allen Materialien mehr oder weniger spiegelnd. In der Praxis wird aber sehr oft vom Idealfall der vollkommen diffusen Reflexion Gebrauch gemacht.

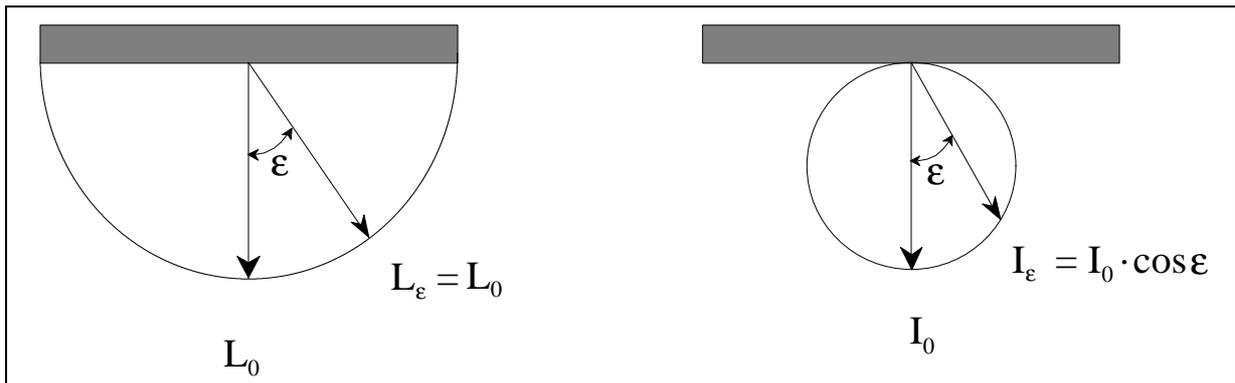


Bild 4.9:

Bei lambertförmigen Strahlern (Lichtquellen oder beleuchteten Flächen) ist die abgestrahlte Leuchtdichte unabhängig von der Beobachtungsrichtung (links). Ihre Lichtstärke dagegen nimmt mit $\cos \epsilon$ ab.

Ist L die Leuchtdichte einer beleuchteten Fläche der Größe A , so gilt nach Gl. (2.16) für den in den zugehörigen Halbraum abgestrahlten Lichtstrom:

$$\phi_h = \pi \cdot L \cdot A \quad (4.13)$$

Gl. (4.13) erhält man wie folgt: Das Raumwinkelement eines Kegels mit dem halben Öffnungswinkel ϵ ist $d\omega = 2\pi \cdot \sin \epsilon \cdot d\epsilon$. Dann gilt mit $I = I_0 \cdot \cos \epsilon$:

$$\phi_h = \int_{\epsilon} I(\epsilon) d\omega = 2\pi \int_{\epsilon} I_0 \cdot \sin \epsilon \cdot \cos \epsilon d\epsilon = \pi \cdot I_0 \cdot \sin^2 \epsilon .$$

Mit $\epsilon = 90^\circ$ und der Lichtstärke in Richtung der Flächennormalen I_0 wird dann $\phi_h = \pi \cdot I_0 = \pi \cdot L \cdot A$.

Angenommen, die Beleuchtungsstärke auf einer ideal matten Fläche sei E . Der auffallende Lichtstrom ist dann $A \cdot E$. Ist ρ ihr Reflexionsgrad, dann wird reflektiert $\rho \cdot A \cdot E$. Mit Gl. (4.13) gilt dann für die Leuchtdichte einer ideal matten, beleuchteten Fläche:

$$L = \frac{1}{\pi} \cdot \rho \cdot E \quad (4.14)$$

Es bedeuten:

- L : die Leuchtdichte der vollkommen streuend reflektierenden Fläche in cd/m^2 .
- ρ : der Reflexionsgrad der Fläche (Wertebereich 0 bis 1).
- E : die Beleuchtungsstärke auf der Fläche in lx .

Gl. (4.14) ist für die Beleuchtungstechnik von großer Bedeutung, weil damit von Beleuchtungsstärken, die im Rahmen von lichttechnischen Planungen berechnet wer-

den, auf die für das Sehen maßgeblichen Leuchtdichten von matten Flächen geschlossen werden kann.

Beispiel 4.4:

Für Büroarbeitsplätze wird nach DIN 5035 eine horizontale Beleuchtungsstärke von 500 lx empfohlen. Bei einem Reflexionsgrad für weißes, mattes Papier von $\rho = 0,8$ erscheint dann das Papier unter einer Leuchtdichte von:

$$L = \frac{1}{\pi} \cdot \rho \cdot E = \frac{1}{\pi} \cdot 0,8 \cdot 500 = 127 \text{ cd/m}^2.$$

Bei diffus reflektierenden Flächen hängt deren Leuchtdichte nur von der darauf befindlichen Beleuchtungsstärke und ihrem Reflexionsgrad ab, unabhängig von der Geometrie der Einstrahlung und der Beobachtung und unabhängig von der Leuchtdichte der Lichtquelle.

4.6.2 Gerichtete Reflexion und Brechung

Glatte Oberflächen (z.B. polierte Metalloberflächen) reflektieren das Licht gerichtet bzw. spiegelnd. Siehe Bild 4.10 links. Bei optisch klaren Medien (z.B. Glas) tritt an der Grenzfläche Reflexion und Brechung auf. Siehe Bild 4.10 rechts.

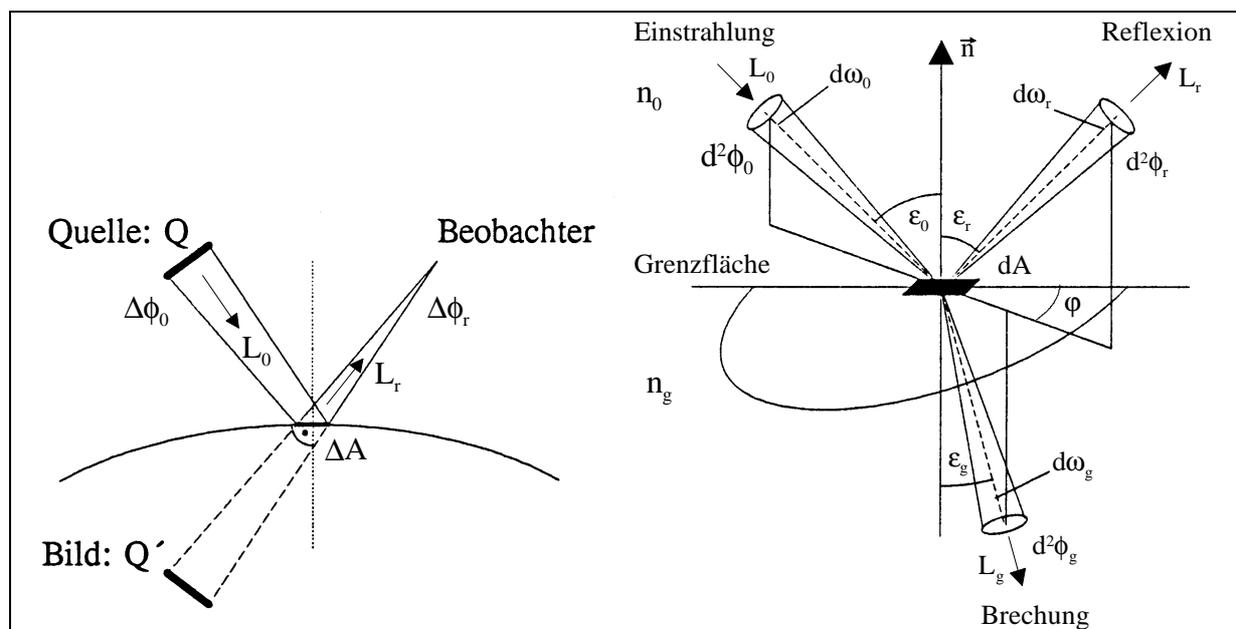


Bild 4.10:

Links: Gerichtete Reflexion an einer spiegelnden Oberfläche.

Rechts: Reflexion und Brechung an der Grenzschicht zweier optisch klarer Medien.

Einfallender, reflektierter und gebrochener Strahl liegen in einer Ebene, die durch den einfallenden Strahl und die Flächennormale \vec{n} im Auftreffpunkt P gebildet wird. Es gelten die bekannten Beziehungen gemäß Gl. (1.2) und Gl. (1.3):

Spiegelgesetz: $\epsilon_0 = \epsilon_r$.

Brechungsgesetz: $\sin \epsilon_0 / \sin \epsilon_g = n_g / n_0$,

wobei bedeuten:

ϵ_0 : der Einstrahlungswinkel.

ϵ_r : der Reflexionswinkel.

ϵ_g : der Brechungswinkel.

n_0 : der Brechungsindex im einstrahlenden Medium, z.B. Luft.

n_g : der Brechungsindex im Medium nach der Grenzfläche, z.B. Glas.

Reflexion an spiegelnden Flächen, z.B. Metallen (Bild 4.10 links)

Scheinwerfer und Spiegeloptiken beruhen auf dem Spiegelgesetz. Der Raumwinkel des reflektierten Lichtbündels bleibt unverändert, d.h. $d\omega_r = d\omega_0$. Auch der reflektierte Lichtstrom bleibt bis auf Reflexionsverluste erhalten. Es gilt $\phi_r = \rho_r \cdot \phi_0$, wenn ϕ_0 der einfallende, ϕ_r der reflektierte Lichtstrom und ρ_r der gerichtete Reflexionsgrad bedeuten. Auch die reflektierte Leuchtdichte bleibt bis auf die Reflexionsverluste unverändert, d.h.:

$$L_r = \rho_r \cdot L_0 \quad (4.15)$$

Der Beobachter sieht ein seitenverkehrtes Bild Q' mit der Leuchtdichte L_r , unabhängig von der Entfernung. Das photometrische Entfernungsgesetz gilt ab Q bzw. Q' und nicht ab ΔA .

Reflexion und Brechung an optisch klaren Flächen, z.B. Glas (Bild 4.10 rechts)

Für die an optisch klaren Medien reflektierte Leuchtdichte gilt wiederum $L_r = \rho_r \cdot L_0$. Die gebrochene Leuchtdichte L_g erhält man über folgende Beziehungen:

$$d^2\phi_g = (1 - \rho_r) d^2\phi_0 \quad (4.16)$$

mit dem gebrochenen Lichtstrom ϕ_g . Mit $d^2\phi_g = L_g \cdot dA \cdot \cos\epsilon_g \cdot d\omega_g$ sowie $d\omega_g = \sin\epsilon_g \cdot d\epsilon_g \cdot d\phi$ und $d\omega_0 = \sin\epsilon_0 \cdot d\epsilon_0 \cdot d\omega$ (das Azimutinkrement bleibt konstant) erhält man für den Raumwinkel des gebrochenen Strahlungsbündels:

$$d\omega_g = \left(\frac{n_0}{n_g} \right)^2 \frac{\cos\epsilon_0}{\cos\epsilon_g} \cdot d\omega_0 \quad (4.17)$$

und für die gebrochenen Leuchtdichte im Medium mit dem Brechungsindex n_g :

$$L_g = (1 - \rho_r) \left(\frac{n_g}{n_0} \right)^2 \cdot L_0 \quad (4.18)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (4.15) bis (4.18) können die Leuchtdichten von lichttechnischen Optiken wie Metallreflektoren oder Glasprismen berechnet werden.

Beispiel 4.5:

Wir fragen nach der Leuchtdichte einer Lichtquelle, die senkrecht durch ein Fensterglas gesehen wird. Bezeichnungen:
Lichtquellenleuchtdichte: L_0 im Medium n_0 (Luft). Glasleuchtdichte: L_2
Brechungsindex im Medium Luft: $n_0 = 1$. Brechungsindex im Medium Glas: $n_g = 1,5$
An der Luft-Glas-Grenzschicht gebrochene Leuchtdichte: $L_1 = (1 - \rho_r) \left(\frac{n_g}{n_0} \right)^2 \cdot L_0$
An der Glas-Luft-Grenzschicht gebrochene Leuchtdichte: $L_2 = (1 - \rho_r) \left(\frac{n_0}{n_g} \right)^2 \cdot L_1$
d.h.: $L_2 = (1 - \rho_r)^2 \cdot L_0 = \tau L_0$
Mit ρ_r gleich 4 % wird die gesehene Glas-Leuchtdichte $L_2 = (1 - 0,04)^2 \cdot L_0 = 0,922 \cdot L_0$.
Der Ausdruck $(1 - \rho_r)^2$ ist der Transmissionsgrad τ der Glasschicht bei senkrechtem Lichteinfall. Bei schrägem Lichteinfall ist die Richtungsabhängigkeit des Brechungsindex n_g entsprechend den Fresnelschen Gleichungen zu berücksichtigen.

Die gerichteten Reflexionsgrade können bei Metallen sehr hohe Werte annehmen, z.B. etwa 90 % für Silber und Aluminium oder etwa 60 - 70 % für Kupfer. Die gerichteten Reflexionsgrade von Glas hängen entsprechend den Fresnel'schen Gleichungen von der Einfallrichtung ab. Bei senkrechtem Lichteinfall beträgt der gerichtete Reflexionsgrad für eine Grenzfläche, abhängig bei Fensterglas etwa 4 %.

Trifft der Lichtstrahl auf eine Grenzfläche, an die sich ein Medium mit einem geringeren Brechungsindex anschließt, so kann Totalreflexion auftreten. Dieser Effekt wird bei Lichtleitern oder Lichtrohren technisch ausgenutzt.

4.6.3 Leuchtdichtekonstanz bei optischen Abbildungen

Gl. (4.15) besagt auch, dass die Leuchtdichte in einer Linsen- oder Spiegeloptik invariant bzw. konstant ist, wenn man von den unvermeidlichen Reflexions- und Absorptionsverlusten absieht. Siehe auch Abschnitt 2.4.4.

Wir wollen diese fundamentale Eigenschaft optischer Bilder anhand einer Spiegeloptik erläutern. Wir betrachten dazu in Bild 4.11 das von der Lichtquelle ausgehende Lichtbündel mit dem Raumwinkel d_1 , das den Lichtstrom d_1 enthält. Die Fläche der Lichtquelle sei dA_1 . Das Reflektorelement der Fläche dA_2 reflektiert das einstrahlende Lichtbündel. Die Randstrahlen des reflektierten Lichtbündels ergeben sich nach dem Spiegelgesetz "Einfallswinkel = Ausfallswinkel". Ursprung des reflektierten Lichtbündels ist das Bild der Lichtquelle mit der Fläche dA_3 . Bildort und Bildgröße wurden mit den optischen Abbildungsgesetzen gemäß Abschnitt 1.3 bestimmt, wobei der Abbildungsmaßstab nach der exakten Beziehung $\sin \epsilon_1 / \sin \epsilon_3$ berechnet wurde.

Für die Leuchtdichte des einstrahlenden Lichtbündels gilt $L_1 = d\phi_1 / (d\omega_1 \cdot \cos \epsilon_1 \cdot dA_1)$ und für die Leuchtdichte des reflektierten Lichtbündels $L_r = d\phi / (d\omega_3 \cdot \cos \epsilon_3 \cdot dA_3)$.

Aus energetischen Gründen ist einstrahlender und reflektierter Lichtstrom bis auf die Verlustprozesse gleich groß, d.h. $d\phi_r = \rho_r \cdot d\phi_1$, wenn ρ_r der Grad der gerichteten Reflexion des Reflektors bedeutet. Ferner sind entsprechend der Abbe'schen Sinusbedingung die Produkte aus Raumwinkelprojektion und Objekt bzw. Bildfläche invariant, d.h. $d\omega_1 \cdot \cos \epsilon_1 \cdot dA_1 = d\omega_3 \cdot \cos \epsilon_3 \cdot dA_3$. Daraus folgt dann die Invarianz der Leuchtdichte bzw. bei Berücksichtigung der Reflexions- und Absorptionsverluste die Beziehung $L_r = \rho_r \cdot L_1$.

Die Leuchtdichtekonstanz gilt natürlich auch für fokussierende Optiken und aus mehreren Reflektoren zusammengesetzte Optiken. Die Leuchtdichte der eine Optik verlassenden Strahlung ist immer kleiner höchstens gleich der dazugehörigen Lichtquellen-Leuchtdichte.

Lichttechnische Optiken sollen das Licht in bestimmte Richtungen lenken. Dabei können zwar die Lichtstärken in bestimmten Richtungen die Lichtstärke der frei brennenden Lichtquelle um ein Vielfaches überschreiten; die Leuchtdichte einer Optik kann aber nicht größer sein als die zugehörige Lichtquellenleuchtdichte.

Eine Optik bewirkt eine Änderung der räumlichen Lichtstärkeverteilung des Bildes im Vergleich zum Objekt, die vom Abbildungsmaßstab abhängt. Abbildungsmaßstäbe 1:1 ergeben keine Änderung der Lichtstärkeverteilung. Vergrößerungen ergeben eine "gestauchte" Lichtstärkeverteilung. Eine Lichtquelle z.B. im Brennpunkt eines Parabolspiegels ergibt eine "unendlich" schmale, gerichtete Verteilung. Verkleinerte Abbildungen ergeben eine breitere Lichtstärkeverteilung im Vergleich zur ursprünglichen Verteilung des Objektes.

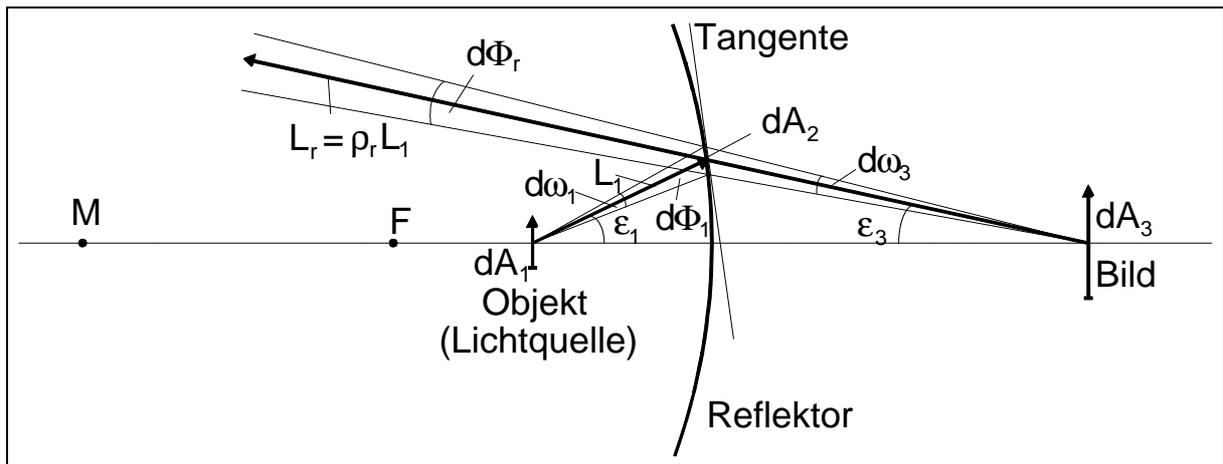


Bild 4.11:

Die Invarianz der Leuchtdichte bei Linsen- und Spiegeloptiken beruht auf 2 Gesetzmäßigkeiten. Erstens auf der Gleichheit des einstrahlenden und reflektierten Lichtstroms bei Außerachtlassung von Verlusten, d.h. $d\phi_r = \rho_r \cdot d\phi_1$ bzw. $d\phi_r = \rho_r \cdot L_1 \cdot d\omega_1 \cdot \cos \varepsilon_1 \cdot dA_1 = L \cdot d\omega_3 \cdot \cos \varepsilon_3 \cdot dA_3$ und zweitens auf der Abbeyschen Sinusbedingung, die die Bildvergrößerung beschreibt, d.h. $d\omega_1 \cdot \cos \varepsilon_1 \cdot dA_1 = d\omega_3 \cdot \cos \varepsilon_3 \cdot dA_3$.

4.6.4 Retroreflexion

Ein Spezialfall der gerichteten Reflexion ist die Retroreflexion, bei der die Reflexion relativ spitz entgegen der Lichteinfallrichtung erfolgt. Beispiele dafür sind Tripel- spiegel, Rückstrahler an Fahrzeugen, Reflexbildwände usw.

Für die reflektierte Lichtstärke eines retroreflektierenden Materials gilt empirisch:

$$I = R \cdot E \cdot A \quad (4.19)$$

Es bedeuten:

- R: spezifischer Rückstrahlwert.
- E: Beleuchtungsstärke auf der Probe.
- A: beleuchtete Fläche.

Typische Beispiele für spezifische Rückstrahlwerte R:

Fahrzeug-Rückstrahler: 1000 (cd/m²)/lx

Reflexfolien: 100 (cd/m²)/lx.

Befindet sich z.B. auf einer retroreflektierenden 100 cm² großen Folie mit R = 150 cd/(m²·lx) eine Beleuchtungsstärke von 1000 lx, so strahlt diese in Richtung zum Beobachter mit einer Lichtstärke von 1500 cd.

4.6.5 Gemischte Reflexion und Transmission

Zahlreiche Materialien mit rauhen Oberflächen reflektieren sowohl streuend als auch gerichtet. Bild 4.12 oben zeigt schematisch derartige Reflexionsindikatrices. Beispiele für gemischte Reflexion sind Mattscheiben, aufgerauhte Metalloberflächen, Straßenbeläge.

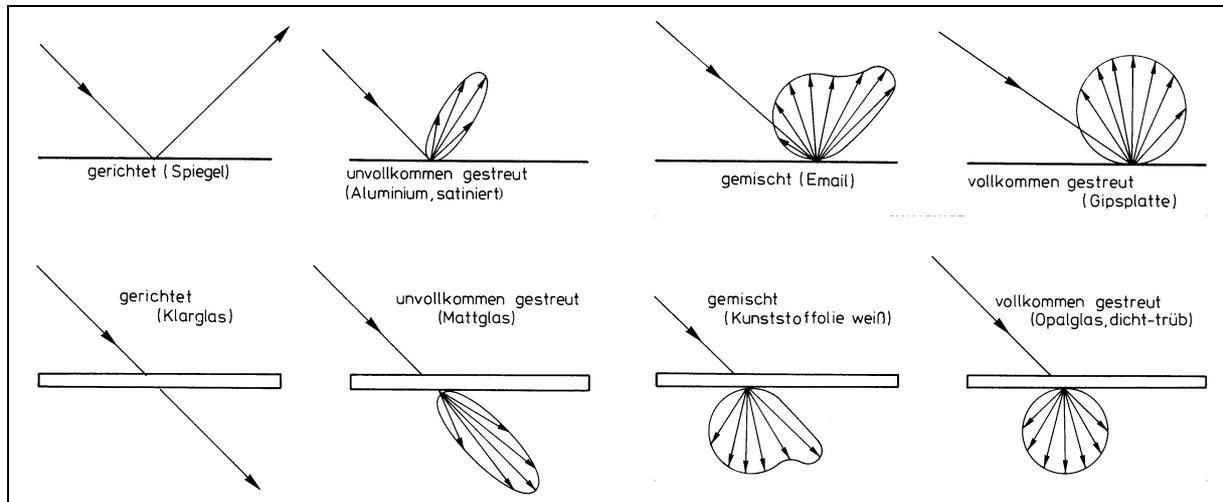


Bild 4.12: Schematische Darstellungen von Reflexionen (oben) und Transmissionen (unten) im Sinne von Lichtstärke-Indikatrices. (Handbuch der Beleuchtung, S. 98)

Die Leuchtdichte von gemischt reflektierenden Materialien beschreibt man näherungsweise durch die Beziehung:

$$L_r = q \cdot E \quad (4.20)$$

wobei bedeuten:

- L_r : die reflektierte Leuchtdichte der Probe.
- q : der Leuchtdichtekoeffizient der Probe in $(\text{cd}/\text{m}^2)/\text{lx}$.
- E : die auf der Probe vorhandene Beleuchtungsstärke.

L_r und q hängen allgemein von der Beleuchtungs- und Beobachtungsgeometrie ab.

Im Grenzfall der idealstreuenden Reflexion (Lambertstrahler) gilt dann $q = 1/\pi \cdot \rho$, unabhängig von der Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung.

Im Spiegelwinkel wird die reflektierte Leuchtdichte von Materialien mit gemischter Reflexion als Näherung wie folgt beschrieben:

$$L_r = q \cdot E + r_r \cdot L_o \quad (4.21)$$

mit der Annahme, dass sich die reflektierte Leuchtdichte L_r aus einer idealstreuenden Komponente ($q \cdot E$) und einer idealgerichteten Komponente ($r_r \cdot L_o$) zusammensetzt. Der Leuchtdichtekoeffizient q bei Beleuchtung durch relativ sehr kleine Lichtquellen wird auch als Bidirektionale Reflexionsfunktion (BRDF) bezeichnet.

Auch die Transmission von lichtdurchlässigen Materialien wie Gläsern, Folien usw. lässt sich in ideal gerichtete, gemischt gestreute und ideal gestreute Durchlässigkeiten unterteilen, wie in Bild 4.12 unten dargestellt ist. Sowohl reflektierende als auch transmittierende Materialien können durch eine Kombination von Reflexions- und Transmissionsindikatrices beschrieben werden.

4.7 Methodik der Farbmeterik

Während die lichttechnischen Größen die Strahlung gemäß dem Helligkeitseindruck bewerten, befasst sich die Farbmeterik mit der quantitativen Beschreibung von Farb-
reizen. Ziel der Farbmeterik ist, eine Farbe durch geeignete Maßzahlen so zu be-
schreiben, dass der gleiche Farbeindruck eindeutig reproduzierbar ist.

Grundlage der Farbmeterik sind die Gesetzmäßigkeiten der additiven Farbmischung. Danach lässt sich z.B. in einem Photometerfeld jeder Farbeindruck durch 3 belie-
bige, aber unabhängige Grundfarben nachmischen. In Bild 4.13 ist diese Grund-
situation schematisch dargestellt. Mit den 3 Grundfarben Rot, Grün und Blau bei
definiertem Leuchtdichtewert lässt sich jeder Farbreiz durch eine innere oder äußere
Mischung ununterscheidbar nachmischen. Eine innere Farbmischung liegt vor, wenn
die Nachmischung direkt möglich ist. Bei einer äußeren Farbmischung ist nur ein Ab-
gleich mit 2 Grundfarben auf der einen und der Testfarbe mit einer Grundfarbe auf
der anderen Seite möglich. Gemessen werden die zur Nachmischung erforderlichen
Farbwerte der 3 Grundfarben.

Die Ergebnisse von Farbmischungen werden in der Farbmeterik durch Vektoren in
einem dreidimensionalen affinen Raum beschrieben.

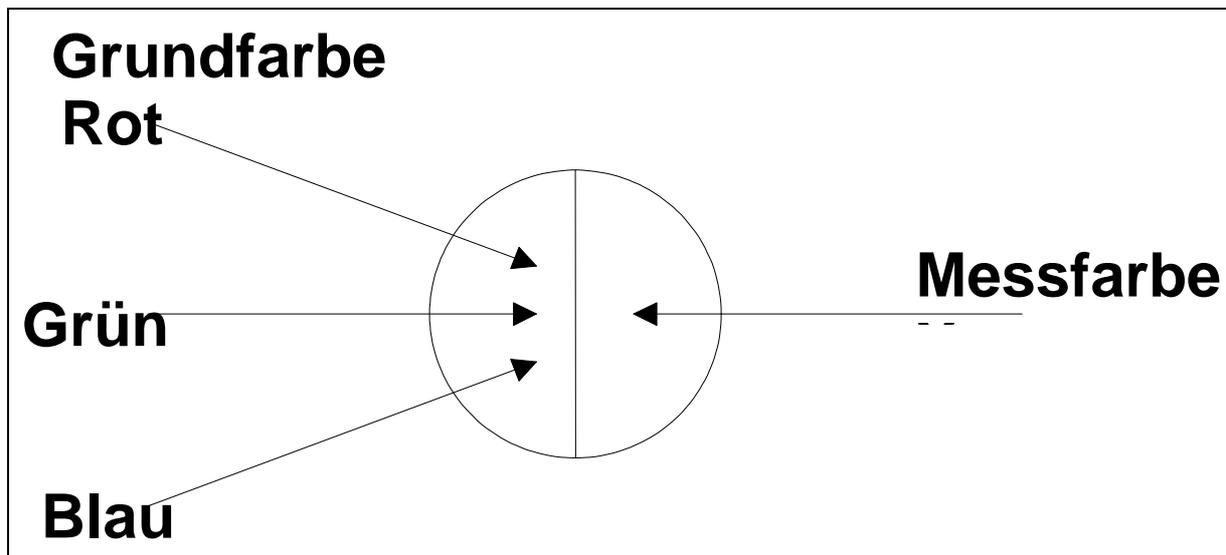


Bild 4.13:

Jeder Farbeindruck lässt sich durch 3 Grundfarben additiv nachmischen, entweder durch eine innere
oder äußere Farbmischung.

Aus Farbabgleichen mit den Spektralfarben im sichtbaren Bereich zwischen 380 und
780 nm hat die CIE im Jahre 1931 drei spektrale Wirkungsfunktionen $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$,
 $\bar{z}(\lambda)$ definiert, mit deren Hilfe jede ins Auge gelangende Strahlung durch 3 Farbmaß-
zahlen gekennzeichnet wird. Man benötigt dazu die relative spektrale Strahl-
dichteverteilung der ins Auge gelangenden Strahlung sowie die 3 spektralen Wir-
kungsfunktionen von Bild 4.14 links. Zwei Maßzahlen beschreiben die Farbart, d.h.
die bunte Komponente einer Farbe. Die dritte Farbmaßzahl entspricht der
Leuchtdichte als Maß für die Helligkeit.

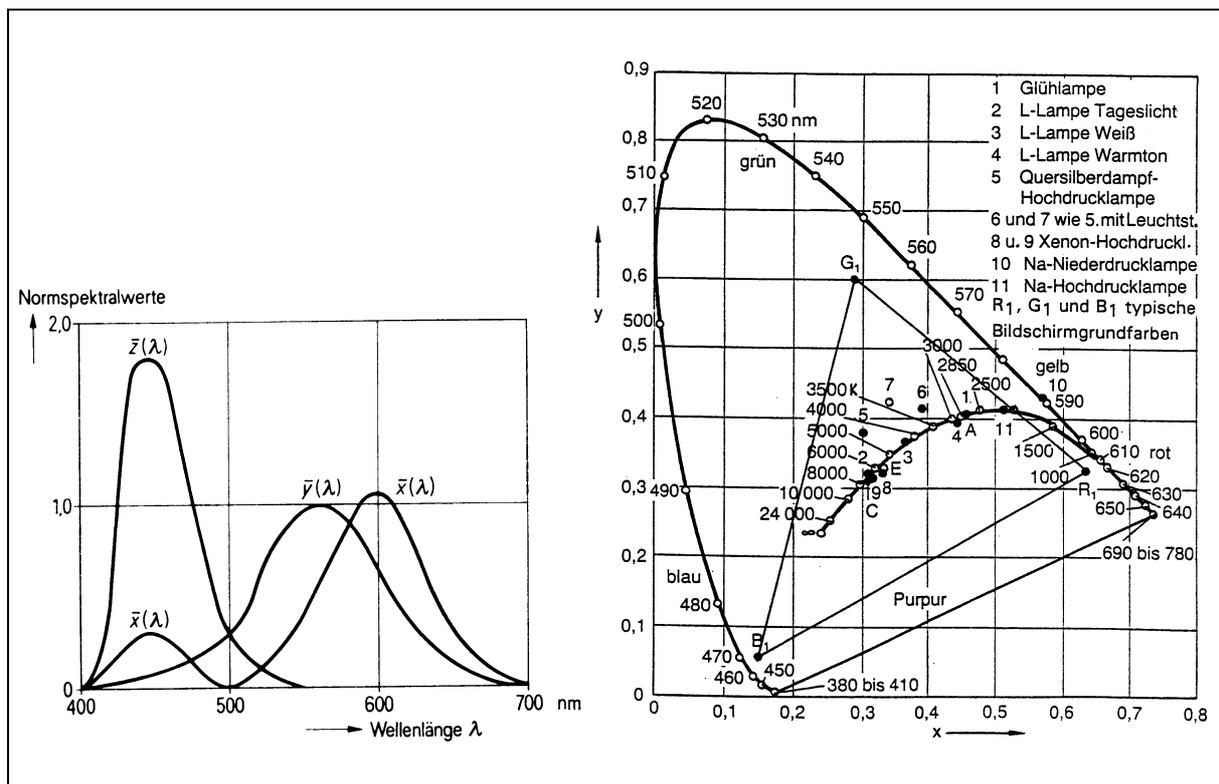


Bild 4.14:

Links: Die 3 spektralen Wirkungsfunktionen zur Bestimmung von Farbmaßzahlen im CIE-Normvalenzsystem. (Hentschel: "

Rechts: Jeder Lichtquelle oder Körperfarbe kann ein Ort in der Farbtabelle zugeordnet werden.

In Bild 4.14 links sind die 3 spektralen Wirkungsfunktionen dargestellt, die zur Bestimmung der 3 Farbmaßzahlen im CIE-Normvalenzsystem herangezogen werden. Eine von ihnen, die $\bar{y}(\lambda)$ -Funktion, ist mit der $V(\lambda)$ -Funktion identisch. In einer Farbtabelle kann jeder Lichtquelle oder Körperfarbe ein Farbort zugewiesen werden. Damit ist die Farbort bestimmt. Dargestellt in der Farbtabelle von Bild 4.14 sind der Temperaturfarbentzug der Schwarzen Strahlung, die Farborte einiger technischer Lichtquellen sowie die 3 Grundfarben von Farbbildschirmen.

Die Berechnung der Farbtabellekoordinaten bzw. der sog. Normfarbwertanteile erfolgt gemäß:

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z} \quad (4.15)$$

wobei für die Normfarbwerte X,Y,Z gilt:

$$\begin{aligned} X &= k \int \varphi(\lambda) \cdot \bar{x}(\lambda) d\lambda \\ Y &= k \int \varphi(\lambda) \cdot \bar{y}(\lambda) d\lambda \\ Z &= k \int \varphi(\lambda) \cdot \bar{z}(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (4.16)$$

Dabei bedeuten k eine frei wählbare Normierungskonstante, $\varphi(\lambda)$ die relative spektrale Strahlungsfunktion der ins Auge gelangenden Strahlung und $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ die standardisierten Normspektralwertfunktionen.

5. Messung psychophysikalischer Größen

5.1 Aufgaben der Psychophysik

Die Psychophysik befasst sich mit der Messung der Empfindungen und Reaktionen des Menschen in Abhängigkeit der physikalischen Einflussfaktoren. Ihre Methodik orientiert sich am Schema einer linearen sensorischen Verarbeitungskette, die auf der Eingangsseite durch physikalische Reize und auf der Ausgangsseite durch Empfindungen oder Reaktionen des Menschen gebildet wird.

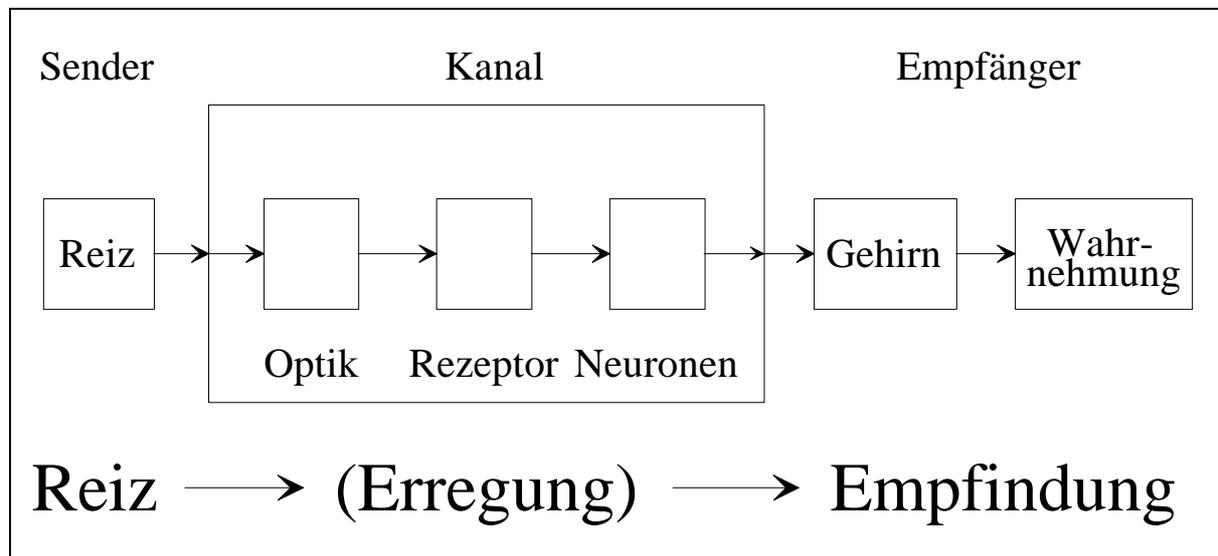


Bild 5.1:

Schema der visuellen Informationsverarbeitung.

Bild 5.1 zeigt als Beispiel das Schema der visuellen Informationsverarbeitung. Die Reizstruktur besteht hier aus der Summe aller örtlichen und zeitlichen Farb- und Leuchtdichtekontraste, die über das Netzhautbild von lichtempfindlichen Rezeptoren in elektrische Signale transformiert und durch ein System hochorganisierter Neurone im Gehirn zur Wahrnehmung gebracht werden.

Beispiele für einfache Reiz-Empfindungs-Relationen sind die Beziehungen zwischen der Leuchtdichte und Helligkeit eines Sehobjektes oder die zwischen Schalldruck und Lautheit.

Das Verhalten des Menschen in der technischen Umwelt ist komplexer. Es wird heute als Mensch-Maschine-Problem beschrieben. Dabei wird aus der Sicht der Arbeitswissenschaften ein hohes Arbeitsergebnis erzielt, wenn die Komponenten Maschine, Umgebung und Software (d.h. die Regeln, mit denen die Maschine bedient wird) möglichst effektiv an die Eigenschaften des Menschen angepasst werden. Diese Ingenieuraufgabe wird heute auch als "Ergonomische Gestaltung" bezeichnet.

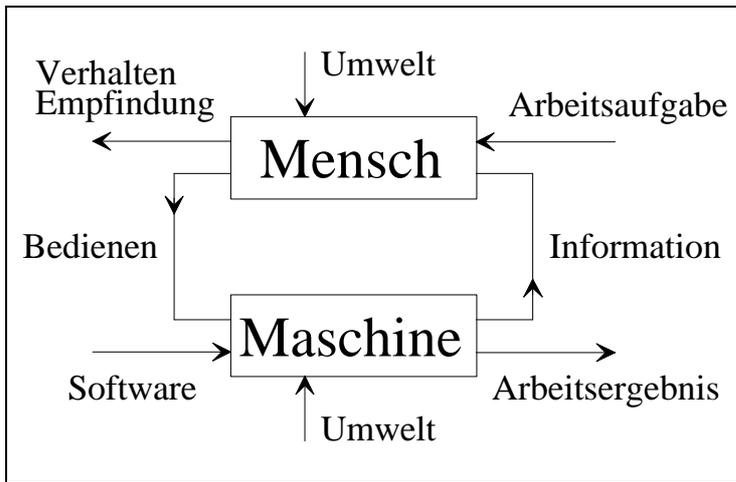


Bild 5.2:

Die Bedienung, Überwachung und Steuerung von technischen Einrichtungen lässt sich schematisch als Mensch-Maschine-System interpretieren. Die experimentelle Bestimmung der zwischen den Komponenten Mensch-Maschine, Mensch-Software und Mensch-Umgebung auftretenden Beziehungen ist eine Aufgabe der Psychophysik.

In Bild 5.2 ist ein einfaches Modell dieses Mensch-Maschine-Systems dargestellt. An der Schnittstelle dieses Systems werden Informationen dargestellt, z.B. mit Hilfe eines Bildschirms. Informationen in Verbindung mit der Arbeitsaufgabe steuern die Bedienung der Maschine.

Zahlreiche Arbeitsaufgaben lassen sich als Mensch-Maschine-Probleme interpretieren, z.B.:

- das Führen eines Fahrzeuges,
- das Arbeiten am Bildschirm,
- das Bearbeiten eines Werkstückes usw.

Hierbei treten eine Reihe von Wechselwirkungen zwischen dem Menschen und der anderen Systemkomponente auf, die die Effektivität des Gesamtsystems beeinflussen. Es sind dies vor allem die Wechselwirkungen zwischen:

- Mensch und Umgebung,
- Mensch und Maschine,
- Mensch und Software.

In diesem Zusammenhang muss auch der Einfluss der Beleuchtung auf die visuelle Leistungsfähigkeit des Menschen gesehen werden.

5.2 Methodik der Psychophysik

Psychophysikalische Methoden zeichnen sich gegenüber physikalischen Methoden durch eine Reihe von Besonderheiten aus:

- Die Messwerte von psychophysikalischen Experimenten stammen aus Reaktionen Urteilen oder Verhaltensweisen von Versuchspersonen.
- Psychophysikalische Messwerte werden von zahlreichen inneren und äußeren Variablen beeinflusst. Bei psychophysikalischen Experimenten muss mit erheblichen Streuungen innerhalb und zwischen den Versuchspersonen gerechnet werden.
- Psychophysikalische Messwerte sind subjektiv, sie spiegeln eine individuelle Meinung wieder, die keinem unverrückbar festen Standard unterworfen ist.

Im Gegensatz dazu spricht man bei physikalischen Messungen von sog. objektiven Messungen, weil Messen hier Vergleichen mit einer eindeutig definierten Einheit bedeutet.

In der klassischen Psychophysik unterscheidet man ferner:

- 1) Reizzentrierte Methoden. Hier werden die Reaktionen bzw. Urteile in Abhängigkeit von physikalischen Reizstärken untersucht.
- 2) Reaktionszentrierte Methoden. Hier werden bei konstant gegebener Reizstruktur die Unterschiede zwischen Personengruppen gemessen.
- 3) Personenzentrierte Methoden. Untersucht wird hier die Reaktion einer individuellen Versuchsperson hinsichtlich ihres eigenen Bezugspunktes (Test-Einstellungspsychologie).

Für die ergonomische Gestaltung von Geräten und Umweltbedingungen sind besonders die reizzentrierten Methoden von Bedeutung.

Messdefinition

In der Physik bedeutet Messen Vergleichen mit einem Standard. In der Psychophysik wird der Begriff Messen in einem erweiterten Sinne gesehen. Messen bedeutet hier "Zuordnen von Zahlen nach bestimmten Regeln" oder auch "Bestimmen von Zahlen, die Systemeigenschaften abbilden". Für diese allgemeinere Definition ist ein fester Standard nicht erforderlich.

Skalenniveau der Variablen

Damit psychophysikalisch ermittelte Zahlen nur Systemeigenschaften abbilden, ist die entscheidende Frage, welche numerischen Operationen mit den ermittelten Zahlen sinnvoll und eindeutig angewendet werden können. Systematisch gesehen werden in der Psychophysik 4 Variablentypen unterschieden:

- Nominalvariable,
- Ordinalvariable,
- Intervallvariable,
- Quotientenvariable.

Nominalvariable ermöglichen nur eine Einteilung der jeweiligen Variablenausprägungen in unterschiedliche Klassen oder Kategorien. Zwischen den Klassen bestehen keine festen Beziehungen. Die Klassen können beliebig, z.B. durch Nummern, beschrieben werden. Damit eine solche Klassifizierung sinnvoll und widerspruchsfrei möglich ist, müssen die Äquivalenzrelationen Symmetrie, Reflexivität und vor allem die Transitivität gelten. Die Farbwerte des trichromatischen Maßsystems z.B. sind Nominalvariable. Unterschiedliche Farbempfindungen können in unterschiedliche Klassen eingeteilt werden. Sieht eine bestimmte Farbe X ununterscheidbar gleich aus wie ein Vertreter einer bestimmten Farbklasse k, dann wird die zu bestimmende Farbe X der Farbklasse k zugeordnet.

Ordinalvariable sind Variable, mit denen die Relationen "gleich", "größer" und "kleiner" sinnvoll und eindeutig anzuwenden sind. Mit derartigen Variablen lassen sich Rangfolgen aufstellen. Zwischen den Rangplätzen hat der Abstand keine Bedeutung. Zwischen Ordinalvariablen können aber Korrelationskoeffizienten berechnet werden.

Intervallvariable sind Variable, bei denen ein Abstands begriff definiert ist, aber kein fester Nullpunkt vorliegt. Mit Intervallvariablen sind alle numerischen Operationen außer der Division erlaubt. Sinnvoll sind aber Quotienten von Abstandsmaßen. Die Helligkeit von einfachen Sehobjekten innerhalb einer annähernd homogenen Umgebung lässt sich z.B. annähernd als Intervallvariable beschreiben. Das bekannteste Beispiel einer physikalischen Variablen als Intervallvariable ist die Temperatur in Celsius-Einheiten.

Quotientenvariable sind Variable, mit denen alle numerischen Operationen sinnvoll und widerspruchsfrei angewendet werden können. Das trifft praktisch für alle physikalische Variablen mit definiertem Nullpunkt zu. Nur unter sehr einfachen Umgebungsbedingungen können eindimensionale Empfindungsvariable als Quotientenvariable interpretiert werden.

Häufig werden aus psychophysikalischen Experimenten ermittelte Skaleneigenschaften, z.B. ein Abstandsbegriff oder gar Quotienteneigenschaften einfach vorausgesetzt. Das kann zu Fehlurteilen führen. Bei wichtigen Fragestellungen wird man das zutreffende Skalenniveau experimentell überprüfen müssen.

Experimentelle Variable

Ausgangspunkt eines Experimentes ist die Klärung einer Fragestellung, z.B. "Abhängigkeiten und Zusammenhänge der visuellen Leistungsfähigkeit im Straßenverkehr" Dabei wäre zunächst zu vereinbaren, welche Größen ein Maß für die zu untersuchende "Visuelle Leistungsfähigkeit" sind. Dies könnten sein die Sehschärfe, die Kontrastempfindlichkeit, die Fehlerrate, die empfundene Leichtigkeit der Buchstabenerkennung usw., wobei diese Variable durchaus auf unterschiedlichem Skalenniveau liegen können. Danach ist zu klären, welche Variablen sich vermutlich auf die Messgrößen auswirken, z.B. die Umfeldleuchtdichte, der Sehobjektkontrast, die Gleichmäßigkeit der Beleuchtung usw. Ferner wird man unter Umständen bestimmte Störgrößen berücksichtigen müssen, z.B. die Umgebungstemperatur, die Reihenfolge der Experimente usw.

Systematisch unterscheidet man:

1) Die Unabhängige Variable

Das ist die zu untersuchende Größe bzw. die Messgröße. Im o.g. Beispiel z.B. die Sehschärfe als Maß der visuellen Leistungsfähigkeit.

2) Die Abhängigen Variablen

Das sind diejenigen Variablen, die die Unabhängige Variable beeinflussen, z.B. die Umfeldleuchtdichte und die Sehobjektgröße im o.g. Beispiel.

3) Störvariable

Das sind Größen, die offensichtlich von Einfluss sind, jedoch nicht näher untersucht werden, aber möglichst konstant gehalten werden.

In Bild 5.3 ist das Schema eines psychophysikalischen Experimentes dargestellt.

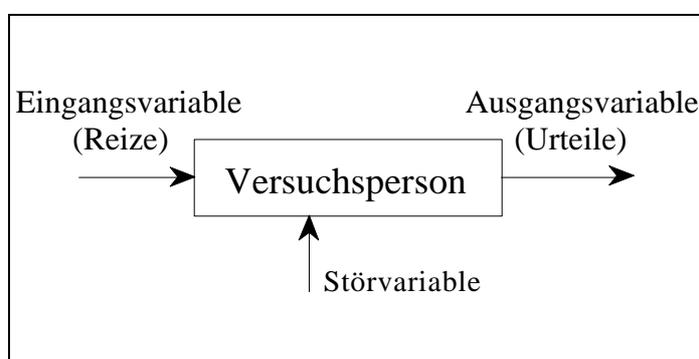


Bild 5.3:

Schema eines Experimentes mit Versuchspersonen. Eingangsvariable werden in der Psychophysik als Reize bzw. Reizvariable bezeichnet, Ausgangsvariable als Urteils- oder Reaktionsvariable. Störvariable sind nur begrenzt kontrollierbar. Ausgangsvariable, Urteile, Messgröße sind die Unabhängigen Variablen; Reize, Eingangsgröße die Abhängigen Variablen.

5.3 Die psychophysikalischen Größen

In der Psychophysik unterscheidet man 3 Bewertungsebenen:

- die Reizebene,
- die Empfindungsebene,
- die Urteilstebene.

Die Reizebene kennzeichnet die Eingangsvariablen. Im einfachsten Fall handelt es sich um eine eindimensionale Reizstärke, z.B. die Leuchtdichte eines Sehobjektes.

Die Empfindungsebene kennzeichnet das subjektive Erleben der Reizebene, z.B. die Helligkeit als Folge eines Leuchtdichtereizes. Die Urteilstebene beschreibt die nach außen abgegebene Reaktion in Form von Ja-Nein-Antworten oder auch in absoluten Zahlen.

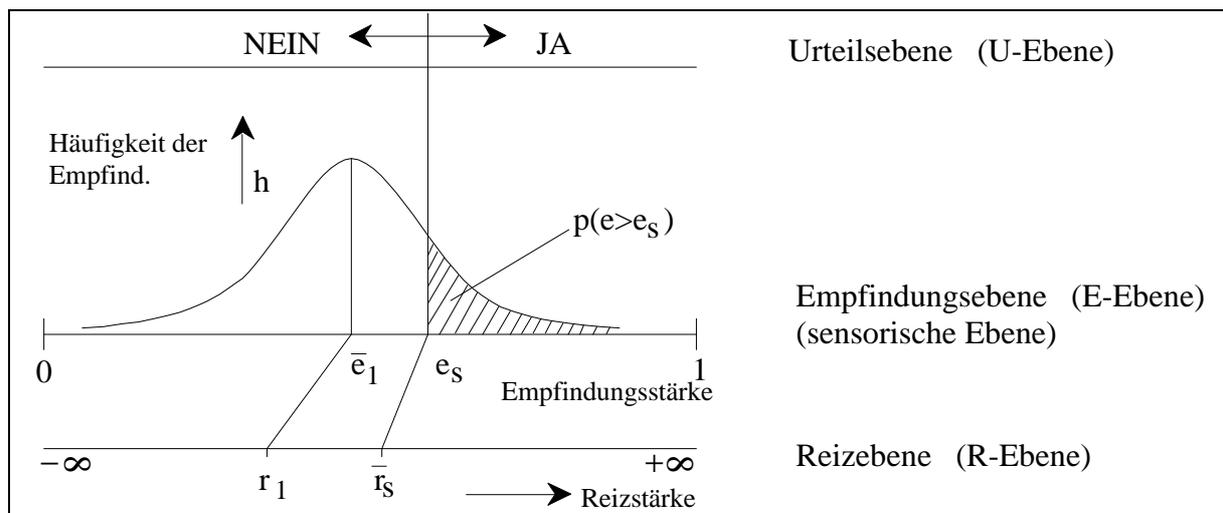


Bild 5.4:

Die 3 Bewertungsebenen in der Psychophysik:

- Reizebene R, - Empfindungsebene E, - Urteilstebene U.

Eine bestimmte Reizstärke r_1 verursacht eine Empfindungsverteilung $h(E)$.

In Bild 5.4 ist die Häufigkeit der Empfindungsverteilung für eine Reizstärke r_1 schematisch dargestellt. Im einfachsten Fall wird dafür eine Normalverteilung angenommen. Bei indirekten Skalierungen wird gefragt, ob nach Darbietung eines Reizes r_1 eine bestimmte Grenzemfindung e_s überschritten wurde oder nicht. War das der Fall, dann wird die Versuchsperson mit "Ja", sonst mit "Nein" antworten. Durch häufige Versuchswiederholungen werden die Antwortwahrscheinlichkeiten ermittelt. Bei direkten Skalierungsmethoden wird die momentan vorhandene Empfindung durch eine absolute Zahl ermittelt.

Nicht berücksichtigt in diesem Modell ist, dass die Urteile nicht nur reizdeterminiert sind, sondern in ganz spezifischer Weise von der mentalen Struktur (Motivation, Strategie) der Versuchsperson abhängen.

Somit stellen sich bei psychophysikalischen Experimenten 2 Fragen. Erstens die Frage nach derjenigen Reizstärke, die gerade eine bestimmten Empfindung oder einen Empfindungsunterschied verursacht. Zum Beispiel interessieren wir uns für denjenigen Leuchtdichtekontrast, den sog. Schwellenkontrast, bei dem ein Sehobjekt unter bestimmten Bedingungen gerade sichtbar ist. Das zweite Problem betrifft den quantitativen Zusammenhang zwischen Empfindungsstärke und Reizstärke, z.B. den Zusammenhang zwischen Helligkeit und Leuchtdichte des Sehobjektes.

Die Trefferfunktion in Bild 5.5 ist typisch für den allgemeinen Verlauf einer sensorischen Wahrnehmungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von einer Reizstärke. Bei sehr geringen Reizstärken ist der Wahrnehmungserfolg praktisch "Null". In einem gewissen Reizstärkebereich, dem sog. Schwellenbereich, nimmt die Trefferrate zunächst langsam, dann sehr rasch und danach wieder langsam mit wachsender Reizstärke zu. Bei sehr hohen Reizstärken ist die Trefferrate immer "Eins". Die Steilheit derartiger "psychometrischer Funktionen" hängt u.a. auch von der Schwierigkeit der Wahrnehmungsaufgabe ab. Der Kurvenverlauf ist umso flacher, je schwieriger die Sehaufgabe ist.

Der Vorteil dieser Methode der konstanten Reize liegt in den einfachen Anforderungen an die Versuchspersonen. Sie hat lediglich mit "Ja" oder "Nein" zu reagieren. Von Nachteil ist der enorme experimentelle Zeitbedarf. Setzt sich z.B. in Bild 5.5 jeder Messpunkt aus 20 Darbietungen zusammen, dann müssen insgesamt $13 \times 20 = 260$ Sehobjekt-Darbietungen zur Ermittlung eines einzigen Schwellenreizes gezeigt werden. Dafür kann man aus der Trefferfunktion auch Schwellenreize für ein höheres Wahrnehmungsniveau als 50 % ermitteln.

Eine psychometrische Funktion gemäß Bild 5.5 lässt sich z.B. wie folgt darstellen:

$$P = \frac{1}{1 + a \left(\frac{r}{\bar{r}} \right)^b} \quad (5.2)$$

wobei r die Reizstärke, \bar{r} den Schwellenreiz und a, b problemspezifische Konstanten bedeuten.

Einstellmethode

Schwellenreize können einfacher bestimmt werden, wenn die Reizstärke zu wiederholten Malen gerade auf die bestimmte Empfindungsstärke eingestellt wird.

Es seien r_1, r_2, r_3, r_i die Einzelwerte der Schwelleneinstellungen. Als Schwellenreiz wird dann der Mittelwert aus den Einzelwerten definiert:

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} r_i \quad (5.3)$$

Der Nachteil dieser Methode ist, dass sich die Versuchsperson an der Einstellvorrichtung orientieren kann, so dass die Einzelmessungen nicht unabhängig wären.

Die mit dieser Methode ermittelten Schwellenreize entsprechen auch etwa 50 %-Werten. Schwellenreize auf höherem Wahrnehmungsniveau können mit Hilfe der Standardabweichung der Einzelwerte geschätzt werden.

5.5 Messung von Empfindungsstärken

In der Praxis wird man aus Sicherheitsgründen informationsrelevante Reize, z.B.:

- Lichtstärken von Verkehrsampeln.
- Leuchtdichtekontraste von Sehobjekten.

weit überschwellig dimensionieren müssen. Dabei interessiert man sich auch für den quantitativen Zusammenhang zwischen Empfindungs- und Reizstärken, z.B. für die Relationen zwischen:

- Auffälligkeit und Lichtstärke von Verkehrsampeln.
- Sichtbarkeit und Leuchtdichtekontrast von Sehobjekten.

Die empirische Ermittlung dieser Relationen wird auch als Skalierung bezeichnet. Dabei werden zwei Bestimmungsmethoden unterschieden, direkte und indirekte.

Direkte Urteilsmethoden

Die Versuchsperson gibt direkt ein Urteil über das Ausmaß ihrer Empfindung ab. Ihre metrische Skalierbarkeit wird dabei häufig stillschweigend vorausgesetzt, d.h. es wird angenommen, dass Ordinal- oder Intervall- oder Quotientenurteile widerspruchsfrei abgegeben werden können. Folgende Verfahren kommen in Frage:

Ratingmethode

Die Urteile über eine Reizsituation werden in Form von verbalen oder numerisch gekennzeichneten Kategorien abgegeben. Günstig sind i.a. 7-9 Kategorien (siehe Beispieltabelle 5.1).

Beispiel 5.1: Mögliche Ratingkategorien

| | | | | |
|---------------|----------|-------------|-------|------------|
| sehr schlecht | schlecht | mittelmäßig | gut | sehr gut |
| sehr laut | laut | mittelmäßig | leise | sehr leise |
| -2 | -1 | 0 | +1 | +2 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Gemessen wird die Anzahl der Zuordnungen bzw. die relative Urteilshäufigkeit für jede Kategorie.

Die Ratingmethode ist weit verbreitet, sie ist das älteste Skalierungsverfahren. Beispiele dafür sind:

- Notengebung,
- Messung der Gesundheit,
- Messung des Wohlbefindens,
- Güteklassifizierung.

Eine Ratingskala ist primär eine Ordinalskala. Häufig wird aber Gleichabständigkeit der Klassenbreite und damit eine Intervallskala oder gar eine Quotientenskala vorausgesetzt.

Methode der gleicherscheinenden Intervalle

Die Aufgabe der Versuchsperson besteht darin, die Reizausprägungen so einzustellen, dass die dazu korrespondierenden Empfindungen gleichabständig sind.

Absolute Größenschätzung

Einer Reizszene werden die zugehörigen Empfindungen direkt zugeordnet, z.B. durch Zahlen zwischen 0 und 100, wobei die Ziffer 0 für eine "Nullempfindung" steht. Diese Methode wurde z.B. zur Messung von Helligkeiten in Innenräumen angewendet.

Fraktionierungsmethode

Bei dieser Quotientenmethode sucht die Versuchsperson denjenigen Testreiz aus, der das q-fache zu einem festen Vergleichsreiz beträgt.

Methode der multiplen Reize

Jeder von n gegebenen Reizausprägungen wird einmal als fester Vergleichsreiz gewählt, wobei die jeweils n-1 übrigen Reize in zufallsartiger Folge damit verglichen und fraktioniert werden. Es ergeben sich $\binom{n}{2}$ Paarvergleiche. Aus der Überbestimmung der Urteile kann auf deren Konsistenz der Urteile geschlossen werden.

Indirekte Skalierungsmethoden

Während bei den direkten Skalierungsmethoden die zu messenden Empfindungsstärken von den Versuchspersonen direkt in verbaler oder schriftlicher Form abgegeben werden, beruhen die sog. indirekten Skalierungsmethoden nur auf ordinalen Urteilen, z.B. auf Ja-Nein-Antworten.

Im Prinzip wird dabei wie folgt vorgegangen: Ausgangspunkt ist die zu 2 Reizen i und j zugehörige Empfindungsverteilung mit dem mittleren Empfindungsunterschied $\Delta\bar{E}_{ij}$ (siehe Bild 5.6). Beide Reize werden n-mal paarweise dargeboten. Die Versuchsperson muss angeben, ob der Reiz i oder j eine momentan größere Empfindung verursacht. Gemessen wird die Antwortwahrscheinlichkeit $P(j>i) = P_{ji}$, mit der unter Annahme normalverteilter Empfindungen der statistische z_{ji}-Score ermittelt wird.

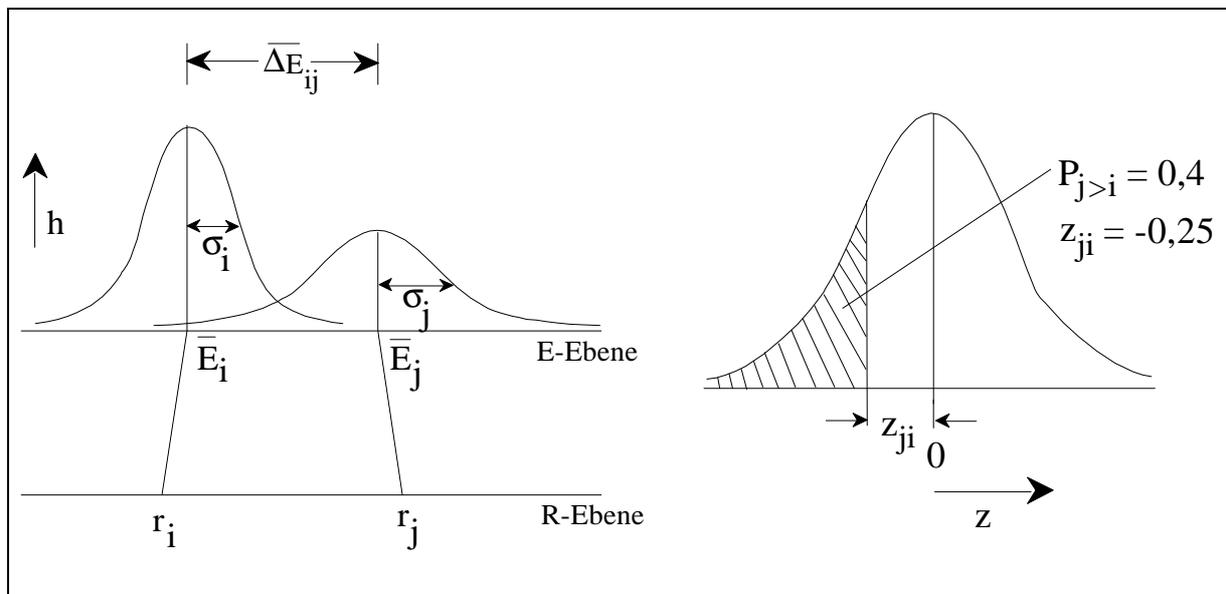


Bild 5.6:

Zur indirekten Skalierung von Empfindungsstärken. Im linken Bildteil ist die Empfindungsverteilung von 2 Reizen i und j mit den Parametern \bar{E}_i , σ_i und \bar{E}_j , σ_j dargestellt. Der Reizunterschied Δr verursacht einen mittleren Empfindungsunterschied $\Delta\bar{E}$. Der rechte Bildteil zeigt als Beispiel die theoretische Häufigkeitsverteilung des z-Scores (bei Annahme einer Normalverteilung) für den Fall $P_{ij} = 0,4$ bzw. $z_{ij} = -0,25$.

Nimmt man z.B. an, dass in einem Paarvergleichsexperiment der Reiz j in 40 % aller Fälle eine größere Empfindung als der Reiz i verursacht, d.h. $P_{ij} = 0,4$, dann erhält man aus einer Wahrscheinlichkeitstabelle $z_{ij} = -0,25$. Dieser Fall ist in Bild 5.6 rechts dargestellt.

Nach dem psychophysikalischen Gesetz der vergleichenden Urteile nach Thorstone (1930) gilt für einen mittleren Empfindungsunterschied im einfachsten Fall:

$$\Delta \bar{E}_{ij} = k \cdot \Delta \bar{z}_{ij} \quad (5.4)$$

wobei bedeuten:

$\Delta \bar{E}_{ij}$: der mittlere Empfindungsunterschied bei den Reizen i und j.

$\Delta \bar{z}_{ij}$: der mittlere statistische z-Score entsprechend der Antwortwahrscheinlichkeit P_{ij} .

k: eine empirische Konstante.

Eine häufig angewandte indirekte Skalierungsmethode ist der Paarvergleich. Die zu skalierenden n-Reize werden in allen $n(n-1)/2$ Kombinationen der Versuchsperson paarweise in zufallsartiger Folge dargeboten. Sie hat zu entscheiden, welcher der beiden gerade gezeigten Reize eine größere Empfindungsstärke verursacht. Aus der so erhaltenen Distanzmatrix für die z_{ij} -Werte lässt sich eine Intervall-Empfindungsskala konstruieren.

5.6 Maßzahlen der sensorischen Leistung

Bei der experimentellen Untersuchung von Sichtbarkeitsproblemen unterscheidet man zwischen folgenden Bewertungskriterien bzw. abhängigen Variablen:

- 1) Subjektive Bewertung.
- 2) Direkte Fehler und Zeitmaße (Visuelle Leistung).

Zum Beispiel könnte die Schwierigkeit einer bestimmten Sehaufgabe einmal nach der Ratingmethode durch die Kategorien "sehr gering, gering, mittel, schwierig, sehr schwierig" bewertet werden und zweitens durch die erforderliche Zeit zu ihrer Erledigung. Im folgenden sollen die Leistungsverfahren näher erläutert werden.

Zeitmaße

Zur Erledigung einer bestimmten Aufgabe ist eine bestimmte Zeit erforderlich. Die Messung der erforderlichen Zeit für eine bestimmte Aufgabe in Abhängigkeit von lichttechnischen Variablen ist eine naheliegende mögliche Methode der visuellen Leistungsmessung. Bild 5.7 zeigt zwei typische Beispiele, aus denen abzulesen ist, dass die Lesbarkeit von Bildschirmzeichen vor allem vom Leuchtdichtekontrast und weniger von der Farbe abhängt.

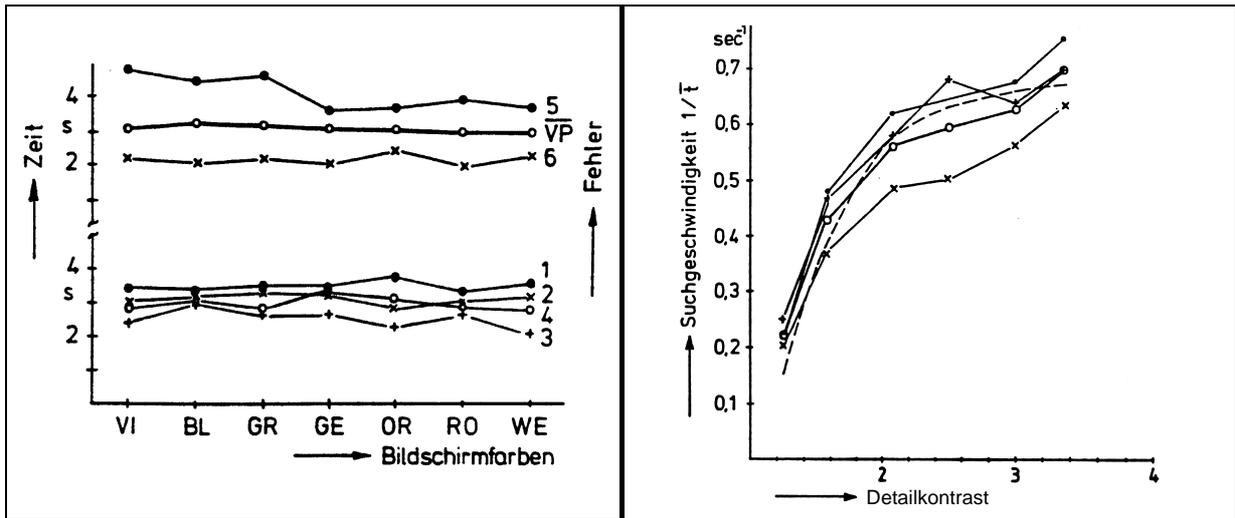


Bild 5.7:

Beispiele zur Bewertung der visuellen Leistung durch Zeitmessungen. Links ist die Zeit dargestellt, die zum Vergleich eines Bildschirmwortes (QDO-Kombination) mit einem entsprechenden Wort auf Papier erforderlich ist, wobei der Leuchtdichtekontrast der farbigen Zeichen gleich war. Die Kurven gelten für verschiedene Versuchspersonen. Das Bild rechts zeigt die Suchgeschwindigkeit (Kehrwert der mittleren Suchzeit) von zufallsartig über einem Bildschirm verteilten Suchzeichen in Abhängigkeit vom Leuchtdichtekontrast der Zeichen (Kokoschka: "Beleuchtung, Bildschirm, Sehen", S.156).

Fehlermaße

Die Qualität einer Arbeitsleistung hängt aber nicht nur von der Arbeitszeit ab, sondern auch von den dabei gemachten Fehlern.

Bei Inspektionsaufgaben z.B. unterscheidet man 2 Fehlerarten:

- 1) Es werden Abweichungen von der Sollstruktur übersehen.
- 2) Tatsächliche Übereinstimmungen zwischen Soll- und Ist-Struktur werden als Abweichung gesehen.

Oft werden beide Fehlerarten addiert und nicht getrennt behandelt. Bild 5.7 zeigt als Beispiel die gesamte Fehlerzahl, die beim Vergleich von Bildschirm- und beleuchteten Texten gemacht wurden.

Fehler- und Zeitmaße

Insgesamt gesehen ist also weder die Arbeitszeit noch die Fehlerzahl allein ein aussagefähiges Leistungsmaß. Schnelligkeit und Qualität sind nicht unabhängig. Sie werden von der Arbeitsstrategie bestimmt. Es stellt sich also die Frage nach der Verrechnung von Fehlern und Zeit.

Eine Möglichkeit besteht in der Definition einer Nutzleistung zu:

$$P_v = c \cdot \frac{n-f}{t} \quad (5.5)$$

wobei n die Gesamtzahl der Entscheidungen, f die absolute Fehlerzahl und t die Arbeitszeit bedeuten. Die Konstante c dient zur Normierung.

5.7 Versuchsplanung

Störvariable

Im Idealfall soll in einem Experiment die abhängige Variable bzw. die Messgröße nur von den kontrollierten unabhängigen Variablen beeinflusst werden. Tatsächlich wird die Messgröße auch von nicht genau zu kontrollierenden Störvariablen beeinflusst, deren Einfluss durch eine sorgfältige Versuchsplanung und Durchführung unter Kontrolle gehalten werden muss.

In einem psychophysikalischen Experiment werden 3 Gruppen von Störvariablen unterschieden:

- 1) Äußere physikalische Störvariable oder auch Umfeldvariable.
- 2) Die Versuchsperson selbst.
- 3) Der Versuchsleiter.

Zu 1):

Dazu gehören die Gegebenheiten des Experimentierraumes wie Temperatur, Lärm usw. aber auch den Versuchsablauf bestimmende Größen wie Tageszeit, Reihenfolge der Versuchsdarbietungen usw.

Zu 2):

Die Reaktion von Versuchspersonen hängt nicht nur von der Reizstruktur, sondern auch von ihren mentalen Eigenschaften wie Motivation, Strategie, Ermüdung, Lerneffekten usw. ab. Daher muss in einem reizdeterminierten Experiment versucht werden, diese inneren psychischen Variablen möglichst konstant zu halten.

Zu 3):

In psychophysikalischen Experimenten wird die Versuchsperson i.a. durch einen Versuchsleiter betreut, der bewusst oder unbewusst das Verhalten der Versuchsperson beeinflusst. Das könnte besonders dann der Fall sein, wenn der Versuchsleiter z.B. seine eigene Theorie experimentell überprüfen möchte.

Zur Elimination des Einflusses dieser Störvariablen kommen folgende Möglichkeiten in Frage:

- Neutrale Versuchspersonen und Versuchsleiter,
- Sachliche Information und Training der Versuchspersonen,
- Unabhängige Wiederholungsmessungen,
- Randomisierung der Versuchsvariablen,
- Konstanthaltung der äußeren Umgebungsbedingungen,
- Statistische Überprüfung der Störvariablen z.B. durch eine Varianzanalyse.

Alle Störvariablen zu kontrollieren ist aber problematisch. Einmal aus Kostengründen, aber auch grundsätzlich, weil ein Experiment ein möglichst getreues Bild der Wirklichkeit liefern soll.

Man unterscheidet daher 2 Arten eines psychophysikalischen Experiments:

- 1) Laborexperimente.
- 2) Feldexperimente.

Laborexperimente finden in einer künstlichen Umgebung statt, die eine präzise Kontrolle der Versuchsvariablen gestatten. Dadurch kann aber die Wirkung auf die mentale Struktur der Versuchsperson verfälscht werden. Laborexperimente kommen daher vor allem für Grundlagenversuche und Vorversuche in Frage.

Feldexperimente werden direkt in der Praxis, also "vor Ort" durchgeführt. Die mentale Struktur der Versuchsperson ist echter, allerdings kann sich auch hier die Versuchsperson ihrer besonderen Rolle bewusst sein. Schwierigkeiten bereitet die Kontrolle der Variablen. Feldexperimente dienen oft zur direkten Kontrolle bzw. Validierung von Laborergebnissen.

Wissenschaftliche Experimente müssen einmal reproduzierbare Ergebnisse ergeben. Die Ergebnisse müssen darüber hinaus die zu beschreibende Wirklichkeit möglichst wirklichkeitsgetreu widerspiegeln. Reproduzierbarkeit und Validität sind die wichtigsten Maßstäbe für die Aussagekraft psychophysikalischer Experimente.

Versuchsplanung

Ein psychophysikalisches Experiment wird mit einer Stichprobe von Versuchspersonen durchgeführt, die ein möglichst getreues Bild der Grundgesamtheit liefern soll.

Stichprobenart

Es wird zwischen abhängigen (in verschiedenen Versuchsreihen immer die gleichen Versuchspersonen) und unabhängigen Stichproben (immer andere Versuchspersonen) unterschieden.

Stichprobenauswahl

Die Auswahl der Versuchspersonen zu einer Stichprobe kann nach verschiedenen Kriterien erfolgen. Bei einer repräsentativen Stichprobe sollen die spezifischen Merkmale der Grundgesamtheit (z.B. Alter, Schulbildung, Einkommen usw.) miterfasst werden. Häufig werden aber auch Experimente mit einer Stichprobe mit gruppenspezifischen Merkmalen durchgeführt, z.B. mit Normal- oder Fehlsichtigen.

Stichprobenumfang

Jede Stichprobe ist mit einem Stichprobenfehler behaftet, der mit dem Stichprobenumfang abnimmt. Abhängig von der Messunsicherheit und dem statistischen Signifikanzniveau ist daher ein Mindestumfang für die Stichprobe erforderlich.

Variablenstruktur

Im allgemeinen wird die Messgröße bzw. Unabhängige Variable in Abhängigkeit von mehreren d.h. n Einflussvariablen bzw. Abhängigen Variablen untersucht. Bei $n = 1$ spricht man von einem univariablen Experiment. Häufig ist $n = 2$ (Zweifachvariablen-Experiment) oder auch $n = 3$ (Dreifachvariablen-Experiment). Bei einem vollständigen " $n = 2$ Experiment" können die Variablen in einer zweidimensionalen Matrix angeordnet werden.

5.8 Statistische Versuchsauswertung

Die statistische Auswertung der Unabhängigen Variablen bzw. der Messgröße von psychophysikalischen Experimenten soll fundierte Kriterien für die Interpretation der Ergebnisse liefern. Sie befasst sich unter anderem mit folgenden Fragen:

- 1) Unsicherheit bzw. Vertrauensbereich eines gemessenen Mittelwertes.
- 2) Signifikanz von gemessenen Mittelwertsunterschieden.
- 3) Aufdecken von Wechselbeziehungen zwischen den Abhängigen Variablen.

Dazu im folgenden einige Erläuterungen.

Mittelwert und Standardabweichung

Die Messwerte der Elemente einer Stichprobe sind naturgemäß mehr oder weniger großen Schwankungen unterworfen. Für eine zuverlässige Schätzung der Stichprobenparameter sind daher genügend häufige Einzelwerte der Stichprobe zu bestimmen.

Mittelwert der Stichprobe \bar{x}

Der am häufigsten verwendete Mittelwert ist der arithmetische bzw. wahrscheinlichste Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.6)$$

wobei x_i die Einzelwerte und n ihre Anzahl bedeuten. Weitere Mittelwerte sind der Median (50 %-Wert) und der Modalwert (häufigster Wert).

Standardabweichung der Einzelwerte s

Sie ist ein Maß für die Breite der Häufigkeitsverteilung der Einzelwerte. Sie ist definiert als die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung vom Mittelwert und Einzelwerten:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad (5.7)$$

Bei einer Normalverteilung z.B. liegen zwischen Mittelwert und Mittelwert plus Standardabweichung etwa 34 % aller Einzelwerte.

Standardabweichung der Mittelwerte s_m

Werden aus einer Grundgesamtheit mehrere unabhängige Mittelwerte ermittelt, dann streuen auch diese um ihren gemeinsamen Mittelwert mit einer Standardabweichung s_m . Diese Standardabweichung der Mittelwerte lässt sich aus der Standardabweichung der Einzelwerte wie folgt schätzen:

$$s_m = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (5.8)$$

wenn n wieder den Stichprobenumfang angibt.

Testen von Hypothesen

Im Prinzip muss bei statistischen Auswertungen zwischen 2 Alternativen bzw. Hypothesen entschieden werden, nämlich der Arbeits- und der Nullhypothese. Wurden z.B. unter 2 unterschiedlichen Situationen 2 numerisch unterschiedliche Mittelwerte gemessen, dann ist die Frage zu beantworten, ob der Mittelwertsunterschied zufällig oder signifikant ist. Die Arbeitshypothese könnte gemäß dem zugrundeliegenden Sachverhalt einen signifikanten Mittelwertsunterschied annehmen. Statistisches Testen bedeutet, die Nullhypothese, also in diesem Fall einen nur zufallsartigen Mittelwertsunterschied, zu beweisen zu versuchen. Nur wenn das nicht gelingt, kann die Arbeitshypothese aufrecht erhalten werden.

Jede der beiden Entscheidungen ist mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit behaftet. Bei üblichen einfachen Prüfungen ist nur die Irrtumswahrscheinlichkeit der Nullhypothese bekannt.

In der Statistik sind die Zufallsverteilungen einer Reihe von Testgrößen bekannt, zum Beispiel:

- der Normalverteilung z-Score ($z = (\bar{x} - x) / s$);
- der Stichproben t-Score, der für große Stichproben in den z-Score übergeht.

Andere wichtige Zufallsverteilungen sind z.B. der χ^2 -Score oder F-Score.

Vertrauensbereich des Mittelwertes

Der Vertrauensbereich gibt an, in welchem Bereich um den Stichprobenmittelwert \bar{x} der statistisch wahre Wert der Grundgesamtheit liegt. Es gilt:

$$\mu = \bar{x} \pm t_k s_m \quad (5.9)$$

Es bedeuten:

μ : der wahre Wert der Population.

\bar{x} : der Stichprobenmittelwert.

s_m : die Standardabweichung der Mittelwerte.

t_k : der kritische t_k -Score, abhängig von Stichprobenumfang und der angenommenen Irrtumswahrscheinlichkeit (übliche Werte 1 % oder 5 %).

Mittelwertsprüfung

Zwei Mittelwerte \bar{x} und \bar{y} sind signifikant verschieden, wenn der auf beide Größen angewendete t-Score größer oder kleiner als der kritische t-Score ist. D.h. der Unterschied ist signifikant, wenn gilt:

$$\frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{s_m} > t_k \quad (5.10)$$

Bei unabhängigen Stichproben schätzt man s_m am besten zu $s_m = \sqrt{s_x^2 / n_x + s_y^2 / n_y}$, wenn x und y die beiden Stichproben kennzeichnen. Bei abhängigen Stichproben schätzt man s_m am besten zu $s_m = s_d / \sqrt{n}$, wenn s_d die Standardabweichung der paarweisen Differenzen $d = x_i - y_i$ bedeutet.

Beispiel 5.2:

Anwendung des t-Testes für 2 unabhängige Stichproben.

Die Messergebnisse für 2 Stichproben X und Y seien:

| | | | | | | | | | |
|-------|---|----|----|---|---|---|---------------|------------|---------|
| x_i | 2 | 5 | 7 | 9 | 6 | 7 | $\bar{x}=6,0$ | $s_x=2,37$ | $n_x=6$ |
| y_i | 4 | 16 | 11 | 9 | 8 | | $\bar{y}=9,6$ | $s_y=4,39$ | $n_y=5$ |

Die Arbeitshypothese sei $\bar{y} > \bar{x}$. Die Nullhypothese ist dann $\bar{y} = \bar{x}$.

Für die Standardabweichung der Mittelwerte erhält man $s_m = 2,2$. Damit wird:

$$t = \frac{\bar{y} - \bar{x}}{s_m} = \frac{9,6 - 6,0}{2,2} = 1,64$$

Aus einer t-Tabelle erhält man für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % und $df = n_x + n_y - 2 = 9$ Freiheitsgrade $t_k = 1,83$. Somit ist der gemessene Mittelwertsunterschied nicht signifikant. Die Ursache dafür liegt möglicherweise in der zu geringen Stichprobengröße.

Bei Experimenten mit mehr als einer Abhängigen Variablen können varianzanalytische Verfahren angewendet werden. Hier wird einmal die Frage beantwortet, ob die Abhängigen Variablen, z.B. die Umfeldleuchtdichte und die Sehobjektgröße im o.g. Beispiel "Visuelle Leistungsfähigkeit im Straßenverkehr" von signifikantem Einfluss auf die Unabhängige Variable (im Beispiel die Sehschärfe) sind. Die zweite Frage bei Varianzanalysen ist, ob signifikante Wechselwirkungen zwischen den Abhängigen Variablen bestehen.

6. Aufbau und Funktion des visuellen Systems

Für eine optimale Gestaltung des Wahrnehmungsraumes z.B. die Beleuchtung von Räumen, des Straßenverkehrs oder die Dimensionierung von optischen Anzeigen ist ein gewisses Verständnis über den Aufbau und die Wirkungsweise des visuellen erforderlich. Diesem Zweck dient der folgende Abschnitt.

Bild 6.2 zeigt die wichtigsten Komponenten unseres Sehsystems, nämlich:

- das Auge mit Optik und Netzhaut,
- die Sehnerven und Schaltstellen,
- den visuellen Kortex.

Die Optik, bestehend aus Hornhaut, Pupille und Augenlinse soll dafür sorgen, dass auf der Netzhaut ein möglichst scharfes Bild des Außenraumes entsteht. Die Netzhaut enthält die lichtempfindlichen Rezeptoren und Nervenzellen, die die Rezeptorsignale von Linien und Kanten des Bildes neuronal verstärken. Den Ausgang der Netzhaut bilden die Ganglienzellen, deren elektrische Pulse über Sehnerven und Schaltstellen zum visuellen Kortex gelangen (siehe Bild 6.3).

6.1 Optik des Auges

6.1.1 Optische Komponenten

Bindehaut

Die Bindehaut ist eine dünne Schleimschicht auf dem äußeren Teil des Augapfels. Sie enthält Äderchen zur Versorgung des Auges und ist besonders empfindlich gegenüber der kurzwelligigen UV-Strahlung (UVC-Strahlung). Zu starke Bestrahlung führt zur Bindehautentzündung.

Hornhaut

Die optisch klare Hornhaut ist annähernd sphärisch gekrümmt. Sie liefert den größten Teil der Brechkraft (ca. 43 dptr), um die Objekte auf der Netzhaut abzubilden. Trübung der Hornhaut verringert die Sehschärfe und erhöht die Blendempfindlichkeit.

Augenlinse

Während die Brechkraft der Hornhaut konstant bleibt, ist die Brechkraft der Augenlinse variabel. Der Vorgang der unbewussten, automatischen Scharfeinstellung des Auges wird als Akkommodation bezeichnet. Ist die Linse dazu nicht in der Lage, so liegt Fehlakkommodation vor, z.B. bei nicht korrigierter Kurz- oder Weitsichtigkeit. Bei minimaler Akkommodation beträgt die Brechkraft der Linse etwa 19 dptr, bei maximaler Akkommodation etwa 33 dptr.

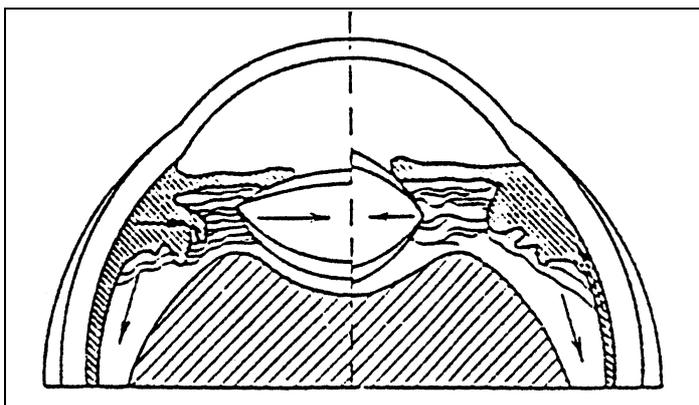


Bild 6.1:

Im Zustand minimaler Akkommodation bzw. beim Blick in die Ferne ist die vordere Linsenfläche weniger stark gekrümmt.

Im Zustand verstärkter Akkommodation nimmt die Krümmung der vorderen Linsenfläche zu und erhöht damit die Brechkraft.

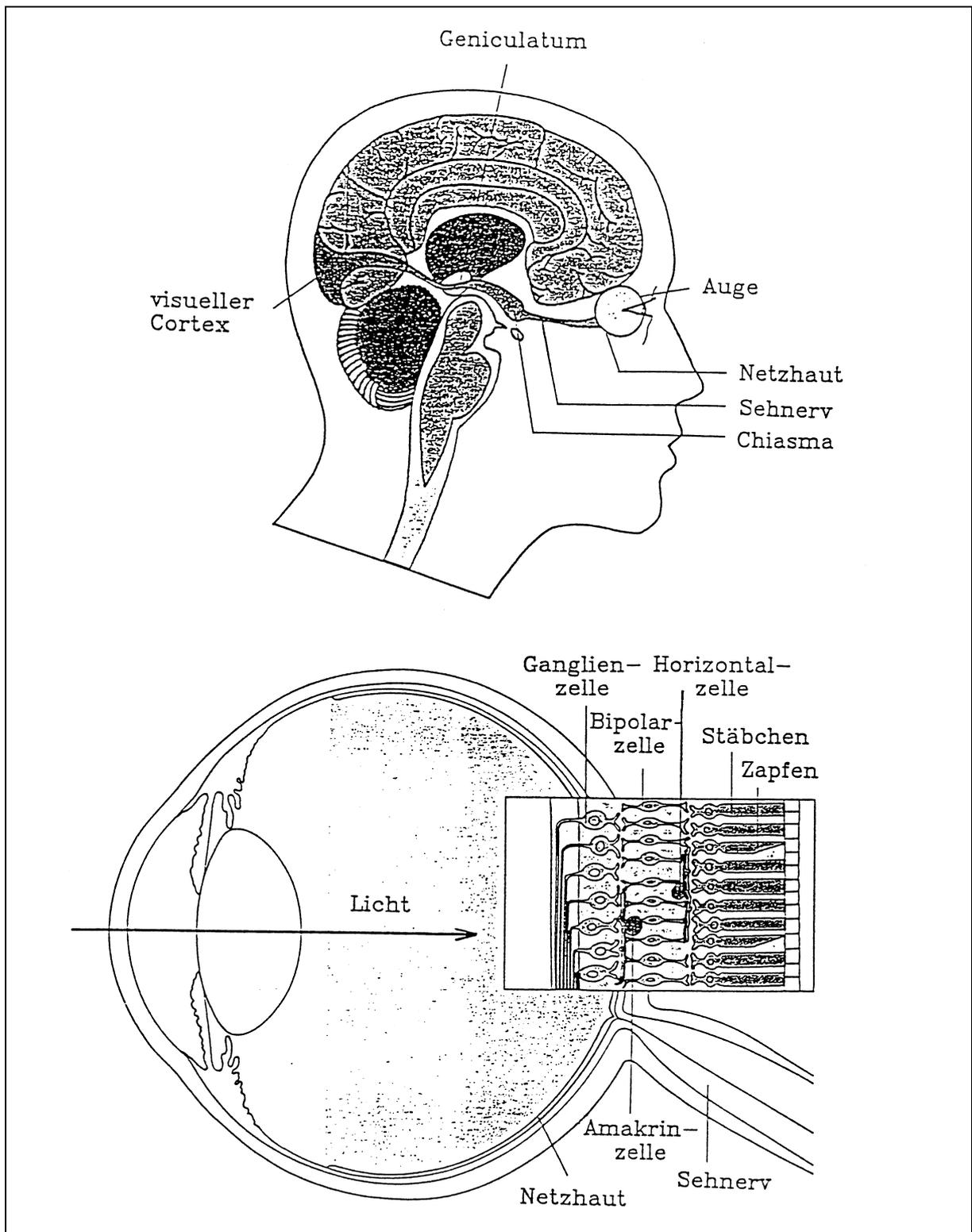
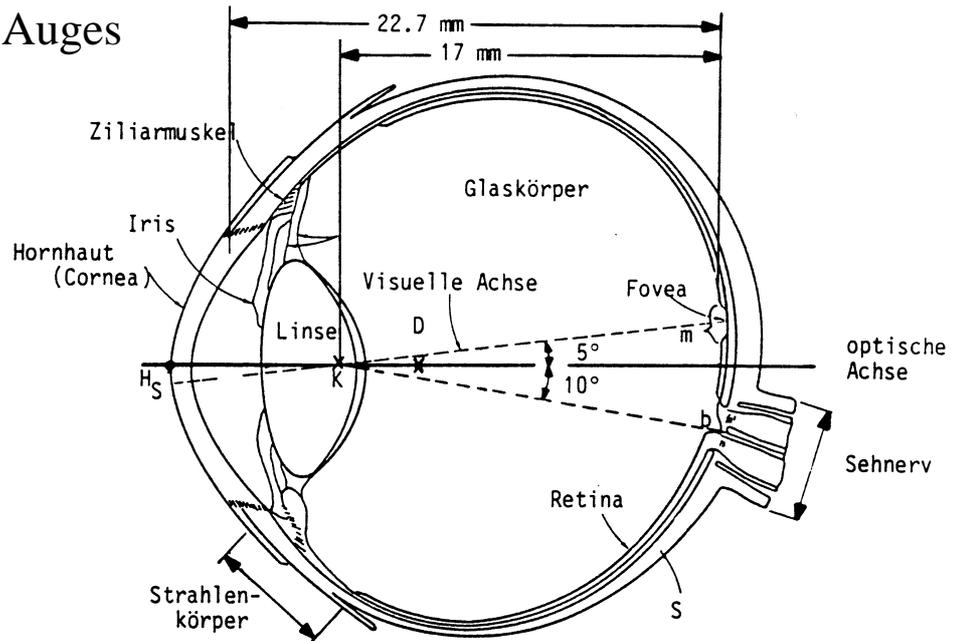


Bild 6.2:

Das visuelle System besteht aus den Komponenten Auge, Sehnerven und Schaltstellen sowie dem visuellen Kortex (Bild oben). Das untere Bild zeigt einen Schnitt durch das Auge. Hervorgehoben sind die Optik und die Netzhaut.

Aufbau des Auges



Aufbau der Netzhaut

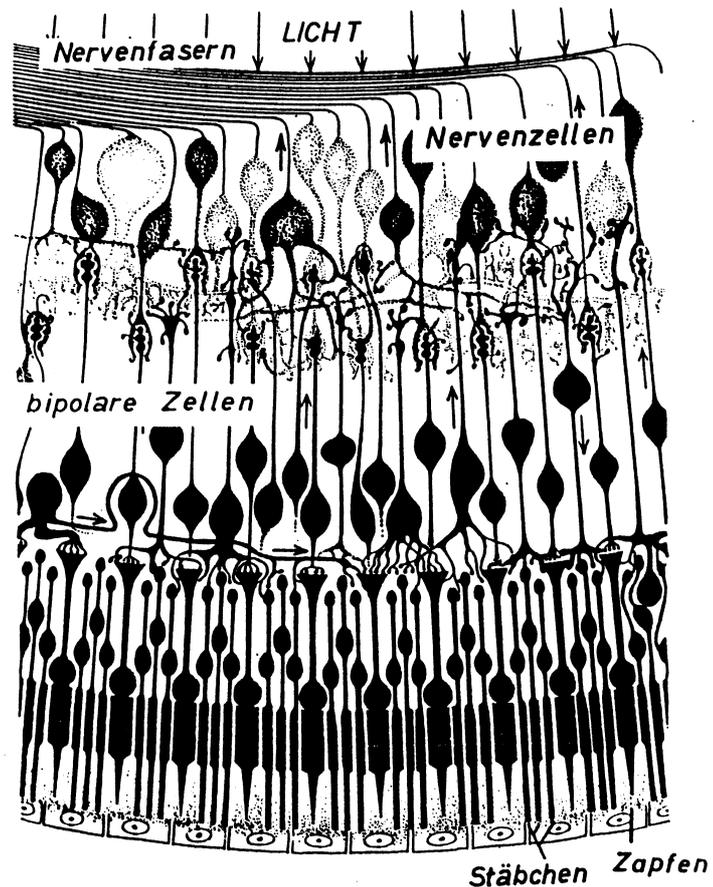


Bild 6.3:

Zum Aufbau des Auges. Der obere Bildteil zeigt den Augapfel, dessen Durchmesser etwa 23 mm beträgt. Optische Achse und Fixationsachse liegen etwa 5° auseinander. Es bedeuten ferner: K - Knotenpunkt des optischen Systems, D - Augendrehpunkt, b - blinder Fleck. Der untere Bildteil zeigt einen Schnitt durch die Netzhaut. Die etwa 0,4 mm dicke Netzhautschicht enthält die Rezeptoren und signalverarbeitende Neurone. Ab der Ganglienzellschicht (im Bild: Nervenzellen) werden die elektrischen Signale in Form von elektrischen Pulsen weitergeleitet.

Von großer Bedeutung für das Sehen ist, dass die schichtartig angeordneten Linsenfasern sich im Laufe des Lebens durch Teilung vermehren. Die alten Zellen werden ins Linseninnere transportiert und bilden mit zunehmendem Alter einen Linsenkern, dessen Elastizität und optische Klarheit mit dem Alter immer mehr abnehmen. Dies erklärt den mit dem Alter zunehmenden Verlust an Akkommodations

Pupille, Iris

Unmittelbar vor der Linse befindet sich ein ringförmiger Muskel, die Iris, dessen Pigmenteinlagerungen die Augenfarbe ergeben. Die freie Öffnung wird als Pupille bezeichnet.

Das Pupillenverhalten in Abhängigkeit vom Lichteinfall wurde oft als Beispiel eines biologischen Reglers untersucht. Die natürliche Pupillenunruhe wird dabei als Regelabweichung interpretiert. Ändert sich plötzlich der Lichteinfall, so stellt sich nach einem typischen Überschwingen der Pupillendurchmesser auf einen neuen Wert ein. Die Einschwingzeit beträgt unter Tageslichtbedingungen etwa 0,2 - 0,3 s, bei Nacht etwa 0,4 - 0,6 s.

Der Durchmesser der Pupille nimmt mit wachsendem Lichteinfall ab. Die Grenzen liegen zwischen etwa 8 und 2 mm Durchmesser. Die Pupille ist aber auch ein Indikator für zahlreiche psychologische Zustände. Schreck und Angst z.B. führen zu einer Vergrößerung des Pupillendurchmessers.

Zwischen scheinbarem Pupillendurchmesser d (in mm) und Umfeldleuchtdichte L_u (in cd/m^2) besteht im Bereich zwischen 10^{-3} und 10^4 cd/m^2 bei unbuntem Licht etwa folgender, empirisch ermittelter Zusammenhang:

$$d = 4,40 \cdot L_u^{-0.085} \quad (6.1)$$

Tabelle 6.1 zeigt typische Beispiele. Untersuchungen sprechen dafür, dass die Pupille auch bei Tage nicht von den Zapfen, sondern von den Stäbchen gesteuert wird.

Die Wirkung der Pupille als Regler für den ins Auge gelangenden Lichtstroms darf nicht überschätzt werden. Der ins Auge gelangende Lichtstrom unterscheidet sich bei minimaler und maximaler Pupillenweite um etwa den Faktor 16, während sich die Umfeldleuchtdichten bei Nacht (minimal etwa 10^{-5} cd/m^2) und Tag (maximal etwa 10^5 cd/m^2) um etwa einen Faktor 10^{10} unterscheiden können. Größere Bedeutung hat die Pupillenänderung auf die Tiefenschärfe. Geringere Pupillengrößen bei Tage ergeben erheblich schärfere Netzhautbilder, und darauf kommt es beim Tagessehen besonders an.

Tabelle 6.1:
Umfeldleuchtdichte und Pupillenweite nach Gl. (6.1).

| Umfeld-Leuchtdichte L_u (cd/m^2) | Nacht | | Dämmerung | Tag | | |
|--|-----------|-----------|-----------|--------|--------|--------|
| | 10^{-3} | 10^{-2} | 1 | 10^2 | 10^3 | 10^4 |
| Pupillendurchmesser d (mm) | 7,9 | 6,5 | 4,4 | 3,0 | 2,5 | 2,0 |

6.1.2 Augenoptik des Rechtsichtigen Ersatzaugen

In der Augenoptik werden die individuell sehr unterschiedlichen Augenmaße durch Durchschnittsaugen bzw. Ersatzaugen angenähert. Bild 6.4 links zeigt vereinfacht das sog. exakt schematische Auge nach Gullstrand, bei dem die brechenden Flächen, Linse und Hornhaut, eine endliche Dicke haben. Einige Daten enthält Tabelle 6.2.

Tabelle 6.2:

Optische Daten des exakt schematischen Auges nach Gullstrand.

| | Minimale Akkomodation | Maximale Akkomodation |
|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Vorderer Brennpunkt | -15,7 mm | -14,2 mm |
| Hinterer Brennpunkt F' | 24,0 mm | 18,9 mm |
| Vorderer Knotenpunkt K | 7,1 mm | 7,1 mm |
| Hinterer Knotenpunkt K' | 7,3 mm | 7,3 mm |
| Brechkraft gesamt | 58,6 dptr | 70,6 dptr |
| Brechkraft Hornhaut | 43,1 dptr | 43,1 dptr |
| Brechkraft Linse | 19,1 dptr | 33,1 dptr |

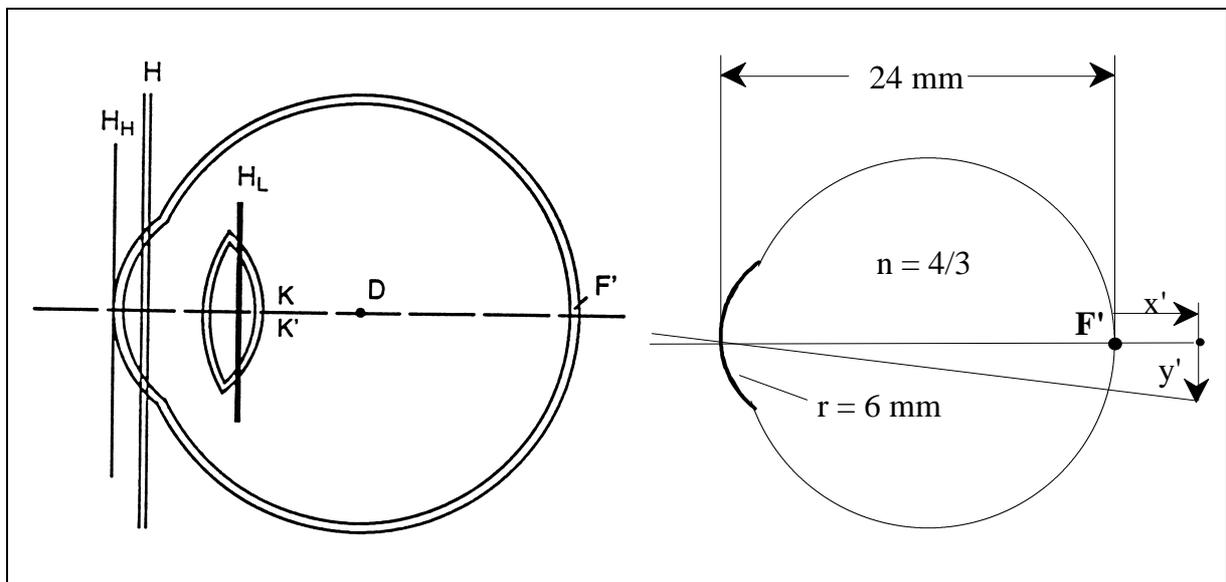


Bild 6.4:

Schematische Augen. Links vereinfacht das exakt schematische Auge nach Gullstrand. H sind die Hauptebenen des aus Hornhaut und Linse bestehenden Gesamtsystems, H_L die der Linse, H_H die der Hornhaut. Rechts das Donder'sche Ersatzauge, das nur für den Zustand minimaler Akkomodation, d.h. Blick in die Ferne, gilt.

Bild 6.4 rechts zeigt das sog. Donder'sche Ersatzauge. Es kennzeichnet den Zustand minimaler Akkomodation. Die gesamte Brechkraft von Hornhaut und Linse wird in eine einzige äquivalente Hornhautfläche verlegt. Daten dieses Ersatzauges zeigt Tabelle 6.3.

Tabelle 6.3:
Daten des Donder'schen Ersatzauges.

| | | | |
|-----------------------------|----|---|-----------|
| Äquivalenter Hornhautradius | r | = | 6 mm |
| Brechungsindex | n | = | 1,33 |
| Hintere Brennweite | f' | = | 24 mm |
| Vordere Brennweite | -f | = | 18 mm |
| Brechkraft | D | = | 55,6 dptr |

Akkommodationsbreite

Zur Akkommodation weit entfernter Sehobjekte ist eine geringere Brechkraft erforderlich als bei nahe gelegenen. Der Unterschied zwischen maximaler (D_{\max}) und minimaler (D_{\min}) Akkommodation ist die maximal zur Verfügung stehende Akkommodationsbreite:

$$\Delta D = D_{\max} - D_{\min} \quad (6.2)$$

Sie beträgt nach Tabelle 6.2 für das exakt schematische Auge 12 dptr. Tatsächlich nimmt diese Akkommodationsbreite ab etwa dem 25. Lebensjahr mit wachsendem Alter dramatisch ab, wie Bild 6.5 zeigt. Ursache dafür ist die Abnahme der Linsenelastizität.

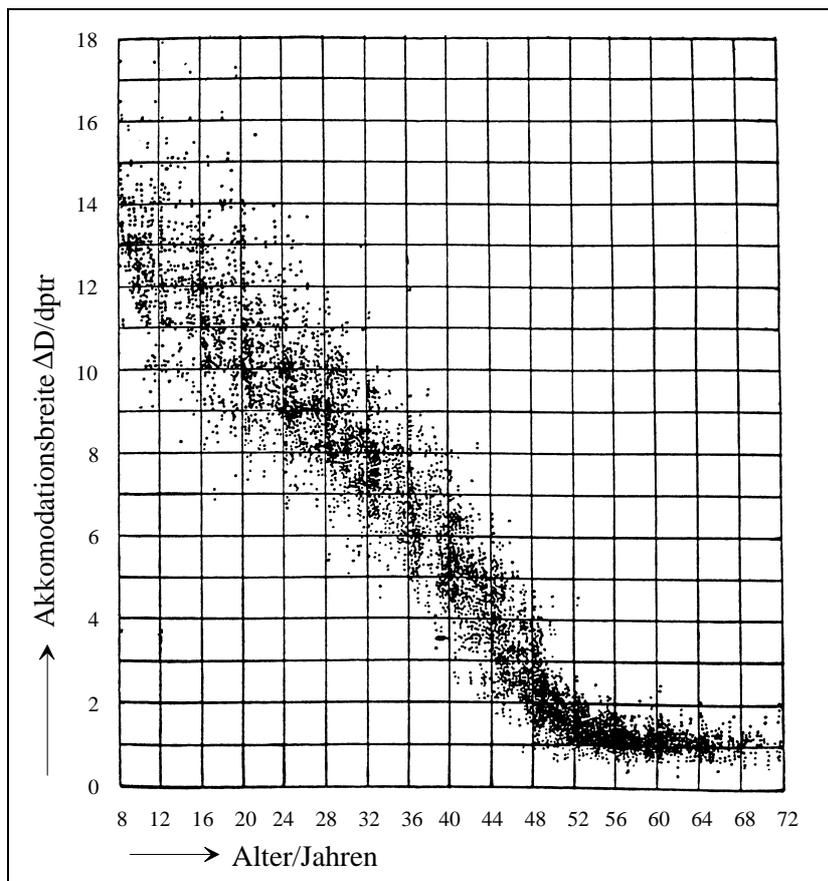


Bild 6.5:

Abnahme der maximalen Akkommodationsbreite mit dem Alter nach Duane (1922). Nach dieser Untersuchung verbleibt ab etwa 50 Lebensjahren eine Rest - Akkommodationsbreite von etwa 1 dptr. Die individuellen Streuungen sind aber erheblich.

6.1.3 Sehbereich, Brillenkorrektur

Sehbereich

Als Sehbereich bezeichnen wir den durch Nahpunkt und Fernpunkt begrenzten Bereich des scharfen Sehens (siehe Bild 6.6). Der Nahpunkt ist durch maximale Akkommodation, der Fernpunkt durch minimale Akkommodation gekennzeichnet. Den Fernpunkt erhält man aus der "inneren" Vergenz:

$$A'_F = D_{\min} + A = D_{\min} + \frac{1}{(-a_F)} \quad (6.3)$$

und entsprechend den Nahpunkt aus:

$$A'_N = D_{\max} + A = D_{\max} + \frac{1}{(-a_N)} \quad (6.4)$$

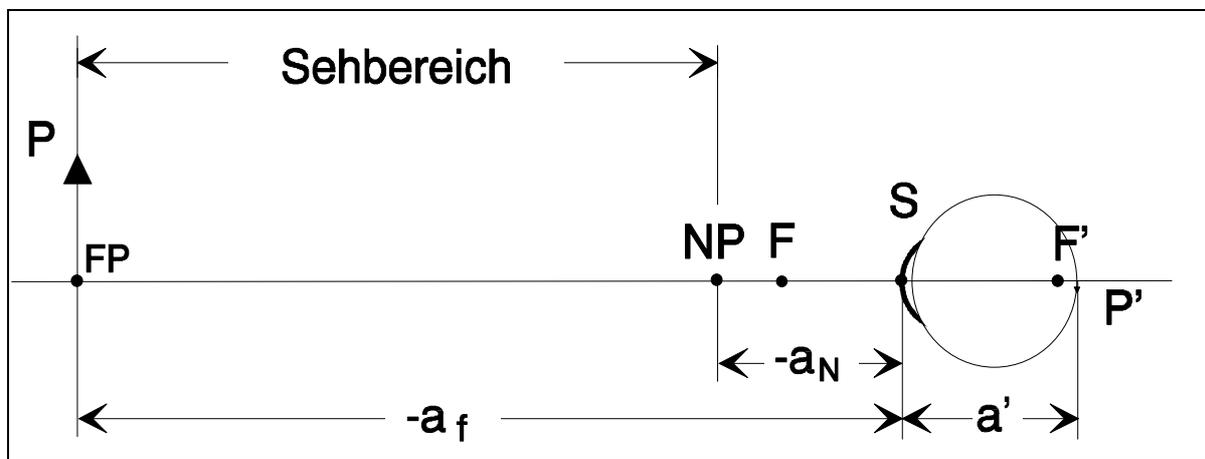


Bild 6.6:

Sehbereich zwischen Nahpunkt NP und Fernpunkt FP. Die Abstandsmaße werden vom Scheitel S der ektseitige und F' der bildseitige Brennpunkt des individuellen Auges.

Damit gilt für die Akkommodationsbreite:

$$\Delta D = D_{\max} - D_{\min} = \frac{1}{(-a_N)} - \frac{1}{(-a_F)} \quad (6.5)$$

Da die Akkommodationsbreite ΔD mit dem Alter abnimmt, hängt auch der Sehbereich vom Alter ab. Dieser Effekt der zunehmenden Entfernung des Nahpunktes wird als Altersweitsichtigkeit bezeichnet (siehe Tabelle 6.4).

Tabelle 6.4:

Alter und Akkommodationsbreite des Rechtsichtigen.

| | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|------|------|----|-------|
| Alter/J | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | ab 50 |
| $\Delta D/dptr$ | 12 | 11 | 8 | 6 | 2 | 1 |
| Nahpunkt/cm | 8,3 | 9,1 | 12,5 | 16,7 | 50 | 100 |

Refraktionsanomalien

Ein weiterer Einflussfaktor für den Sehbereich ist der individuelle Refraktionszustand des Auges. Ist die Länge des Augapfels an die minimale Brechkraft von Hornhaut und Linse angepasst, dann liegt das Bild eines unendlich fernen Objektes auf der Netzhaut. Das ist beim Normalsichtigen (Emmetropen) der Fall. Beim Kurzsichtigen (Myopen) ist der Augapfel relativ zu lang, weit entfernte Objekte werden vor der Netzhaut abgebildet. Beim Weitsichtigen (Hyperopen) ist der Augapfel relativ zu kurz, das Bild näherer Objekte liegt vor der Netzhaut.

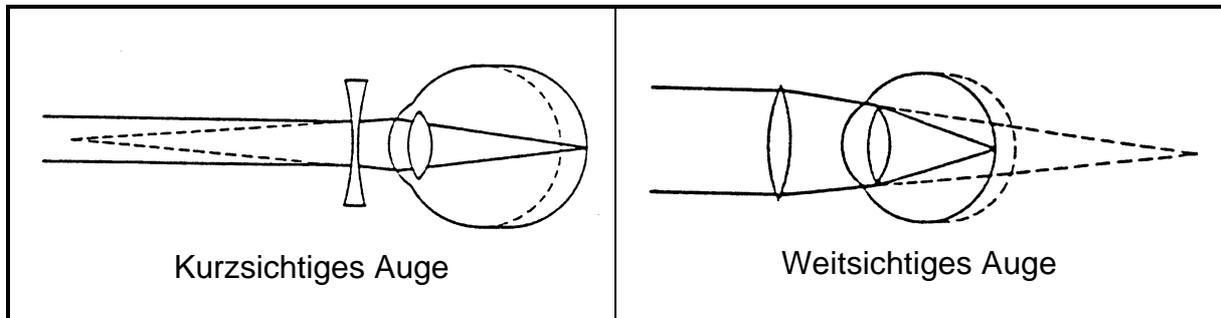


Bild 6.7:

Strahlengang beim Kurzsichtigen (Links) und Weitsichtigen (Rechts). Der unkorrigierte Strahlengang ist gestrichelt gezeichnet.

Altersweitsichtigkeit, Kurz- und Weitsichtigkeit können durch Brillen oder Kontaktlinsen korrigiert werden. Dabei wird wie folgt vorgegangen:

- Altersweitsichtigkeit: Brechkraft durch eine Sammellinse erhöhen.
- Kurzsichtigkeit: Brechkraft durch eine Zerstreuungslinse verringern.
- Weitsichtigkeit: Brechkraft durch eine Sammellinse erhöhen.

Das Ausmaß der Fehlsichtigkeit wird durch die Brechkraft der Brille charakterisiert. Optisch nicht zu beeinflussen ist die Akkommodationsbreite. Mit Hilfe von Brillen kann man lediglich Nahpunkt und Fernpunkt in einen gewünschten Bereich verschieben, zum Beispiel den Fernpunkt ins "Unendliche". Der Nahpunkt ist dann je nach individuell zur Verfügung stehender Akkommodationsbreite festgelegt. Bei Arbeitsbrillen werden Nah- und Fernpunkt in für die Arbeitsaufgabe günstige Bereiche gelegt.

Ist die Hornhaut des Auges asphärisch, dann hängt die Brechkraft auch von der Winkellage der Lichteinfallsebene ab. Dieser sphärische Astigmatismus wird mit Zylinderlinsen korrigiert.

Brillenkorrektur

Für die erforderliche Brechkraft D_B einer Brille zur Einzielung eines scharfen Netzhautbildes gilt:

$$D_B = R - A - Dd \quad (6.6)$$

wobei bedeuten:

R: die individuelle Refraktionsanomalie.

A: die äußere Vergenz $A = 1/(-a)$.

d: das aufgewendete Akkommodationsvermögen im Rahmen der zur Verfügung stehenden Akkommodationsbreite D ($d = 0 \dots \Delta D$).

Beispiel 6.1: Nah- und Fernpunkte bei verschiedenen Brillenstärken. Brechkräfte in dptr.

Ein 45jähriger Rechtsichtiger habe eine maximale Akkommodationsbreite von 3 dptr. Er benutzt neben der Fernbrille eine Arbeitsbrille von 0,75 dptr. Zu bestimmen sind Fernpunktstand ($-a_F$) und Nahpunktstand ($-a_N$):

Ohne Brille: $D_B = 0$

Fernpunkt: $\Delta d = 0$; $A = R - D_B = 0$ ($-a_F$) = Unendlich

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $A = -\Delta d = -3$ ($-a_N$) = 0,33 m

Mit Arbeitsbrille: $D_B = 0,75$ dptr.

Fernpunkt: $\Delta d = 0$; $A = -D_B = -0,75$ ($-a_F$) = 1,33 m

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $A = -D_B - \Delta d = -3,75$ ($-a_N$) = 0,27 m

Für einen 45jährigen Kurzsichtigen mit einer Refraktionsanomalie von $R = -2$ dptr und wieder einer maximalen Akkommodationsbreite von 3 dptr gelten für den Nah- und Fernpunkt:

Ohne Brille: $D_B = 0$

Fernpunkt: $\Delta d = 0$; $R = -2$; $A = R = -2$ ($-a_F$) = 0,5 m

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $R = -2$; $A = R - \Delta d = -5$ ($-a_N$) = 0,2 m

Mit Fernbrille: $D_B = 2$ dptr

Fernpunkt: $\Delta d = 0$; $A = R - D_B = 0$ ($-a_F$) = Unendlich

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $A = R - D_B - \Delta d = -3$ ($-a_N$) = 0,33 m

Mit Arbeitsbrille: $D_B = -1$ dptr

Fernpunkt: $\Delta d = 0$; $A = R - D_B = 1,0$ ($-a_F$) = 1,0 m

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $A = R - D_B - \Delta d = 4$ ($-a_N$) = 0,25 m

Entsprechend gilt für einen 45jährigen Weitsichtigen mit $R = 2$ dptr:

Ohne Brille: $D_B = 0$ m

Fernpunkt: $\Delta d = 2$; $A = R - d = 0$ ($-a_F$) = Unendlich

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $A = R - \Delta d = -1$ ($-a_N$) = 1,0 m

(2 dptr. der maximalen Akkommodationsbreite von 3 dptr werden zur Fernakkommodation benötigt.)

Mit Fernbrille: $D_B = -2$ dptr

Fernpunkt: $\Delta d = 0$; $A = R - D_B = 0$ ($-a_F$) = Unendlich

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $A = R - D_B - \Delta d = -3$ ($-a_N$) = 0,33 m

Mit Arbeitsbrille: $D_B = 3$ dptr

Fernpunkt: $\Delta d = 1$; $A = R - D_B - \Delta d = -1$ ($-a_F$) = 1,0 m

Nahpunkt: $\Delta d = 3$; $A = R - D_B - \Delta d = -4$ ($-a_N$) = 0,25 m

6.1.4 Abbildungsfehler

Bei der Abbildung eines Objektes auf die Netzhaut treten eine Reihe von Effekten auf, die durch die Gauß'sche Abbildungsoptik nicht erfasst werden und daher eine Bildpunktverbreiterung zur Folge haben.

Sphärische Aberration

Bei sphärischen optischen Flächen hängt der Brennpunkt von der Lichteinfallshöhe ab. Die folgende Tabelle enthält theoretische Ergebnisse für eine ideale Hornhaut.

Tabelle 6.5:
Zur sphärischen Aberration.

| | | | | | |
|---------------------|------|------|------|-----|-----|
| Lichteinfallshöhe | h/mm | 0,25 | 0,50 | 1,0 | 2,0 |
| Brechkraftdifferenz | dptr | 0,03 | 0,1 | 0,4 | 1,7 |

Praktisch dürfte sich die sphärische Aberration erst bei Pupillenweiten ab etwa 3 mm ($h = 1,5$ mm) durch eine Bildpunktverbreiterung merkbar negativ auswirken.

Chromatische Aberration

Für die Brechkraft der äquivalenten Hornhautfläche des Donder'schen Ersatzauges gilt:

$$D = \frac{n' - n}{r} \quad (6.7)$$

In Tabelle 6.6 sind mit $r = 0,006$ m und n' den Werten für Wasser Brechkraft des Auges bei 3 verschiedenen Wellenlängen des Lichtes zusammengestellt.

Tabelle 6.6:
Abschätzung der chromatischen Aberration beim Auge.

| | | | |
|-------------------------|--------|--------|--------|
| Wellenlänge in nm | 450 | 550 | 650 |
| Brechungsindex n' | 1,3405 | 1,3360 | 1,3318 |
| Brechkraft D in dptr | 56,75 | 56,0 | 55,3 |
| Brechkraftdifferenz D | 0,75 | 0 | 0,70 |

Nimmt man an, dass das Auge auf Wellenlängen im mittleren Spektralbereich um 550 nm akkommodiert, dann erhält man zu den Spektralenden Brechkraftdifferenzen bis zu etwa 0,7 dptr. Beim praktischen Sehen sind die Farben mehr oder weniger stark entsättigt, so dass die chromatische Aberration sich nur in Extremfällen negativ auswirken dürfte.

Fehlakkommodation

Durch nicht korrigierte Kurz- oder Weitsichtigkeit nimmt die Bildpunktbreite beträchtlich zu, d.h. die Sehschärfe nimmt ab. Anhaltswerte zeigt Tabelle 6.7.

Tabelle 6.7:
Sehschärfe und Fehlakkommodation.

| | | | | |
|------------------------------------|---|-----|-----|-----|
| Fehlakkommodation ΔD /dptr | 0 | 0,5 | 1 | 2 |
| Relative Sehschärfe (Visus) | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,1 |

Eine Refraktionsabweichung von z.B. 2 dptr kann danach zu einer erheblichen Abnahme der Sehschärfe bis zu etwa 10 % des Normalwertes führen.

Beugung

Nach Gl. (1.2) wächst der Durchmesser des Beugungsscheibchens mit wachsender Wellenlänge des Lichtes und sinkender Pupillenweite. Danach beträgt z.B. der Durchmesser des Beugungsscheibchens für eine Pupillenweite von 4 mm bei einem Spektrallicht der Wellenlänge 555 nm etwa $2\ \mu\text{m}$ und liegt damit in der Größenordnung der Rezeptordurchmesser.

Punktbildfunktion

Eine Punktbildfunktion ist die relative Beleuchtungsstärke-Verteilung auf der Netzhaut, die von einem idealen Objektpunkt erzeugt wird. Sie ist ein generelles Maß für die optische Abbildungsqualität. Bild 6.8 zeigt ihren Verlauf bei perfekter Akkommodation für eine Pupillenweite von 2 mm und eine Wellenlänge von 560 nm.

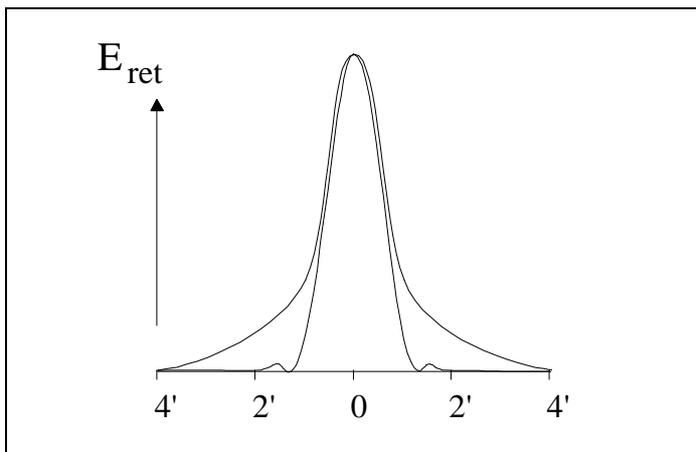


Bild 6.8:

Ideale Punktbildfunktion des Auges bei einer Pupillenweite von 2 mm und einer Wellenlänge von 560 nm bei perfekter Akkommodation. Die gestrichelte Kurve beschreibt den Effekt der Beugung. (Abzisse in Bogenminuten)

Die Punktbildfunktion ist die örtliche Systemfunktion des Systems Auge. Ihre Fouriertransformierte ergibt die Kontrastempfindlichkeitsfunktion für sinusförmige Modulationen.

(nach Barlow/Mollon: "The Senses", S. 60)

Alle Abbildungsfehler bewirken eine Verbreiterung dieser Funktion. Das Auflösungsvermögen des Auges wird durch die Punktbildfunktion begrenzt, wenn deren Breite den Rezeptordurchmesser erheblich übersteigt. Dagegen ist das Netzhautraster für relativ geringe Bildpunktbreiten auflösungsbegrenzend.

6.2 Visuelle Grundmechanismen

6.2.1 Die Netzhautschichten

Das von der Augenoptik auf der Netzhaut erzeugte Bild des Außenraums wird von sich daran anschließenden lichtempfindlichen Neuronen in elektrische Pulse umgeformt und für eine Übertragung ins Gehirn vorbereitet.

Die Netzhaut ist die Informationsaufnahmestufe des visuellen Systems. Die Netzhaut von Primaten hat eine komplexe, vielschichtige Struktur. Ihr Aufbau wurde oft mikroskopisch untersucht, z.B. von Polyak (1941) oder Oesterberg (1935). Beim menschlichen Auge bedeckt sie eine Fläche von etwa 1100 mm², ihre Dicke ist etwa 0,25 mm. Stark vereinfacht lässt sie sich nach Bild 6.9 in 3 Funktionsschichten unterteilen:

- I : Die Rezeptorschicht (Zapfen und Stäbchen)
- II : Die Innere-Zellen-Schicht (Bipolarzellen, H-Zellen, A-Zellen)
- III : Die Ganglienzellen-Schicht (pulsartige Entladungen).

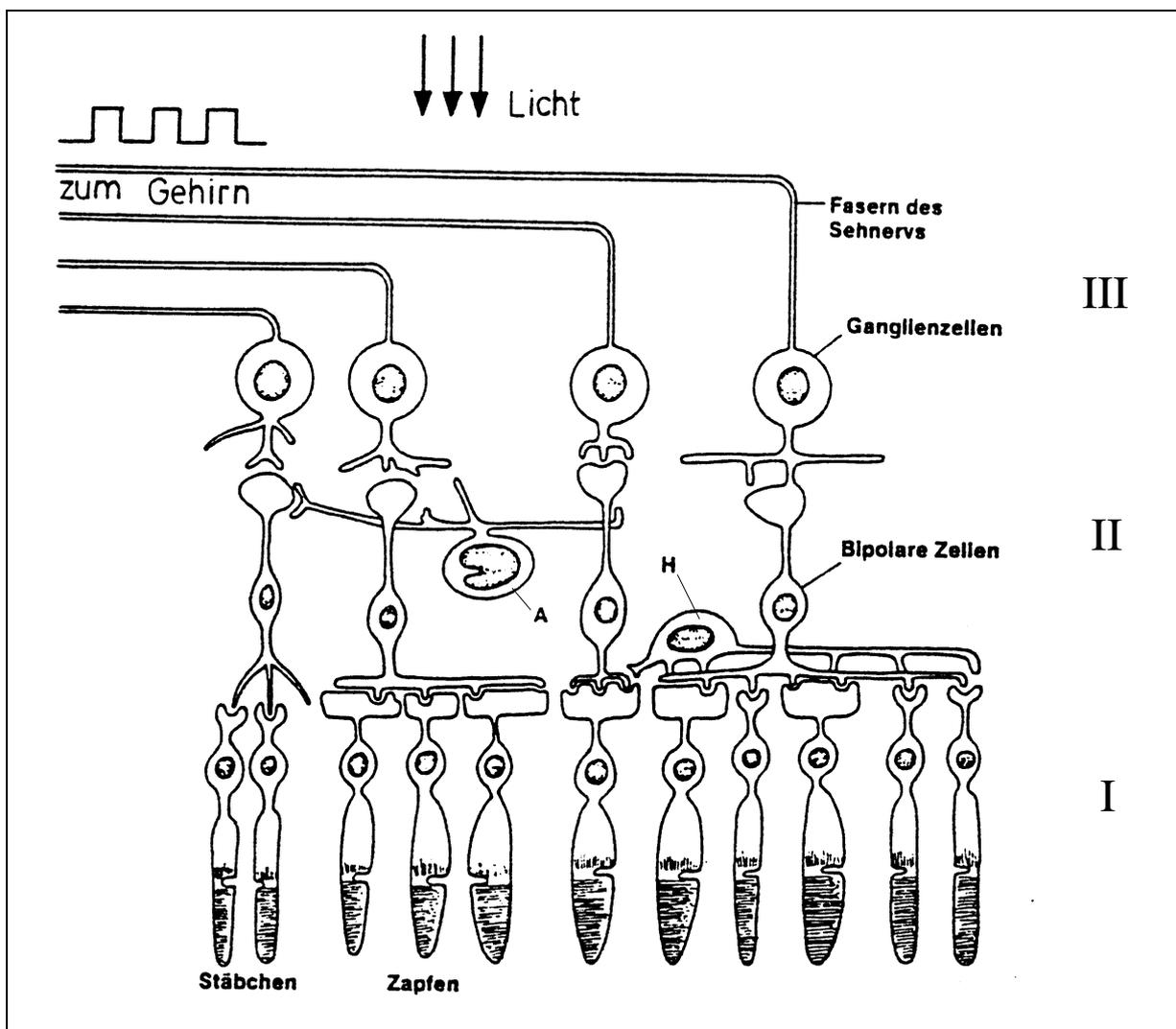


Bild 6.9:

Vereinfachter Aufbau der Netzhaut des Menschen. Bevor das abbildende Licht auf die lichtempfindlichen Rezeptoren fällt, durchsetzt es die ins Gehirn abgehenden Sehnerven sowie eine Reihe von neuronalen Zellen, die die elektrischen Rezeptorsignale verarbeiten.

(Dowling/Boycott: "Organization of the primate retina: Electron microscopy", Proceedings of the Royal Society of London, Serie B, 1966, S. 80 - 111)

Die Rezeptorschicht I enthält die lichtempfindlichen Rezeptoren. Die Innere-Zellen-Schicht enthält verschiedenartige Neurone (Bipolarzellen, Horizontalzellen, amakrine Zellen), welche die Rezeptoren in horizontaler und vertikaler Richtung verknüpfen und damit neue spezifische Zelleinheiten bilden. Die Schichten I und II werden durch Synapsen miteinander verbunden. Die Ganglienschicht III ist in funktioneller Sicht die letzte Neuronenschicht der Netzhaut. Sie wird neurophysiologisch oft untersucht, da man in ihr bereits hochorganisierte spezifische Zellen findet. Ihre elektrischen Signale sind pulsmoduliert. Die Frequenz (bis ca. 200 Hz) nimmt in etwa mit dem Logarithmus der Retinalen Beleuchtungsstärke zu. Zwischen den Schichten II und III finden wir wieder synaptische Verbindungen. Die Nervenleitungen der Ganglienzellen werden über bestimmte Schaltstellen im Gehirn (Chiasma, Geniculatum) zum visuellen Kortex geleitet.

6.2.2 Zapfen- und Stäbchenrezeptoren

Die Sehaufgaben des Menschen bei Nacht und bei Tag waren entwicklungsge- schichtlich sehr verschieden. Nachts kam es darauf an, sich in der Dunkelheit zu orientieren und rechtzeitig Gefahren wahrzunehmen. Aufgrund der sehr geringen Beleuchtungsniveaus waren hohe Lichtempfindlichkeit und hohe Wahrnehmungsgeschwindigkeit lebenswichtige Anforderungen. Beim Sehen bei Tage kam und kommt es vor allem auf eine schnelle und sichere Detailerkennung an. Hohe Ortsauflösung, vielfältige Differenzierungen der Umwelt und rasche Anpassung an sich ändernde Lichtverhältnisse sind hier die erforderlichen Eigenschaften.

Die Beleuchtungsniveaus im Freien umfassen etwa 10 Zehnerpotenzen, in denen sich der Mensch zurechtfinden muss (siehe Tabelle 6.8). Zur Bewältigung dieser gewaltigen Beleuchtungsspanne haben sich beim Menschen, wie auch bei vielen Pri- maten, 2 unterschiedliche Rezeptorarten entwickelt:

- 1) Die bei Nacht und der Dämmerung wirksamen Stäbchen.
- 2) Die bei Dämmerung und bei Tage wirksamen Zapfen.

Tabelle 6.8:

Beleuchtungsbereich und Sehbereiche. Die angegebenen Leuchtdichten beziehen sich auf diffuse Flächen mit einem Reflexionsgrad von 30 %.

| | Stäbchensehen (skotopischer Bereich) Nacht | Zapfen- und Stäbchensehen (mesopischer Bereich) Dämmerung | Zapfensehen (Photopischer Bereich) Tag |
|---------------------------------|---|--|---|
| Beleuchtungsstärke im Freien | unterhalb 10^{-3} lx | 10^{-3} - 10^1 lx | ab 10^1 lx |
| Leuchtdichten im Freien | unterhalb 10^{-3} cd/m ² | 10^{-3} - 10^1 cd/m ² | ab 10^1 cd/m ² |

Die Aufteilung des Sehsystems in 2 Teilsysteme wurde erstmals von Schultze (1866) im Rahmen der sog. Duplizitätstheorie entwickelt. Beide Systeme unterscheiden sich in einer Reihe von Eigenschaften, die die Selektivität des visuellen Systems erhöhen. Die beiden Rezeptorsysteme unterscheiden sich vor allem in bezug auf:

- die absolute Lichtempfindlichkeit,
- die periphere Ortsempfindlichkeit,
- das örtliche Auflösungsvermögen in der Fovea,
- die Farbempfindlichkeit.

Tabelle 6.9 zeigt eine übersichtsartige Klassifizierung der unterschiedlichen Eigenschaften beider Empfängersysteme. Das Stäbchensystem ist lichtempfindlicher. Es ist mehr ein grobes Orientierungssystem. Der Grund dafür liegt in der geringen Lichtenergie, die den Rezeptoren zur Verfügung steht. Im Extremfall genügen nur einige Lichtquanten, die ins Auge gelangen, die zu einer Lichtwahrnehmung führen (Pirenne, 1930). Das bei Tage wirksame Zapfensystem ermöglicht ein sehr feines Detailsehen und als neue Qualität das Farbsehen.

Tabelle 6.9:

Charakteristische Eigenschaften der beiden Rezeptorsysteme beim Menschen.

| Merkmal | Stäbchensystem (Nachtsehen) unterhalb 10^{-3} cd/m ² | Zapfensystem (Tagessehen) ab 10^1 cd/m ² |
|-------------------------------|--|--|
| Absolute Lichtempfindlichkeit | hoch | niedrig |
| Ortsauflösung | gering | hoch |
| Farbsehen | nein | ja |

Örtliche Organisation

Die Netzhaut und damit das Gesichtsfeld im Außenraum lässt sich schematisch in ein Zentrum und einen peripheren Bereich einteilen (siehe Bild 6.10). Die Fovea als Zentrum ist durch eine Einbuchtung (Netzhautgrube) gekennzeichnet. In ihrer Mitte, der Stelle des schärfsten Sehens, befinden sich dichtgepackte Zapfen, deren Durchmesser etwa 1 μ m beträgt. In diesem Bereich werden die Objektzentren beim natürlichen Sehen abgebildet bzw. fixiert.

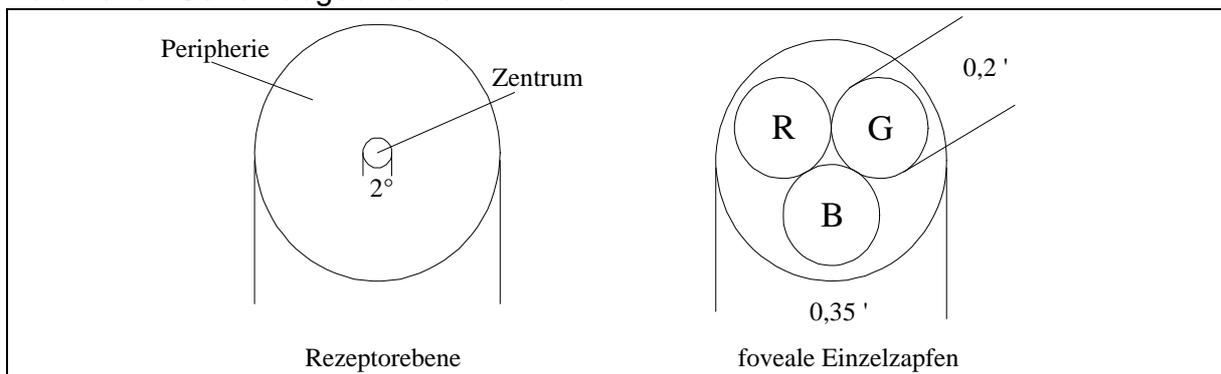


Bild 6.10:

Schematische Aufteilung der Rezeptorebene in ein Zentrum und in eine Peripherie. Das Zentrum ist die etwa 2° große Fovea, in der praktisch nur Zapfenempfänger vorhanden sind. An der Peripherie sind Zapfen und Stäbchen vorhanden. Der rechte Bildteil zeigt eine idealisierte Anordnung der 3 Zapfenspektraltypen. Tatsächlich kommen die "Grün"-, "Rot"- und "Blau"-Zapfen unterschiedlich häufig vor. Ihre Häufigkeiten verhalten sich etwa wie 16(G):4(R):1(B).

Ansonsten befinden sich innerhalb der etwa 2° großen Fovea relativ wenig Stäbchen. Außerhalb der Fovea ist die Dichte der Stäbchen erheblich größer als die der Zapfen. Eine Grafik der örtlichen Dichteverteilung zeigt Bild 6.11. Auffällig ist:

- Die Stäbchendichte ist am größten etwa 15° - 20° von der Fixationsachse entfernt.
- Innerhalb der Fovea nimmt die Zapfendichte zum Zentrum zu.
- Im blinden Fleck (15° von der Fixationsachse) verlassen die Nervenleitungen die Netzhaut.
- Beim einäugigen Sehen ist an dieser Stelle kein Sehen möglich.

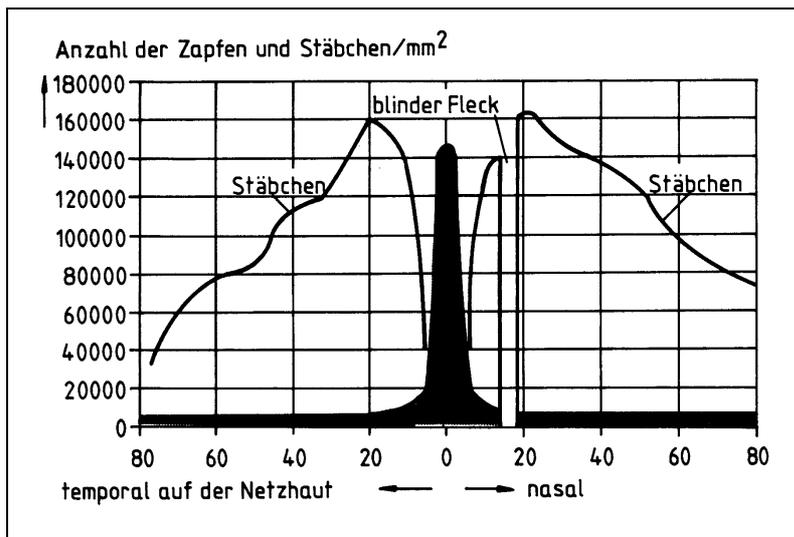


Bild 6.11: Örtliche Dichteverteilung von Zapfen und Stäbchen in der Netzhaut. Die Häufigkeitsverteilung der Zapfen ist schwarz gezeichnet. Ein Abstand von 1 mm in der Netzhaut entspricht einem Sehwinkel (bei einem Abstand Knotenpunkt - Netzhaut von etwa 18 mm) von etwa $3,2^\circ$.

Beim Tagessehen besteht das Rezeptorenrastrer aus einem hochauflösenden Zentrum und einer nur grob auflösenden Peripherie. Örtlich hochauflösendes Sehen findet nur in der Fovea statt, die Peripherie vermittelt Grobstrukturen. Finden dort Veränderungen statt, so fixiert das Auge diesen Bereich zur genaueren Identifikation. Diese Unterteilung in Detailsehen im Netzhautzentrum und Struktursehen in der Peripherie bei durch Augenbewegungen veränderbaren Objektzentren ist das auffällige Organisationsprinzip der Netzhautrezeptoren.

Das Prinzip der Detailwahrnehmung im Zentrum und der Strukturwahrnehmung in der Peripherie wird unterstützt durch:

- Relativ kleine Rezeptordurchmesser von etwa $1 \mu\text{m}$ (Rezeptordichte von etwa $150\,000/\text{mm}^2$) im Zentrum der Fovea.
- Relativ große Rezeptorlänge von etwa $80 \mu\text{m}$ im Zentrum (günstig für Tiefenschärfe). Die Rezeptorlänge nimmt zur Peripherie ab.
- Keine Stäbchen oder Blutgefäße im Zentrum der Fovea.

Außerhalb der Fovea ist die Zapfendichte auf etwa $10\,000/\text{mm}^2$ abgesunken. Das sind etwa nur 7 % im Vergleich zum Zentrum der Fovea. Der Durchmesser der Zapfen nimmt außerhalb des Zentrums bis zu etwa $3 \mu\text{m}$ zu. Zwischen den Zapfen sind Zahlen zeigen, dass außerhalb des Zentrums im Vergleich zum Zentrum nur eine großflächige Wahrnehmung (Strukturerkennung)

Bei reinem Nachtsehen liegt die empfindlichste Netzhautstelle etwa $15^\circ - 20^\circ$ außerhalb der Fixierachse. Man erkennt Details bei Dunkelheit besser, wenn man bewusst 20° peripher fixiert. Für das praktische Sehen hat diese Besonderheit heute keine Bedeutung.

Spektrale Empfindlichkeit

Die physikalische Kennzeichnung der spektralen Selektivität erfolgt durch Absorptionsspektren. Zur Messung eines solchen Spektrums wird die untersuchte Netzhautstelle mit einem sehr schmalen Lichtbündel mit der jeweiligen Wellenlänge durchstrahlt und die durchkommene Strahlungsleistung wird von einem lichtempfindlichen Empfänger gemessen. Der Absorptionsgrad ist dann das Verhältnis von $\phi_{e,d}/\phi_{e,o}$, wenn $\phi_{e,d}$ der durchgelassene und $\phi_{e,o}$ die auf den Rezeptor auftreffende Strahlungsleistung bedeuten.

Der Sehstoff der Stäbchen, Rhodopsin, ist chemisch seit langem bekannt. Der in Bild 6.12 dargestellte Verlauf des spektralen Absorptionsgrades von Rhodopsin stimmt annähernd mit der spektralen Hellempfindlichkeitsfunktion $V'(\lambda)$ überein.

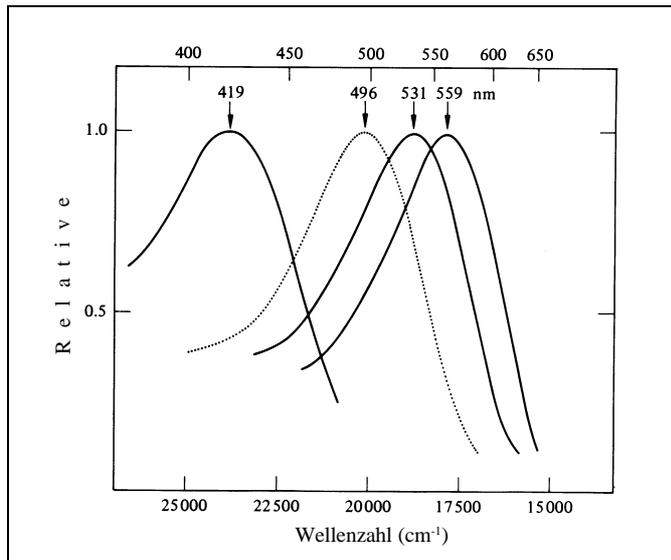


Bild 6.12:

Absorptionsspektren der Rezeptoren in der Netzhaut. Die gestrichelte Kurve gilt für die Stäbchen, die durchgezogenen Kurven für die 3 Zapfentypen.

(Barlow/Mollon: "The senses", S. 174)

Auch die chemische Struktur der Zapfensehstoffe ist bekannt. Messungen des spektralen Absorptionsgrades der Retina beim Affen und auch beim Menschen ergaben 3 verschiedene Typen, die sich eindeutig in ihrem Absorptionsspektrum unterscheiden. Diese Spektraltypen sind in unterschiedlichen Spektralbereichen empfindlich. Bild 6.12 zeigt spektralphotometrische Messergebnisse nach Dartnall (1980). Ähnliche Spektren wurden auch von anderen Autoren gefunden. Die Maxima der Spektren liegen bei dem sog. S-Typ bei 420 - 440 nm, beim M-Typ bei 530 - 550 nm und beim L-Typ bei etwa 560 - 580 nm (Tabelle 6.10). Aus diesen 3 Wirkungsfunktionen erhält man durch eine spezielle Gewichtung die $V(\lambda)$ -Funktion, d.h. $V(\lambda) = a \cdot r(\lambda) + b \cdot g(\lambda) + c \cdot b(\lambda)$, wenn $r(\lambda)$, $g(\lambda)$, $b(\lambda)$ die spektrale Wirkungsfunktion und a , b , c Gewichtungsfaktoren (mit etwa $a = 0,3$; $b = 0,6$; $c = 0,1$) bedeuten.

Tabelle 6.10:

Die 3 Spektraltypen von Zapfen.

| | Bezeichnung/spektr. Wirkungsfunktion | Maximum der Empfindlichkeit |
|---|--------------------------------------|-----------------------------|
| 1 | S-Typ ("Blau-Zapfen"), $b(\lambda)$ | 420 - 440 nm |
| 2 | M-Typ ("Grün-Zapfen"), $g(\lambda)$ | 530 - 550 nm |
| 3 | L-Typ ("Rot-Zapfen"), $r(\lambda)$ | 560 - 580 nm |

Die Absorption der Strahlung durch Sehstoffe, die sich in den Außensegmenten der Rezeptoren befinden, führt zu einer intensitätsabhängigen Veränderung des Membranpotentials. Es findet im Gegensatz zu anderen Neuronen eine Hyperpolarisation statt, d.h. das Membranpotential von -30 mV im Ruhezustand wird bei Lichtabsorption noch negativer. Der dabei fließende Neuronenstrom nimmt, ausgehend vom Ruhestrom von etwa 20 pA, mit zunehmender Retinaler Beleuchtungsstärke ab. Diese Amplitudenänderung wird in der Ganglien-Zellen-Schicht in eine Frequenzänderung der elektrischen Impulse umgewandelt.

Zapfendaten

Aus ingenieurmäßiger Sicht interessieren wir uns besonders für die beim Tagessehen d.h. für das hell adaptierte Auge. Das ist bei Umfeldleuchtdichten ab etwa 10 cd/m^2 der Fall. Bei diesem Beleuchtungsniveau sind praktisch nur noch die Zapfen in Funktion, die Stäbchen sind von relativ geringer Wirkung.

Insgesamt wird die visuelle Informationsaufnahme bei Tage durch die in Tabelle 6.11 zusammengefassten Daten charakterisiert.

Tabelle 6.11:

Für die visuelle Informationsaufnahme wichtige Rezeptordaten.

| Eigenschaft | Daten |
|--------------------------------------|------------------------|
| Anzahl der Zapfen (insgesamt): | $5 \cdot 10^6$ |
| Anzahl der Zapfen im Zentrum (30'): | $2 \cdot 10^4$ |
| Maximale Dichte im Zentrum: | $150\,000/\text{mm}^2$ |
| Dichte der Zapfen in der Peripherie: | $10\,000/\text{mm}^2$ |
| Zapfendurchmesser im Zentrum: | $1 \mu\text{m}$ |
| Zapfendurchmesser in der Peripherie: | $2 - 3 \mu\text{m}$ |

Das heißt:

| |
|---|
| Etwas $2 \cdot 10^4$ Zapfen übernehmen die Detailerkennung für ein 30'-Feld. Zum Beispiel: Buchstaben beim normalen Lesen erscheinen etwa unter 30'. Etwas die 100-fache Anzahl von Zapfen in der Peripherie sorgt für die Strukturerkennung. |
|---|

Bei der Interpretation der Zapfenanzahl ist zu berücksichtigen, dass es sich hierbei um die Summe aller 3 Spektraltypen handelt. Jeweils 3 Spektraltypen bilden eine Effektiveneinheit, die für das örtliche Auflösungsvermögen von weißem Licht maßgebend ist. Der Durchmesser einer effektiven Rezeptoreinheit beträgt nach der idealisierten Darstellung in Bild 6.10 das etwa 1,7-fache eines Einzeldurchmessers. Im Zentrum beträgt dann der effektive Durchmesser einer Rezeptoreinheit etwa $0,35'$. Nach dem Abtasttheorem müsste danach das maximale Auflösungsvermögen etwa $2 \times 0,35 = 0,7'$ betragen. Nach neueren Untersuchungen kommen die 3 Spektraltypen nicht gleich häufig vor, die Anzahl der Grün-, Rot- und Blauzapfen verhält sich etwa wie 16:4:1.

Stäbchendaten

Auffällig ist die um den Faktor 20 größere Anzahl der Stäbchen im Vergleich zu den Zapfen (siehe Tabelle 6.12). In Bezug auf den Durchmesser der Rezeptoren ist zu berücksichtigen, dass sie je nach Beleuchtungsniveau zu größeren Einheiten zusammenschaltet sind.

Tabelle 6.12:

Das visuelle Leistungsvermögen kennzeichnende Stäbchendaten.

| Eigenschaft | Daten |
|------------------------------------|-------------------------|
| Anzahl der Stäbchen insgesamt: | 10^8 |
| Maximale Dichte bei ca. 20° | $150\,000/\text{mm}^2$ |
| Durchmesser der Stäbchen | $1,5 - 2,5 \mu\text{m}$ |

Spezifische Merkmalszellen

Etwa 10^6 spezifische Zellen im Inneren der Netzhaut sorgen für eine horizontale und vertikale Verknüpfung der Rezeptoren. Es sind vor allem:

- Horizontalzellen,
- Bipolarzellen,
- Amakrine Zellen,
- Ganglienzellen.

Die Kombination verschiedenartiger Neurone ergibt Zelltypen, die nur auf bestimmte Reizkonfigurationen reagieren. Charakteristische Merkmale sind Linien, Kanten, Farben, Formen, Bewegungen. Diese spezifischen Zellen findet man bereits in der Ganglien-Zellen-Schicht und im Geniculatum. Besondere Merkmalstrukturen enthält der visuelle Kortex.

Nach Hubel und Wiesel (1960) werden 2 Klassen von spezifischen Merkmalszellen im visuellen System unterschieden:

- 1) Einfache Merkmalszellen (simple cells).
- 2) Komplexe Merkmalszellen (complex cells).

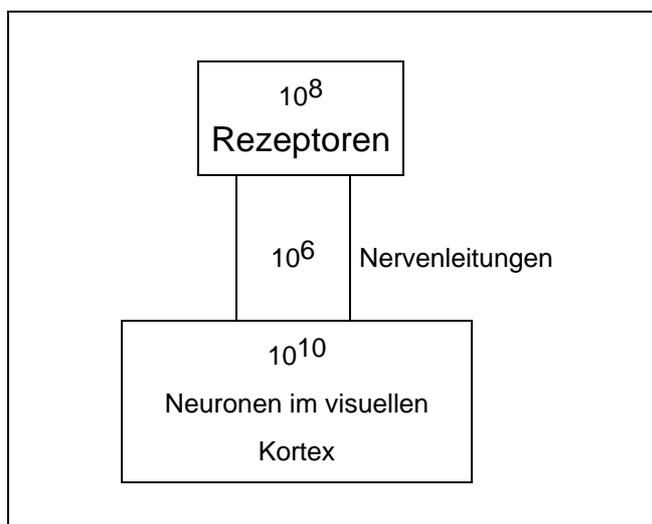


Bild 6.13:

Schematische Darstellung der Neuronenanzahl bei der visuellen Informationsaufnahme.

Etwa 10^8 Zapfen und Stäbchen in der Netzhaut sorgen für die Informationsaufnahme. Im Schnitt sind etwa 10 Rezeptoren mit einer Nervenleitung zum Gehirn verbunden. Im visuellen Kortex sind die etwa 10^{10} Neuronen sehr stark untereinander vernetzt.

Vergleicht man die an den 3 Stufen des Sehens (Rezeptoren, Nervenleitungen, Gehirn) beteiligten Neurone (siehe Bild 6.13) so stellt man fest, dass die Anzahl im visuellen Kortex ca. 100 mal größer ist als die der Rezeptoren. Eine Anzahl von 10^{10} Neuronen im visuellen Kortex ist im Vergleich zur Speicherzahl von heutigen Computern nicht besonders groß. Daraus folgt, dass im Gehirn sehr effektive und wirkungsvolle Prozesse ablaufen müssen, um die enorme Leistungsfähigkeit des visuellen Systems bei der Aufnahme und Interpretation von visuellen Informationen zu erklären.

Bemerkenswert ist auch die relativ geringe Anzahl von Nervenleitungen, die die Netzhautsignale ins Gehirn übertragen. Auf etwa 100 Rezeptoren kommt im Durchschnitt eine Nervenleitung. Nur die Zapfen im Zentrum der Fovea besitzen eigene Nervenleitungen, die untereinander auch verbunden sein können. Die Zusammenschaltung der Zapfen mit zunehmender Dunkelheit erklärt die damit verbundene Verringerung des Auflösungsvermögens bzw. der Sehschärfe.

6.3 Sehmechanismen

Im folgenden wird auf einige wichtige Aspekte der visuellen Informationsverarbeitung eingegangen. Behandelt werden folgende Sachverhalte:

- Retinale Beleuchtungsstärke,
- Zeitdauer des Lichtreizes,
- Augenbewegungen,
- Erregung und Hemmung,
- Neuronale Kontrastverstärkung.

Retinale Beleuchtungsstärke

Die maßgebende Reizgröße der visuellen Wahrnehmung ist die Beleuchtung auf der Netzhaut. In der physiologischen Optik ist es üblich, nicht die absolute Beleuchtungsstärke (in lx) auf der Netzhaut als Reizgröße zu verwenden, sondern als relatives Maß die sog. Retinale Beleuchtungsstärke (siehe Bild 6.14).

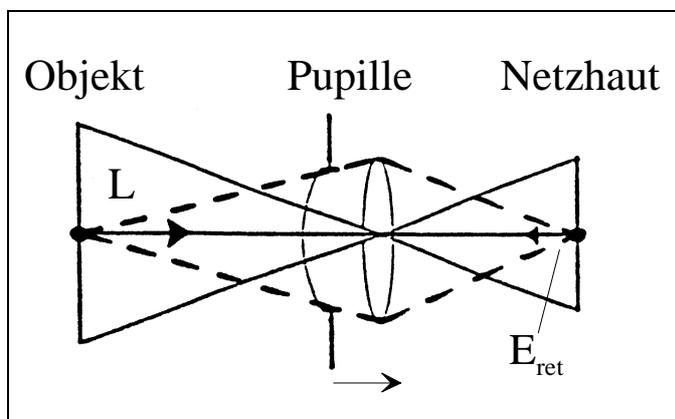


Bild 6.14:

Die Retinale Beleuchtungsstärke E_{ret} auf der Netzhaut hängt von der Objektleuchtdichte und der Pupillenfläche ab. Hinzu kommt der sog. Stiles-Crawford-Faktor, der die geringere Lichtwirkung von Lichtstrahlen, die schräg auf die Netzhaut fallen bzw. von Pupillenrandstrahlen auf die Rezeptoren beschreibt.

Lässt man alle bildpunktverbreitenden Effekte wie:

- Beugung,
- Sphärische Aberration,
- Chromatische Aberration,
- Fehllakkomodation,

außer acht, so ist die Retinale Beleuchtungsstärke nach dem Raumwinkel-Projektionsgesetz proportional zur Leuchtdichte des Sehobjektes und der Pupillenfläche.

Nach Crawford (1936) haben jedoch schräg auf die Rezeptoren einfallende Lichtstrahlen, die also vom Pupillenrand herrühren, bei gleicher Beleuchtung eine geringere Wirkung als Lichtstrahlen, die aus achsennahen Bereichen stammen. Unter Berücksichtigung dieses Effektes gilt für die Retinale Beleuchtungsstärke

$$E_{ret} = s \cdot A_p \cdot L \quad (6.8)$$

Es bedeuten:

E_{ret} : die Retinale Beleuchtungsstärke in der Einheit Troland.

In DIN 5031 wird diese Größe auch als Pupillenlichtstärke bezeichnet.

L: die Leuchtdichte des Sehobjektes in cd/m^2 .

A_p : die Pupillenfläche in mm^2 .

s: der Stiles-Crawford-Faktor.

Zur experimentellen Bestimmung des Stiles-Crawford-Faktors hatten Versuchspersonen in einem zweigeteilten Photometerfeld Helligkeitsabgleiche durchzuführen. Die Strahlung des Testfeldes stammte aus unterschiedlichen Pupillenzonen. Diese Experimente können beschrieben werden durch:

$$s = 1,014 (1 - 0,0106 \cdot d^2 + 0,0000417 d^4) \quad (6.9)$$

wobei d der Pupillendurchmesser ist. Für $d = 2$ mm z.B. gilt $s = 0,97$; für $d = 8$ mm ist $s = 0,5$. Oft wird E_{ret} auch ohne eine Berücksichtigung des Stiles-Crawford-Effektes bestimmt ($s = 1$).

Beispiel 6.2: Zur Retinalen Beleuchtungsstärke.

Ein Objekt habe eine Leuchtdichte von 100 cd/m^2 . Wir nehmen einen Pupillendurchmesser von $d = 3$ mm an. Der Stiles-Crawford-Faktor beträgt nach Gl. (6.8) $s = 0,92$.
Dies ergibt eine Retinale Beleuchtungsstärke von $E_{\text{ret}} = 650$ Troland.

Ist das Auge ein Leistungs- oder Energieempfänger?

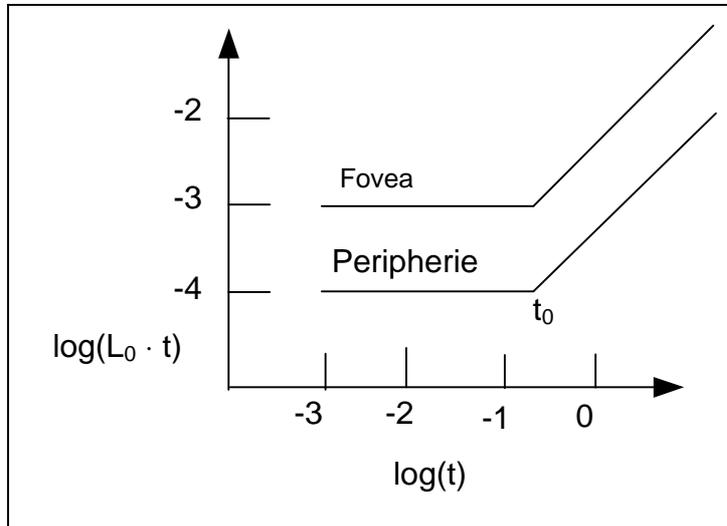
Die Helligkeit von Objekten (abgesehen bei Blendung und transienten Adaptationsvorgängen) ist unabhängig von der Beobachtungsdauer, wie die alltägliche Erfahrung lehrt. Das visuelle System reagiert also in diesem Fall auf eine Strahlungsleistung. Anders verhält sich das Auge bei sehr kurzzeitigen Lichtreizen bzw. Blitzen. Die Hellempfindung nimmt bis zu einer Zeitdauer von etwa 200 ms bei konstanter Leuchtdichte des Blitzes mit der Blitzdauer zu. Hier wirkt also das Auge als Energieempfänger (Leistung mal Zeit).

Das unterschiedliche Verhalten des Auges bei kurzen und längeren Darbietungszeiten zeigt sich besonders klar bei der Wahrnehmung an der Schwelle. Bestimmt man psychophysikalisch die zur Helligkeitswahrnehmung gerade erforderliche Leuchtdichte eines Lichtsignals L_0 in Abhängigkeit von deren Darbietungszeit t , dann ist die "Belichtung $L_0 \cdot t$ " bis zu einer gewissen Zeitdauer unabhängig von t , d.h. Kurzzeiteffekte hängen von der Lichtenergie ab (siehe Bild 6.15). Ab einer Zeitdauer t_0 nimmt die Schwellenbelichtung linear mit t zu, d.h. für die Schwellenwahrnehmung ist eine bestimmte konstante Leuchtdichte, d.h. eine Leistungsgröße erforderlich, deren Wert allgemein von der Testfeldgröße und der Umfeldleuchtdichte abhängt.

Der experimentelle Befund von Bild 6.15 bietet folgende Erklärung der Helligkeitswahrnehmung: Damit ein Lichtsignal der Leuchtdichte L gegenüber seinem Umfeld gerade wahrgenommen wird, muss der mit dem Lichtsignal gereizte Rezeptor mindestens einen Puls mehr "feuern" als die benachbarten Rezeptoren. Zur Entstehung eines Pulses ist eine gewisse Mindestenergie e_0 erforderlich. Dabei summiert der Rezeptor bis zu einer bestimmten Zeitdauer t_0 die absorbierte Energie $e = L \cdot t$ und setzt sie in eine entsprechende Anzahl von Pulsen um.

Ist die Darbietungsdauer des Lichtsignals t kleiner als die Rezeptorkonstante t_0 , dann muss die zur Wahrnehmung erforderliche Schwellenleuchtdichte gemäß $L_0 = e_0/t$ relativ große Werte annehmen. Bei überschwelliger Wahrnehmung nimmt die Pulsanzahl dann mit $L \cdot t/e_0$ zu. Insgesamt nimmt bei sehr kurzzeitigen Darbietungen unter etwa 200 ms die Helligkeit des Signals mit dem Produkt von Leuchtdichte und der Darbietungsdauer zu.

Anders bei relativ großen Darbietungszeiten, also t weit oberhalb etwa 200 ms. Die Aufsummierung der absorbierten Rezeptorenergie $e = L \cdot t$ erfolgt nur bis zum Zeitpunkt t_0 . Danach erfolgt die Entladung des Rezeptors, eine erneute Aufsummierung usw. Die Anzahl der Pulse wächst mit L/L_0 , wenn L die vorhandene Leuchtdichte des Signals und L_0 die Schwellenleuchtdichte bedeuten. Die Helligkeit des Signals ist unabhängig von der Darbietungszeit, wie es auch die alltägliche Erfahrung beweist.



gangszeit t_0 tatsächlich von der Adaptationsleuchtdichte ab.

Das Auge ist also für Darbietungszeiten unterhalb der Rezeptorkonstanten ein Energieempfänger, für größere Darbietungszeiten quasi ein Leistungempfänger, wobei praktisch ein entsprechender Übergangsbereich besteht. Die Rezeptorkonstante t_0 liegt beim Nachtsehen im Bereich um 200 ms, beim Tagessehen im Bereich um 50 ms.

Bei üblichen Sehaufgaben wirkt das Auge als Leistungempfänger. Die wahrgenommene Helligkeit ist weitgehend unabhängig von der Dauer der Lichteinwirkung. Bei sehr kurzen Lichtsignalen wirkt das Auge als Energieempfänger. Die wahrgenommene Helligkeit nimmt mit der Dauer der Lichteinwirkung zu.

Augenbewegungen

Sehen ist ein dynamischer Prozess. Durch den Prozess der unbewussten Augenbewegungen wird die Umwelt durch ruckartige Augenbewegungen abgetastet. Das Abtastfeld besteht aus einem hochauflösenden Zentrum und grober auflösender Peripherie. Während der Fixationsdauer von etwa 0,2 - 0,5 s, je nach Art der Sehaufgabe, stehen die Augenachsen relativ ruhig im Raum und ermöglichen so eine stabile Informationsaufnahme. Wir unterscheiden:

- 1) Makro-Sakkaden
- 2) Mikro-Sakkaden.

Für **Makro-Sakkaden** gelten annähernd folgende Daten:

| | |
|---------------------------------|--------------|
| Mittlere Fixationsdauer: | 0,2 - 0,5 s |
| Amplituden ohne Kopfbewegungen: | 1 - 40° |
| Spitzengeschwindigkeiten: | 400 - 600°/s |

Die minimale mittlere Dauer einer Makrosakkade setzt sich bei sehr günstigen Sehbedingungen in etwa wie folgt zusammen:

- 30 ms Lichtabsorption und elektrische Signalumwandlung im Rezeptor,
- 5 ms Impulsfortleitung zum Gehirn,
- 100 ms Verarbeitung im Gehirn,
- 5 ms Impulsleitung zu den Augenmuskeln.

Bei schwierigen Sehaufgaben oder ungünstigen Beleuchtungsbedingungen erhöht sich vor allem die Verarbeitungszeit. Die Fixationszeiten können sich extrem verlängern, wenn Fehlakkommodation des Auges vorliegt oder wenn zu geringe Kontraste im Gesichtsfeld vorhanden sind.

Mikro-Sakkaden sind sehr schnelle Auslenkungen der Fixationsachse mit:

- Amplituden von einigen Bogenminuten.
- Frequenzen um etwa 100 Hz.

Sie haben die Aufgabe, örtlich starre Netzhautbilder zu verhindern. Die zeitlich konstante Lichtreizung von Rezeptoren würde zu einer rapiden Verminderung der Wahrnehmungsfähigkeit führen.

Das Wahrnehmen von bewegten Objekten erfolgt einmal durch relativ kontinuierliche Augenfolgebewegungen. Bewegung wird signalisiert durch spezifische Bewegungszellen. Bewegung wird auch durch Kopfbewegungen signalisiert. Spezifische Bewegungszellen und Kopfbewegungen sind aufeinander abgestimmt. Ein unbewegliches Umfeld z.B. wird als bewegungslos wahrgenommen, auch wenn der Kopf sich bewegt und so die Bewegungszellen aktiviert.

Kontrastphänomene

Zahlreiche Sehphänomene setzen uns zumindest im ersten Augenblick ins Erstaunen. Zum Beispiel: Nach Bild 6.8 übersteigt die Breite der Punktbildfunktion selbst unter günstigsten Bedingungen den Durchmesser der Rezeptoren um einiges. Trotzdem erscheinen uns beim normalen Sehen die Kanten und Linien von Objekten normalerweise scharf. Beeindruckend sind auch Kontrastphänomene. Bild 6.16 zeigt eine experimentelle Situation zur Untersuchung von Helligkeiten-Leuchtdichte-Abhängigkeiten (Narisada, 1991). Obwohl die Gesichter in beiden Fällen die gleiche Leuchtdichte aufweisen, erscheinen sie in ihrer Helligkeit sehr verschieden. Der Grund liegt offensichtlich in der unterschiedlichen Hintergrundleuchtdichte.



Bild 6.16:

Experimentelle Versuchssituation. Die Helligkeit des Gesichtes der Versuchsperson wurde durch eine Helligkeitsskala mit Noten zwischen 0 und 10 bewertet. Trotz gleicher Gesichtsfeldleuchtdichte erscheint die Helligkeit des Gesichtes im dunklen Umfeld heller.

Die Gesichtisleuchtdichte ist in beiden Fällen gleich (ca. 60 cd/m^2). Die Helligkeiten der Gesichter wurden jedoch mit $H = 1$ im hellen Umfeld und $H = 5$ im dunklen Umfeld sehr verschieden bewertet. Ursache ist die unterschiedliche Adaptationsleuchtdichte. Die Darstellung zeigt, dass bei ungleichmäßiger Leuchtdichteverteilung im Gesichtsfeld nicht von Leuchtdichten auf Helligkeiten geschlossen werden kann.

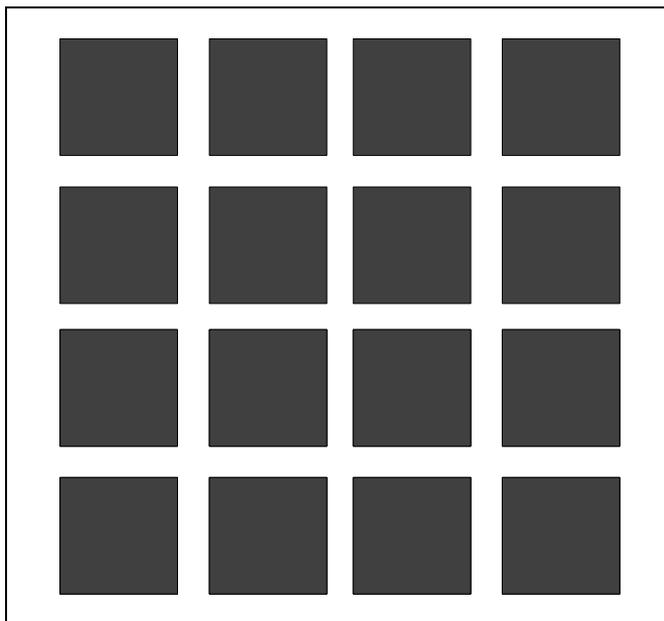


Bild 6.17:

Beispiel für einen empfindungsgemäßen Simultankontrast. Die hellen Kreuzungsmuster zeigen dunkle Helligkeitsmuster, obwohl das Leuchtdichtemuster völlig regelmäßig ist. Die Hellempfindung eines Infeldes hängt allgemein von der erregend wirkenden Infeldleuchtdichte und den hemmend wirkenden Nachbarleuchtdichten ab, deren Wirkung mit wachsendem Abstand abnimmt.

Diese und ähnliche Phänomene werden als Simultan-Kontrast-Phänomene bezeichnet. Diese Phänomene treten auch bei farbigen Mustern auf. Zum Beispiel sieht ein rotes Feld in einem grünen Feld anders aus als in einem blauen. Im ersten Fall erscheint es kräftig rot, im zweiten Fall mit einer gelblichen Tönung.

Allen Simultan-Kontrast-Phänomenen ist gemeinsam, dass die empfundene Wirkung des Infeldes nicht nur vom Infeldreiz, sondern auch von der Nachbarschaft beeinflusst wird. Dieser Effekt wird als laterale Hemmung bezeichnet. Sie wirkt bei den Schwarz-Weiß-Effekten in folgender Weise:

- Ein dunkleres Umfeld erhöht die Helligkeit des Infeldes
- Ein helleres Umfeld erniedrigt die Helligkeit des Infeldes

Das Umfeld in der Nähe des Infeldes wirkt also antagonistisch auf das Infeld ein. Die entgegengesetzte Umfeldwirkung wird zu der primären Infeldwirkung quasi addiert. Dies gilt im Prinzip auch für farbige Kontrastwirkungen. Zum Beispiel: Betrachten wir wieder ein rotes Infeld in einem grünen Umfeld. Die antagonistische Farbwirkung von Grün ist Rot, folglich verstärkt das grüne Umfeld die Buntheit von Rot. Das rote Feld erscheint im grünen Umfeld gesättigter, genauer bunter als im neutralen Umfeld.

Neuronale Kontrastverstärkung

Die Tatsache, dass Leuchtdichteübergänge an Kanten oder Linien relativ kontrastreich wahrgenommen werden, obwohl die relative Beleuchtungsstärkeverteilung E_{ret} auf der Netzhaut relativ verschliffen ist, lässt sich durch Annahme einer Punktbildfunktion (PBF) mit negativer, peripherer Amplitude erklären. Ist E_{ret} die Retinale Beleuchtungsstärkeverteilung auf der Netzhaut und ist $l(r' - r)$ die Punktbildfunktion, dann gilt für die resultierende visuelle Erregung bzw. die Hellempfindung:

$$H(r') = \int E_{ret}(r) \cdot l(r' - r) dr \quad (6.9)$$

wobei diese Aufsummierung mathematisch einer Faltung entspricht. In Bild 6.18 ist diese Faltung schematisch dargestellt. Der verschliffene Verlauf von E_{ret} auf der Netzhaut wurde zu einer Helligkeitswirkung mit relativ steilen Gradienten verarbeitet. Allgemein gilt, dass der empfundene Kontrast einer Kante vor allem vom Leuchtdichtekontrast und weniger vom Farbkontrast bestimmt wird. Reine Farbkontraste, bei denen beide Kontrastfelder gleiche Leuchtdichte besitzen, werden neuronal weniger angehoben.

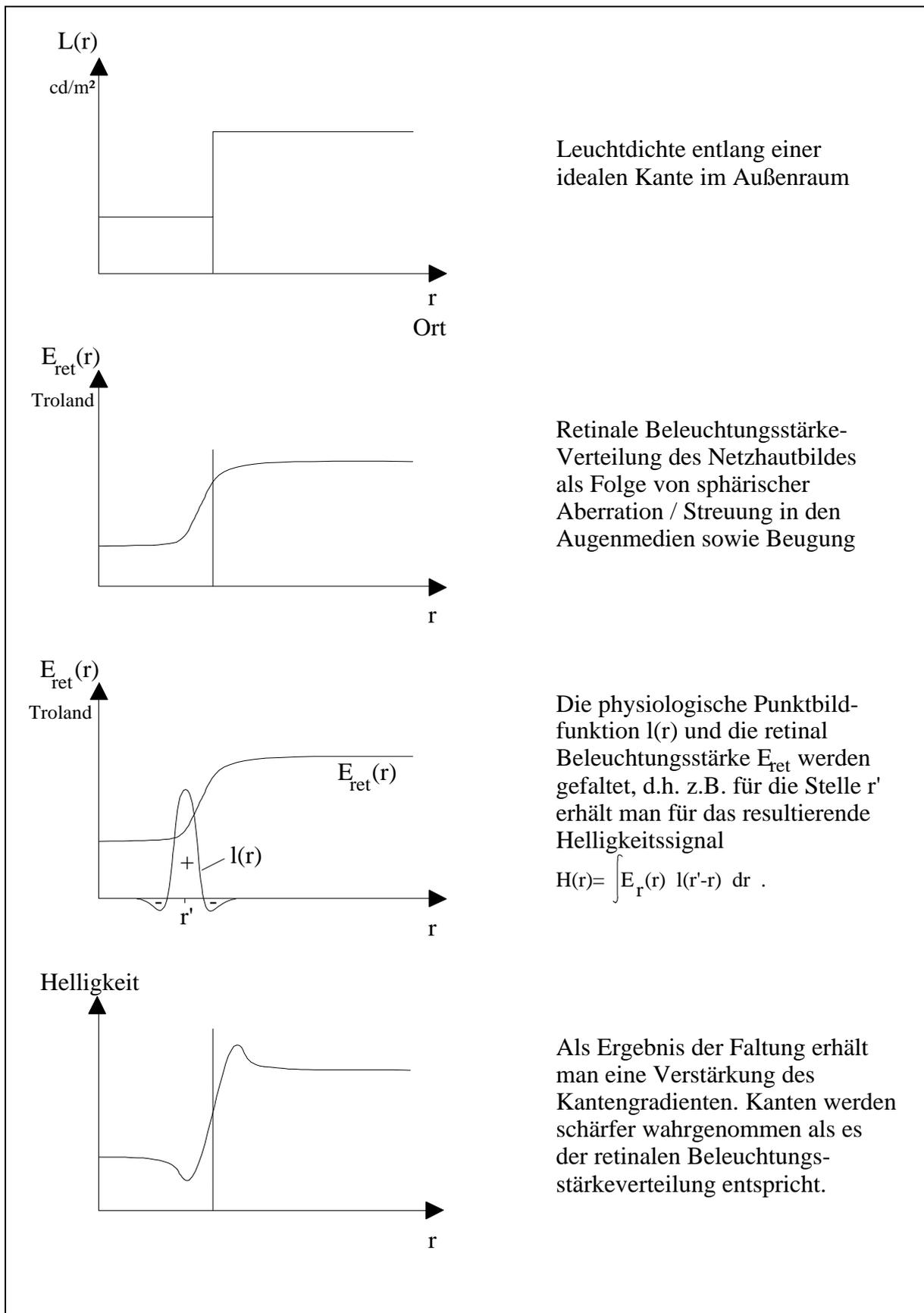


Bild 6.18:

Schematische Darstellung der neuronalen Kontrastverstärkung von Leuchtdichteübergängen. Die verschliffene E_{ret} -Verteilung wird mit der Punktbildfunktion $l(r)$ gefaltet. Das Ergebnis ist eine relativ "kantensteile" Helligkeitsfunktion. Man nimmt an, dass die kontrastverstärkenden Mechanismen, die modellmäßig durch die Punktbildfunktion $l(r)$ beschrieben werden, bereits in der Netzhaut stattfinden.

7. Visuelle Leistungsfähigkeit

In der klassischen physiologischen Optik geht man davon aus, dass das Sehen vor allem auf der Wahrnehmung von Differenzen bzw. Kontrasten zwischen Sehobjekt und Untergrund bzw. zwischen Sehobjektdetails beruht. Neuere Modelle interpretieren das visuelle System als Kontrastfilter mit spezifischen Durchlässigkeiten für die Orts- und Zeitfrequenzspektren der Sehobjekte. Beide Wahrnehmungsmodelle basieren also auf dem Kontrast als maßgeblicher Reizgröße.

Voraussetzung für die Wahrnehmung von Kanten und Linien ist in erster Linie das Vorhandensein genügend großer Leuchtdichtekontraste. Die Fähigkeit des visuellen Systems, vor allem Helligkeitskontraste und nicht so sehr Chrominanzübergänge neuronal zu verstärken, ist letztlich die Begründung dafür, wenn im Rahmen der Kontrastmetrik die Sichtbarkeit von Sehobjekten primär durch Leuchtdichtekontraste und nicht auch durch Chrominanzkontraste beschrieben wird. Allerdings kann man den Beitrag des Farbkontrastes nicht völlig außer Acht lassen.

Tatsächlich wird der Wahrnehmungsprozess aber auch von einer großen Anzahl von kognitiven und psychologischen Faktoren bestimmt, die im folgenden Modell des Kontrastsehens nicht zum Tragen kommen können.

7.1 Definition von Leuchtdichtekontrasten

Zur Kennzeichnung des Leuchtdichteunterschiedes zwischen Sehobjekt und Untergrund oder zwischen Sehobjektdetails gibt es mehrere Kontrastdefinitionen, mit denen die jeweiligen Kontrastfelder in Beziehung gesetzt werden. (siehe Bild 7.1 und 7.3).

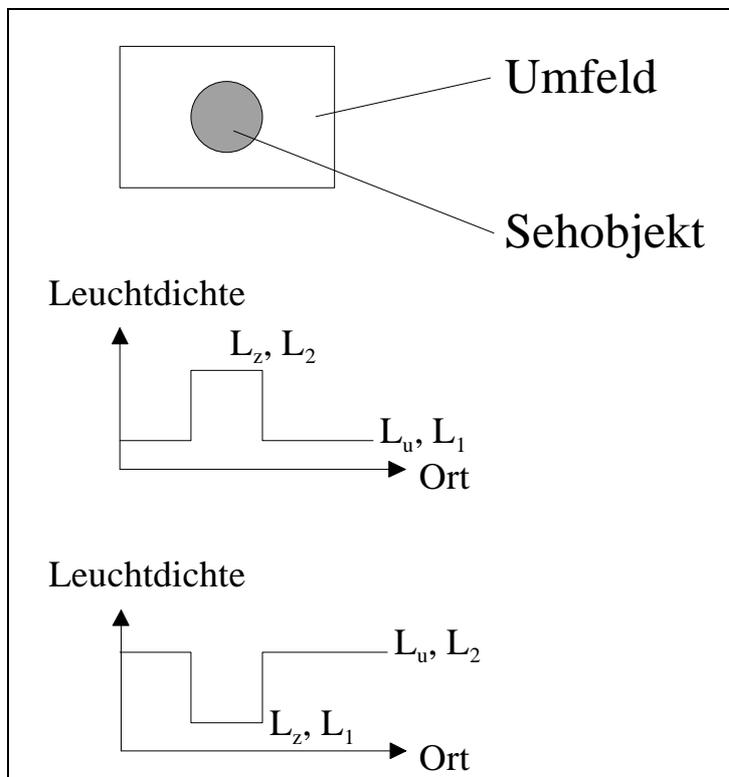


Bild 7.1:

Zur Definition von Leuchtdichtekontrasten.

L_z =Sehobjektleuchtdichte

L_u =Umfeldleuchtdichte

Einfache Sehobjekte sind Sehobjekte, die sich durch eine Sehobjektleuchtdichte L_z und eine Untergrundleuchtdichte L_u beschreiben lassen. Man unterscheidet helle Zeichen auf dunklem Grund (Negativkontrast) und dunkle Zeichen auf hellem Grund (Positivkontrast).

Bei homogenem Umfeld sind die Leuchtdichte des adaptionsbestimmenden Umfeldes und die den Kontrast bildenden Untergrundleuchtdichte identisch. Diese Situation ist die einfachste Abbildung einer realen Situation.

Objektkontraste

Handelt es sich um einfache, homogen erscheinende Sehobjekte, so wird im Bereich der klassischen physiologischen Optik und auch in der Lichttechnik häufig folgende Kontrastformel angewendet:

$$C = \left| \frac{L_z - L_u}{L_u} \right| \quad (7.1a)$$

wobei L_z die Leuchtdichte des Sehobjektes und L_u die Leuchtdichte des unmittelbar daran angrenzenden Untergrundes bedeuten. Daraus folgt dann ein unterschiedlicher Wertebereich für helle Objekte von 0 bis unendlich, für dunkle von 0 bis 1 und im überschwelligen Bereich eine Unterbewertung der Kontrastwirkung dunkler Zeichen für den Fall numerisch gleicher Kontrastwerte.

Man erhält bezüglich der Kontrastrichtung symmetrische Kontrastformeln, wenn als Bezugsleuchtdichte die größere (L_2) oder die kleinere (L_1) der Kontrastleuchtdichten gewählt wird. Man erhält dann im ersten Fall:

$$C_2 = (L_2 - L_1) / L_2 \quad (7.1b)$$

mit einem Wertebereich von 0 bis 1 und im zweiten Fall:

$$C_3 = (L_2 - L_1) / L_1 \quad (7.1c)$$

im Bereich von 0 bis unendlich.

Modulationsgrad

Bei periodischen Sehobjekten, z.B. Gittern mit abwechselnd dunklen und hellen Streifen, wird der Leuchtdichtekontrast zwischen den hellen und dunklen Objektteilen auch als Modulationsgrad bezeichnet. Es gilt dann:

$$m = \frac{L_2 - L_1}{L_2 + L_1} \quad (7.2)$$

mit einem Wertebereich von 0 bis 1, unabhängig von der Kontrastrichtung. Hier bedeuten L_2 die maximale und L_1 die minimale Leuchtdichte innerhalb der periodischen Struktur. Wird Gl. (7.2) auf Sehobjekte angewendet, dann sind L_2 und L_1 die Leuchtdichten von Sehobjekt oder Untergrund, je nachdem welche von beiden größer ist.

Kontrastformeln von Anzeigen

Zeichenkontraste von Anzeigen werden im allgemeinen durch das Verhältnis der beiden Kontrastleuchtdichten beschrieben:

$$K = \frac{L_2}{L_1} \quad (7.3)$$

Bei hellen Zeichen auf dunklerem Grund ist dann L_2 die Zeichenleuchtdichte und L_1 die Untergrundleuchtdichte. Bei der dazu inversen Darstellung mit dunklen Zeichen auf hellem Grund entspricht L_2 der Untergrundleuchtdichte und L_1 der Zeichenleuchtdichte.

Die Kontrastformeln 7.1 bis 7.3 beschreiben den gleichen Sachverhalt. Zwischen diesen Formeln bestehen einfache Umrechnungsbeziehungen. Welche Formel gewählt wird, ist eine Frage der Zweckmäßigkeit.

7.2 Definition von Schwellenkontrasten

Für das Sehen von besonderer Bedeutung sind Schwellenkontraste, d.h. diejenigen Kontrastwerte eines Sehobjektes oder eines Details, die gerade bzw. mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % zu der vereinbarten Empfindung führen, z.B. der Detektion eines Sehobjektes. Im allgemeinen beziehen sich die Kontraste auf Leuchtdichten. Zum Beispiel bedeutet ein Leuchtdichte-Schwellenkontrast zur Detektion eines Sehobjektes von z.B. 2 %, dass dieses Sehobjekt gegenüber dem Untergrund gerade heller (oder dunkler) erscheint, wenn Sehobjekt- und Untergrundleuchtdichte sich um 2 % unterscheiden. Bild 7.2 zeigt schematisch den Versuchsaufbau zur Messung von Schwellenkontrasten. Der Kehrwert des Schwellenkontrastes wird auch als Kontrastempfindlichkeit bezeichnet. Die Sehbedingungen sind umso besser, je geringer die Schwellenkontraste bzw. je höher die Kontrastempfindlichkeit ist.

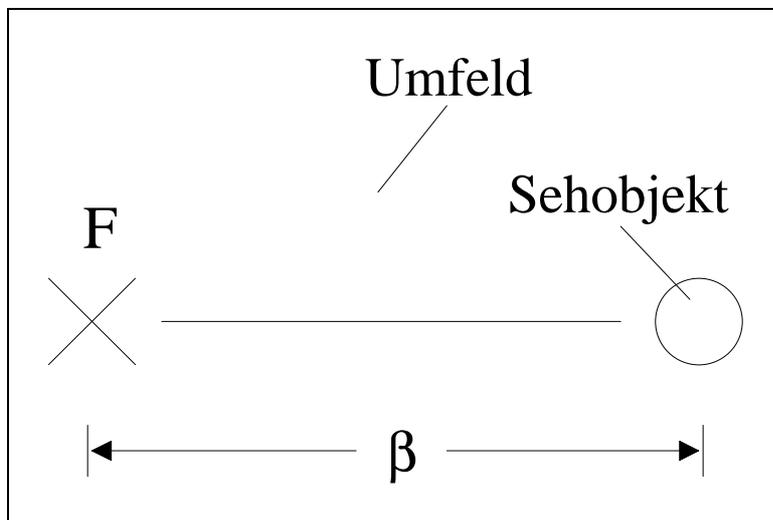


Bild 7.2:

Schematischer Versuchsaufbau zur Messung von Schwellenkontrasten einfacher Sehobjekte.

F = Fixationspunkt

β = Winkel zwischen Fixationspunkt und Sehobjekt.

Zur Messung des Schwellenkontrastes muss die Versuchsperson die Leuchtdichte des Sehobjektes so einstellen, dass zwischen Sehobjekt und Umfeld ein gerade merkbarer Helligkeitsunterschied besteht.

Schwellenkontraste zur Wahrnehmung von Sehobjekten sind von einer Vielzahl von inneren und äußeren Faktoren abhängig:

- 1) Sehobjektfaktoren. Insbesondere Art, Form, Gestaltung und Ausdehnung, örtliche und zeitliche Leuchtdichtemodulierung, Kontrastrichtung.
- 2) Helligkeitsfaktoren. Insbesondere Leuchtdichten von Umfeld, Sehobjekt und Blendquellen.
- 3) Zeit- und Ortsfaktoren. Insbesondere Darbietungszeit und Geschwindigkeit der Sehobjekte, Lage der Sehobjekte im Gesichtsfeld, Maskierung und Strukturierung.
- 4) Personenfaktoren. Insbesondere Akkommodations- und Refraktionszustand, Alter, psychische Verfassung.
- 5) Kriteriums-faktoren wie Wahrnehmungsniveau (Detektion, Identifikation), Beobachterstrategie (Risikoabschätzung), Messmethode (Methode der konstanten Reize, Einstellmethode).

Das einfachste Wahrnehmungsniveau ist die Wahrnehmung eines Sehobjektes aufgrund seines Helligkeitsunterschiedes gegenüber dem Untergrund. Diese Fähigkeit wird hier mit **Detektion** bezeichnet. **Identifikation** liegt vor, wenn ein Sehobjekt in seinen spezifischen Einzelheiten zu erkennen ist. Die einfachste Identifikationsleistung ist die Erkennung eines einzigen, bekannten Details, z.B. eines Schlitzes in einem Landoltring (siehe Bild 7.3). Diese Identifikationsleistung wird auch mit Sehschärfe oder mit Auflösungsvermögen bezeichnet. Höhere Niveaus der Identifikation betreffen die Fähigkeit, aus einer Menge verschiedener Sehobjekte ein individuelles Objekt aufgrund seiner spezifischen Merkmale zu klassifizieren, z.B. bestimmte Buchstaben oder Fahrzeugtypen.

In der klassischen physiologischen Optik wird die Wahrnehmungsleistung des visuellen Systems mit diskreten Einzelzeichen, z.B. Kreisscheibe oder Landoltring, gemessen (siehe Bild 7.3a,b,d).

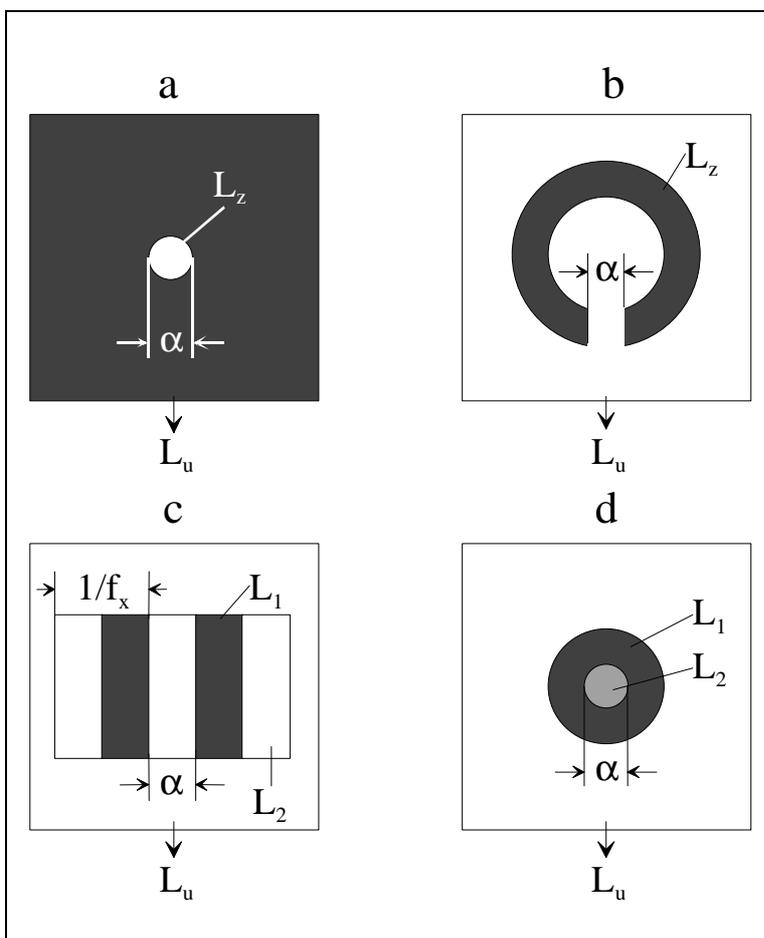


Bild 7.3:

Einfache Sehobjekte zur Untersuchung der Abhängigkeiten von Schwellenkontrasten bei unterschiedlichen Wahrmerkungskriterien.

Testzeichen a, Kreisscheibe:
Detektion eines Helligkeitsunterschiedes zwischen Sehobjekt und Untergrund bzw. Umfeld.

Testzeichen b, Landoltring:
Identifikation eines Formen- und Richtungsdetails.

Testzeichen c, Gitter:
Identifikation von periodischen Helligkeits-Strukturen.

Testzeichen d:
Detektion eines Helligkeitsunterschiedes zwischen 2 Sehobjektetails.

In neuerer Zeit seit etwa Mitte der 50er Jahre ist eine andere Betrachtungsweise hinzugekommen. Hier wird das visuelle System in Bezug auf die Kontrastwahrnehmung als eine Folge von homogenen Schichten bzw. Filtern aufgefasst, deren Übertragungseigenschaften für orts- und zeitabhängige Leuchtdichten und Chrominanz mit nachrichtentechnischen Methoden, insbesondere der Fourieranalysen, beschrieben werden. Im Vordergrund dieser Modelle steht die Untersuchung von periodischen Strukturen, insbesondere von Sinus- und Rechteckgittern, deren örtliche und zeitliche Leuchtdichtemodulationen zur Schwelle gebracht werden.

7.3 Schwellenkontraste zur Detektion einfacher Sehobjekte

Für eine quantitative Beschreibung der Schwellenkontraste in Abhängigkeit von der Umfeldleuchtdichte und der scheinbaren Objektgröße werden im folgenden die umfangreichen und gut dokumentierten Untersuchungen von Blackwell (1946, Tabelle VIII) ausgewählt. Diese Experimente wurden mit jungen Versuchspersonen unter insgesamt sehr günstigen Versuchsbedingungen durchgeführt. Die als Testzeichen verwendete Kreisscheibe erschien hell auf dunklerem Grund und befand sich in der Mitte eines homogenen, nahezu das gesamte Gesichtsfeld ausfüllenden Umfeldes. Die foveale Fixierung wurde durch Markierungshilfen erleichtert. Die Darbietungszeit betrug bis zu 15 Sekunden. Es wurde die Methode der konstanten Reize angewendet, mit den Alternativen "gesehen" oder "nicht gesehen". Die untersuchten Leuchtdichten lagen zwischen $3 \cdot 10^{-3}$ und $3 \cdot 10^3$ cd/m² bei Durchmessern der kreisförmigen Sehobjekte zwischen 0,6' und 360'.

Der analytische Ausgleich der Messdaten erfolgte durch eine "Leuchtdichtefunktion" f_1 und eine "Winkelfunktion" f_2 , die sich allerdings nicht unabhängig voneinander gestalten ließen. (Kokoschka, 1986). Der Ansatz für f_1 und f_2 berücksichtigt das Ricco'sche und das Weber'sche Gesetz. Unter Berücksichtigung dieser Annahmen gilt dann für den Schwellenkontrast zur Detektion einfacher Sehobjekte:

$$\bar{C} = \bar{C}_{\min} \cdot f_1 \cdot f_2 \quad (7.4)$$

$$\text{mit } f_1 = 1 + \left(\frac{L_u}{c_1} \right)^{c_2} \quad f_2 = 1 + \left(\frac{\alpha_0}{\alpha} \right)^2$$

$$\text{und } \alpha_0 = c_3 + c_4 \left(1 - \frac{1}{1 + (L_u/c_5)^{c_6}} \right)$$

Die Konstanten ergaben sich als Ergebnis einer Ausgleichsrechnung zu:

$$\bar{C}_{\min} = 0,00275$$

$$c_1 = 0,158$$

$$c_2 = -0,484$$

$$c_3 = 7,5$$

$$c_4 = 133$$

$$c_5 = 0,00075$$

$$c_6 = -0,383$$

Es bedeuten:

L_u : die adaptionsbestimmende Umfeldleuchtdichte in cd/m².

α die Sehobjektgröße in Bogenminuten.

Bei nicht kreisförmigen Sehobjekten ist für α der Durchmesser eines flächengleichen Kreises einzusetzen. Vorausgesetzt wurde die Kontrastformel gemäß Gl. (7.1a). \bar{C}_{\min} kennzeichnet den Grenzswellenkontrast für sehr große L_u - und α -Werte.

Beispiel 7.1:

Beträgt z.B. die adaptionsbestimmende Umfeldleuchtdichte 100 cd/m² und erscheint das Sehobjekt dem Beobachter unter einem Winkel von 10', so erhält man mit $\alpha = 10'$, $L_u = 100$ cd/m² nach Gl. (7.4) einen Schwellenkontrast $\bar{C} = 0,00516$. Die Leuchtdichte des Sehobjektes muss sich also um etwa 0,5 % vom Umfeld unterscheiden, um unter günstigsten Bedingungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % wahrgenommen zu werden.

Fragt man bei gegebener Umfeldleuchtdichte und gegebenem Objektkontrast nach dem Schwellenwert für die Sehobjektgröße $\bar{\alpha}$, so folgt aus Gl. (7.4):

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_0}{\sqrt{\frac{C}{C_{\min}} \cdot \frac{1}{f_1} - 1}} \quad (7.5)$$

Beispiel 7.2:

Beträgt z.B. der Kontrast eines Sehobjektes $C = 0,9$, so muss bei einer Umfeldleuchtdichte von 10 cd/m^2 das Sehobjekt mindestens $0,64'$ groß sein, um an der Schwelle wahrgenommen zu werden.

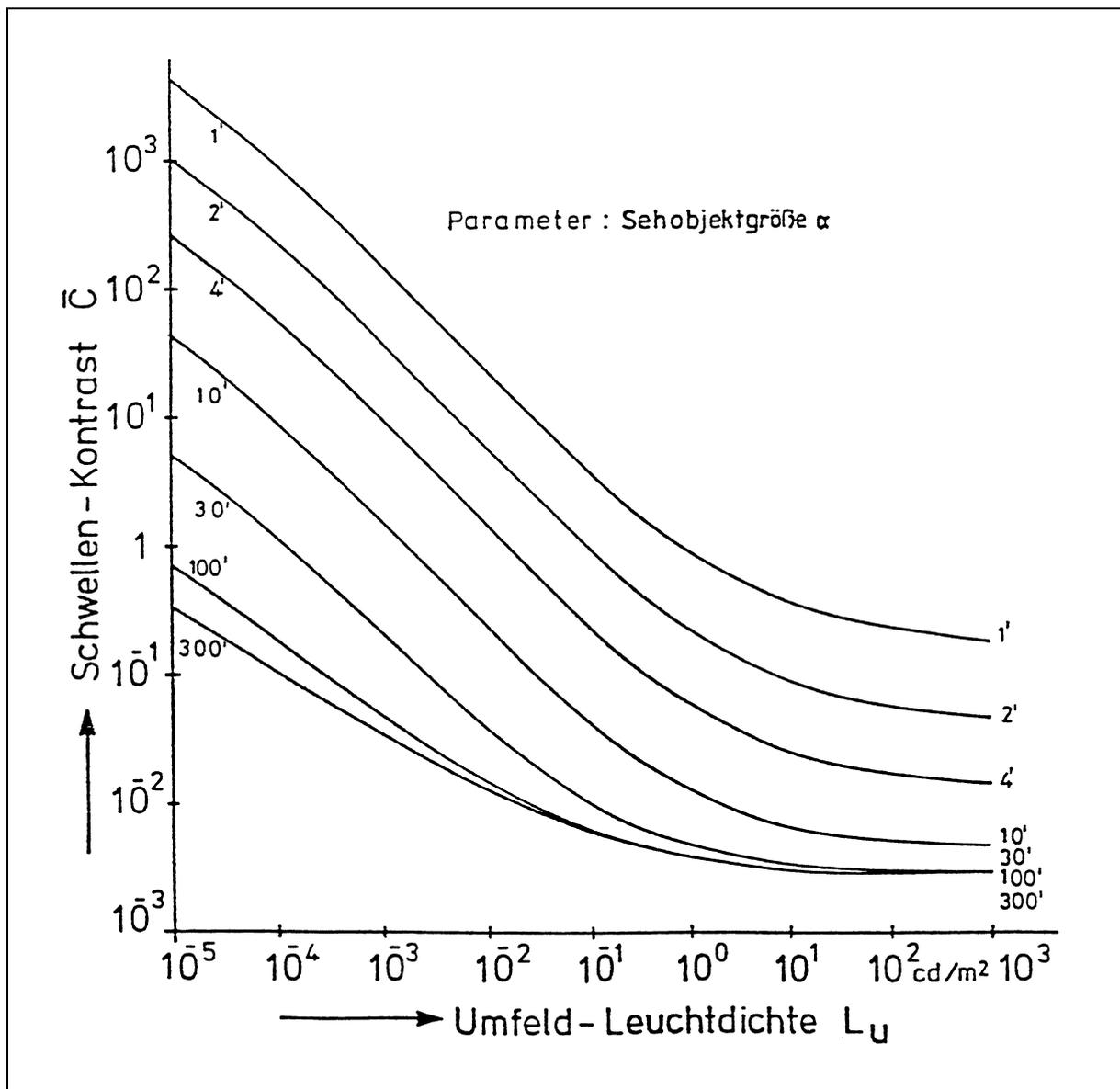


Bild 7.4: Schwellenkontraste zur Detektion einfacher Sehobjekte wie Kreisscheibe, Quadrat oder ähnliche flächengleiche Objekte in Abhängigkeit von der Umfeldleuchtdichte bzw. von der Adaptationsleuchtdichte und der Sehobjektgröße als Parameter. Berechnet nach Gl. (7.4) für einen Grenzswellenkontrast $C_{\min} = 0,00275$, der günstigste Beobachtungsbedingungen simuliert.

In Bild 7.4 sind nach Gl. (7.4) berechnete Schwellenkontraste dargestellt. Sie gelten für die Detektion eines einfachen Sehobjektes unter günstigsten Beobachtungsbedingungen, d.h. insbesondere:

- junge Beobachter,
- bekannter Sehobjektort, foveale Beobachtung,
- genügend lange Beobachtungszeit,
- homogenes Umfeld bei genügend langer Adaptationszeit.
- Wahrnehmungsniveau von etwa 50 %

Schwierigere, praktische Bedingungen bei höheren Wahrnehmungsniveaus lassen sich im Prinzip durch einen Multiplikationsfaktor bzw. höhere Zahlenwerte für \bar{C}_{min} berücksichtigen. Die Größe dieses Faktors hängt von der speziellen Sehaufgabe ab und ist im Einzelfall zu schätzen. Typische Praxis-Multiplikationsfaktoren bei Tageslichtbedingungen liegen im Bereich um 10 – 20. Bei Sehaufgaben bei Nacht können die Praxisfaktoren Werte um 50-100 annehmen.

Bei inhomogener Verteilung der Gesichtsfeldleuchtdichte stellt sich die Frage nach der Adaptationsleuchtdichte, d.h. derjenigen homogenen Umfeldleuchtdichte, die die gleichen Schwellenkontraste ergibt wie eine strukturierte Leuchtdichteverteilung. In erster Näherung dürfte die im zentralen Gesichtsfeld gemittelte Leuchtdichte eine gute Schätzung für die Adaptationsleuchtdichte abgeben.

Einschränkend gelten die Schwellenkontraste nach Gl. (7.4) nur für einfache, homogen aufgebaute Sehobjekte, bei denen eine der beiden Kontrastleuchtdichten mit der Untergrundleuchtdichte übereinstimmt. Weichen die Kontrastleuchtdichten erheblich von der Umfeldleuchtdichte ab, dann ist mit erheblich höheren Schwellenkontrasten zu rechnen.

Allgemein gelten folgende Gesetzmäßigkeiten:

- Schwellenkontraste nehmen im allgemeinen mit der Umfeldleuchtdichte ab.
- Schwellenkontraste nehmen mit der Größe der Sehobjekte ab.
- Bei höheren Umfeldleuchtdichten (etwa $> 100 \text{ cd/m}^2$) und größeren Sehobjekten (etwa $> 10'$) ist der Schwellenkontrast annähernd unabhängig von L_u und α . Dieser Sachverhalt wird auch als "Weber'sches" Gesetz (Weber, 1850) bezeichnet.

Unter praktischen Bedingungen kann man von folgenden Faustwerten für foveal gesehene, einfachst aufgebaute Sehobjekte ausgehen:

Tabelle 7.1:
Typische praktische Schwellenkontraste. *) entspricht 2 - 5 %

| Beleuchtungsniveau Sehobjekt | Tag (100 cd/m ²) | Nacht (10 ⁻³ cd/m ²) |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| klein (1') | 1 | 100 |
| groß (1°) | 0,02-0,05* | 1 |

Schwellenbeleuchtungsstärken

Zur Detektion von Signallichtern wird als Schwellenvariable zweckmäßigerweise die am Auge des Beobachters erforderliche Beleuchtungsstärke verwendet, die allein vom Signal herrührt. Für diese Schwellenbeleuchtungsstärke gilt:

$$\bar{E} = \pi \cdot L_u \cdot (\bar{C} + 1) \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (7.6)$$

mit L_u der Leuchtdichte eines gleichförmigen Umfeldes, α dem Sehwinkel des Sehobjektes und \bar{C} dem Schwellenkontrast nach Gl. (7.4).

Beispiel 7.3:

Bei $L_u = 10^{-5} \text{ cd/m}^2$ ist für die Detektion eines punktförmigen Signals unter günstigsten Bedingungen nach Gl. (7.6) eine Schwellenbeleuchtungsstärke von $2,8 \cdot 10^{-9} \text{ lx}$ und bei 10^3 cd/m^2 entsprechend von $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ lx}$ notwendig. Für die Detektion eines z.B. $10'$ großen Sehobjektes bei einer Umfeldleuchtdichte von 10^{-5} cd/m^2 muss das Sehobjekt am Ort des Auges eine Beleuchtungsstärke von $1,8 \cdot 10^{-8} \text{ lx}$ und bei 10^3 cd/m^2 entsprechend von $6,7 \cdot 10^{-3} \text{ lx}$ erzeugen.

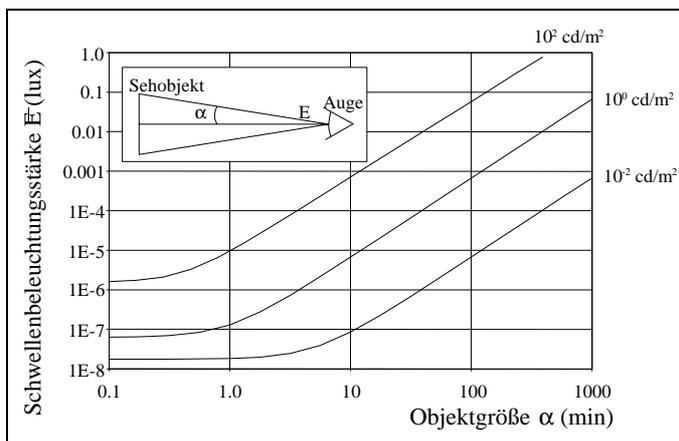


Bild 7.5:

Schwellenbeleuchtungsstärke zur fovealen Wahrnehmung einfacher Sehobjekte in Abhängigkeit von der Sehobjektgröße, berechnet nach Gl. (7.6) mit den Schwellenkontrasten nach Gl. (7.4). Parameter ist die Umfeldleuchtdichte (Kokoschka, 1988).

In Bild 7.5 ist die Schwellenbeleuchtungsstärke über der Sehobjektgröße aufgetragen. Es zeigt sich, dass bei geringen Umfeldleuchtdichten und kleinen bzw. punktförmigen Sehobjekten die Schwellenbeleuchtungsstärke unabhängig von der Sehobjektgröße ist. (Ricco'sches Gesetz, 1877).

Zur Detektion von punktförmigen Sehobjekten ist eine bestimmte Beleuchtungsstärke am Ort des Auges notwendig, unabhängig von der Größe des Sehobjektes. Sie hängt nur von der Umfeldleuchtdichte ab und ist umso größer, je größer die Umfeldleuchtdichte ist.

Um unter günstigsten Bedingungen punktförmige Sehobjekte (z.B. Lichtsignale) wahrzunehmen, muss dieses Objekt am Ort des Auges folgende Beleuchtungsstärke erzeugen, die unter praktischen Bedingungen bis zu einem Faktor 100 größer sein können:

Tabelle 7.2:

Schwellenbeleuchtungsstärke (in lx) unter günstigsten Bedingungen.

| Sehobjekt | Nacht (10^{-3} cd/m^2) | Tag (10^2 cd/m^2) |
|--------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| klein ($1'$) | $2 \cdot 10^{-9} \text{ lx}$ | 10^{-5} lx |
| groß (1°) | $5 \cdot 10^{-8} \text{ lx}$ | 10^{-1} lx |

Die Sichtbarkeit von Lichtsignalen im Freien hängt neben deren Lichtstärke und der Umgebungsleuchtdichte auch von der atmosphärischen Trübung der Atmosphäre ab. Für die vom Lichtsignal erzeugte Beleuchtungsstärke am Ort des Auges gilt dann $E = I_0/r^2 \cdot e^{-kr}$, wenn I_0 die Lichtstärke des Signals, r der Abstand zwischen Lichtsignal und k der Trübungskoeffizient der Atmosphäre bedeuten. Die Tragweite bzw. Sichtweite des Lichtsignals erhält man aus der Gleichheit von vorhandener Beleuchtungsstärke und Schwellenbeleuchtungsstärke nach Gl. (7.6).

Zusammenfassend gilt:

- zur Detektion eines punktförmigen Sehobjektes ist die Schwellenbeleuchtungsstärke unabhängig von der Sehobjektgröße. Sie nimmt mit wachsender Adaptationsleuchtdichte zu;
- zur Detektion ausgedehnter Sehobjekte nimmt der Schwellenkontrast mit wachsender Adaptationsleuchtdichte und zunehmender Sehobjektgröße ab. Bei Tage und relativ großen Sehobjekten ist der Schwellenkontrast unabhängig vom Adaptationsniveau und von der Sehobjektgröße.

7.4 Sehschärfe als Maß der Identifikationsleistung

Die Sehschärfe ist das klassische Maß des visuellen Auflösungsvermögens. Sie ist wie der Schwellenkontrast ein Schwellenwert, verknüpft mit einer Detektionswahrscheinlichkeit von 50 %. Sie ist definiert als der Reziprokwert desjenigen Seh winkels eines kritischen Details, das gerade mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % identifiziert wird, d.h.:

$$s = \frac{1}{\varepsilon} \quad (7.7)$$

wobei ε in Bogenminuten anzugeben ist. Interpretiert wird die Sehschärfe oft als die sogenannte Punktsehschärfe. Danach bedeutet eine Sehschärfe von z.B. 1,5, dass der Beobachter zwei Punkte im Abstand von $1/1,5 = 0,67'$ gerade als getrennte Punkte erkennt (siehe Bild 7.6). Gemessen in wissenschaftlichen Unreersuchungen wird die Sehschärfe meist mit Landoltringen (siehe Bild 7.3b).

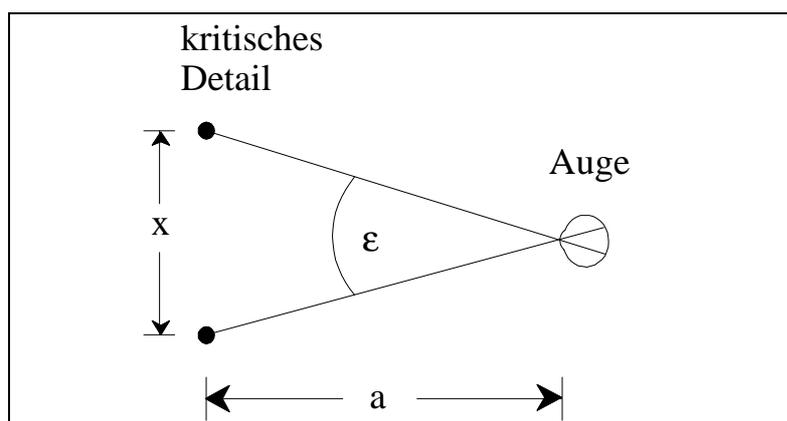


Bild 7.6:
Zur Definition der Sehschärfe im Sinne der Identifikation zweier Punkte, die das kritische Detail darstellen.

Ist z.B. $x = 1$ mm und $a = 1500$ mm und werden beide Punkte gerade an der Schwelle erkannt, dann hat der Beobachter unter diesen Bedingungen eine Sehschärfe von mindestens $s = 0,44$.

Das kritische Detail realer Sehobjekte ist nicht eindeutig zu finden. Bei Buchstaben z.B. könnte man als kritisches Detail die Zeichenbreite definieren, die z.B. $1/5$ der Höhe beträgt. Dieses Vorgehen ist jedoch nur eine grobe Schätzung. Die Identifikationsmechanismen realer Sehobjekte sind noch weitgehend ungeklärt.

Bild 7.7 zeigt ausgeglichene Messwerte für die mit Landoltringen gemessene Sehschärfe bei fovealer Beobachtung in Abhängigkeit von der Umfeldleuchtdichte und dem Sehobjektkontrast.

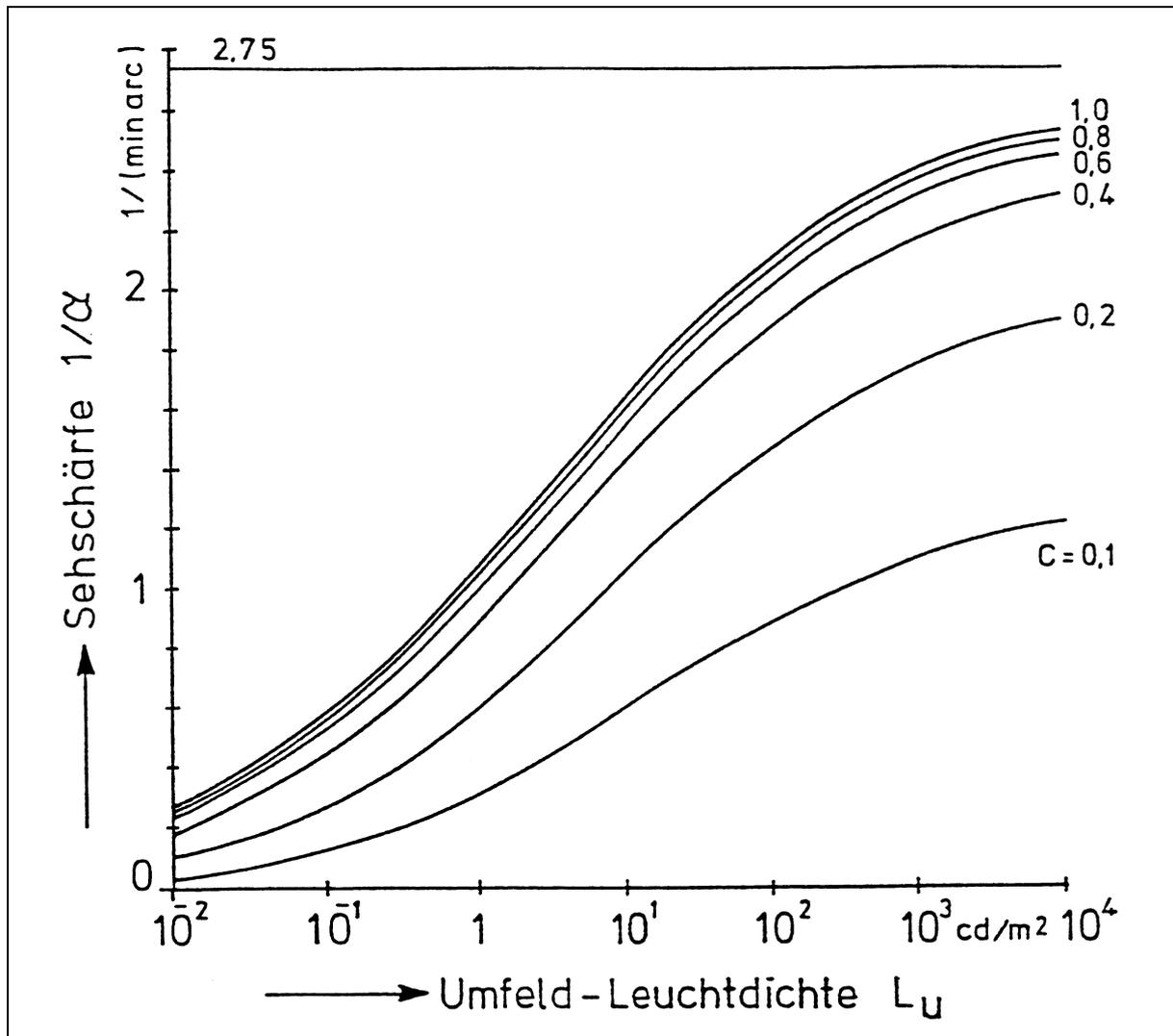


Bild 7.7:

Sehschärfe von dunklen Landoltringen in Abhängigkeit von der Umfeldleuchtdichte.

Parameter ist der Kontrast der Sehobjekte.

(Kokoschka: "Beleuchtung, Bildschirm, Sehen", S. 31)

Nach einem einfachen physiologischen Modell (Rayleigh'sche Auflösungsvermögen) werden 2 kritische Details, z.B. 2 Punkte, gerade dann getrennt wahrgenommen, wenn zwischen den mit beiden Punkten gereizten Netzhautrezeptoren ein ungereizter Rezeptor liegt.

Danach wird die Auflösungsgrenze durch den doppelten Rezeptordurchmesser bestimmt. Bei einem effektiven Durchmesser der Netzhautrezeptoren von $1,5 \mu$ und einem Knotenpunktastand des Auges von 18 mm ergibt diese Abschätzung eine maximale Sehschärfe von etwa 1,75.

Die Zunahme der Sehschärfe mit wachsender Umfeldleuchtdichte kann man physiologisch durch eine zunehmende Entkopplung der Rezeptoren erklären. Mit abnehmender Umfeldleuchtdichte werden immer mehr Rezeptoren zu größeren rezeptiven Einheiten zusammengeschaltet und vergrößern damit das Netzhautraster.

7.5 Ortsabhängigkeit der Schwellenkontraste

Schwellenkontraste sind bei sonst gleichen Bedingungen umso größer, je weiter entfernt sich das Sehobjekt von der Fixationsachse befindet. Bezeichnet man mit $R(\beta)$ das Verhältnis von peripherem zu fovealem Schwellenkontrast, so kann der Einfluss des peripheren Lagewinkels β auf den peripheren Schwellenkontrast eines von der Fixationsachse nicht zu weit entfernten Sehobjektes wie folgt beschrieben werden:

$$R(\beta) = (1 + a_1 \cdot \beta^2)^{a_2} \quad (7.8)$$

wobei der Winkel β in Grad einzusetzen ist.

Für die Konstanten erhält man nach Literaturvergleichen bei Detektion einer Kreisscheibe $a_1 = 0,76$, $a_2 = 0,42$ ($\beta < 30^\circ$) und bei Detektion eines Landoltringes $a_1 = 1,34$ und $a_2 = 0,67$ ($\beta < 10^\circ$). Ein z.B. 5° von der Fixationsachse entfernter Landoltring benötigt danach mit $R(\beta) = 10,7$ zur Detektion seines Schlitzes einen 10,7-mal größeren Schwellenkontrast als bei direkter fovealer Beobachtung. Bei Helligkeitsdetektion eines einfachen Objektes gegenüber dem Untergrund steigt der Schwellenkontrast mit wachsendem Winkel β weniger rasch an. Man erhält dafür im Beispiel $R(\beta) = 3,5$.

7.6 Spektrale Abhängigkeit

Der Einfluss der Lichtfarbe bzw. des Spektrums auf Schwellenkontraste oder Sehschärfe ist in erster Näherung relativ gering. Die Literaturergebnisse sind aber uneinheitlich. Relativ sicher ist, dass bei monochromatischer Strahlung die Sehschärfe im mittleren Spektralbereich größer ist als an den Spektralenden. Wie Bild 7.8 ferner zeigt, nimmt mit abnehmender Leuchtdichte im mesopischen Bereich die Sehschärfe für kurzwellige Strahlung im Vergleich zur langwelligeren zu, und zwar aufgrund des Purkinje-Effektes.

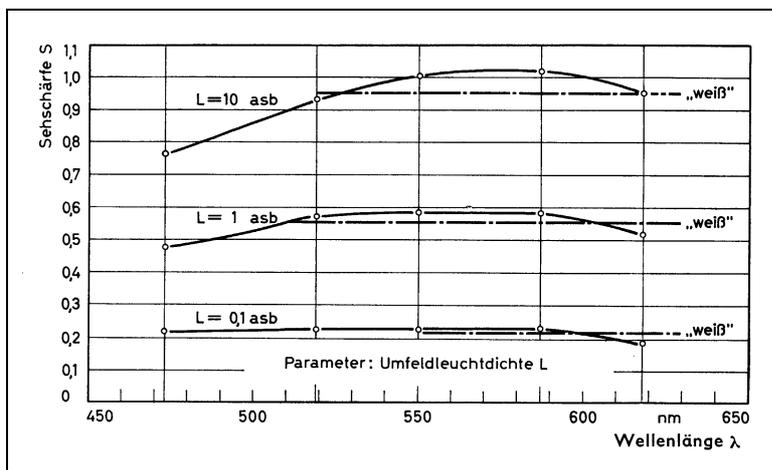


Bild 7.8: Sehschärfe bei fovealer Beobachtung gemessen mit schwarzen Landoltringen im mesopischen Bereich. ($1 \text{ asb} = 0,318 \text{ cd/m}^2$) (Adrian, Kokoschka, 1965)

Bei helladaptiertem Auge (10 asb) ist die Sehschärfe im mittleren Spektralbereich größer als an den Spektralenden. Im mesopischen Bereich findet die sog. Purkinje-Verschiebung statt.

7.7 Einfluss der Darbietungszeit

Die bisher besprochenen Abhängigkeiten von Schwellenkontrast und Sehschärfe gelten für praktisch unbegrenzte Darbietungszeiten der Sehobjekte.

Der Zusammenhang zwischen Schwellenkontrast und Darbietungszeit für Zeiten unterhalb der Fixationsdauer von etwa 0,2 - 0,3 s ergibt sich nach der Beziehung von Blondel und Rey (1911). Danach gilt für den Schwellenkontrast \bar{C} bei der Darbietungszeit t :

$$\bar{C} = \bar{C}_0 \frac{t_0 + t}{t} = \bar{C}_0 \left(\frac{t_0}{t} + 1 \right) \quad (7.9)$$

wenn \bar{C}_0 der Schwellenkontrast bei praktisch unbegrenzter Darbietungszeit und t_0 eine von zahlreichen Faktoren abhängige Konstante ist, für die unter Tageslichtverhältnissen ein Wert von 0,2 Sekunden typisch ist. Für sehr kurze Darbietungszeiten $t \ll t_0$ gilt dann $\bar{C}(t) \cdot t = \bar{C}_0 \cdot t_0 = \text{const}$, d.h. das Produkt von Schwellenkontrast und Darbietungszeit ist konstant. Für Darbietungszeiten $t < t_0$, d.h. praktisch ab etwa 1 s, ist dann \bar{C} unabhängig von t . Tatsächlich nimmt aber der Schwellenkontrast zur Detektion und Identifikation von Sehobjekten auch für Darbietungszeiten zwischen 1 und etwa 5 s noch weiter ab.

7.8 Transiente Schwellenkontraste

Erfahrungsgemäß sieht man unmittelbar nach einer plötzlichen Änderung der Umfeldleuchtdichte erheblich schlechter. Beispielsweise beim Heraustreten aus einem hellen Raum in die nächtliche Dunkelheit oder auch umgekehrt beim Eintreten vom Dunkeln ins Helle. Erst nach einiger Zeit werden die Objektkontraste wieder sichtbar. Die Wahrnehmungsprozesse im Zeitraum zwischen plötzlicher Änderung der Umfeldleuchtdichte und Adaptation an das neue Beleuchtungsniveau werden als transiente Adaptation bezeichnet.

Ein besonderer Spezialfall der transienten Adaptation ist der sog. Dunkel-Adaptations-Verlauf. Darunter versteht man die zeitliche Abhängigkeit der Schwellenleuchtdichte, nachdem die Gesichtsfeldleuchtdichte plötzlich auf Null reduziert wurde. Bild 7.9 zeigt eine typische Dunkel-Adaptations-Kurve. Auffällig ist der sog. Helmholtz-Kohlrausch-Knick, der nach einigen Minuten der Dunkeladaptation auftritt. Vor dem Knick sind vor allem die Zapfen in Funktion, danach sind vor allem die Stäbchen wirksam. Beide Rezeptorsysteme zeigen unterschiedliches zeitliches Adaptationsverhalten.

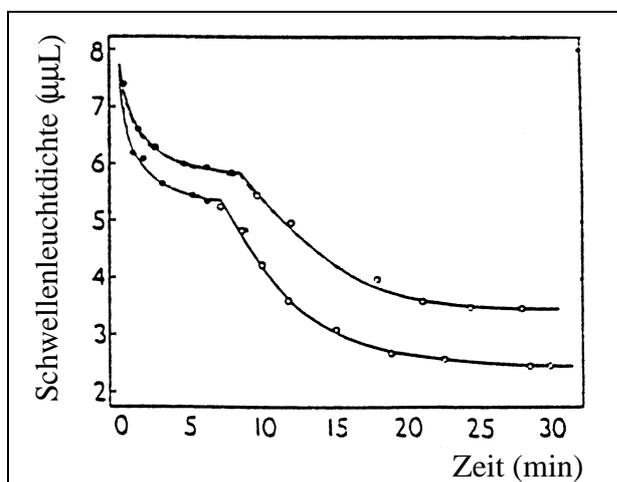


Bild 7.9

Typischer Verlauf von Dunkeladaptations-Kurven. Der mit einem sog. Adaptometer gemessene Verlauf wurde unter folgenden Bedingungen aufgenommen: 3° großes, 7° extrafoveales Testfeld. Weiße Voradaptationsleuchtdichte 5000 cd/m² (1µµL = 3,18 · 10⁻⁹ cd/m²). Dargestellt ist die Spannweite von 120 Versuchspersonen. (Nach Hecht u. Mandelbaum, 1939).

Bild 7.9 zeigt, dass vollständige Dunkeladaptation erst ab 30 min und später eintritt. Derartige Experimente haben ferner gezeigt:

- 1) Die Dunkeladaptation erfolgt langsamer mit höherer Voradaptationsleuchtdichte.
- 2) Bei peripherer Beobachtung sind die Schwellenleuchtdichten geringer als bei fovealer.
- 3) Der Dunkeladaptationsverlauf hängt auch von der Lichtfarbe ab. Bei roter Voradaptation erfolgt die Dunkeladaptation rascher als bei weißem Licht gleicher Leuchtdichte.

Transiente Sichtbarkeitsverluste werden durch einen Schwellenkontrast-Erhöpfungsfaktor $\phi = \bar{C}(\tau)/\bar{C}_0$ ausgedrückt, wenn $\bar{C}(\tau)$ den Schwellenkontrast zur Zeit τ nach einem Leuchtdichtesprung und \bar{C}_0 den Schwellenkontrast nach vollständiger Adaptation an die neue Umfeldleuchtdichte bedeuten. Wie Bild 7.10 am Beispiel von relativ großen Leuchtdichtesprüngen (1:125 bzw. 125:1) zeigt, ist bis zu einigen Sekunden nach dem Leuchtdichtesprung mit erheblichen Sichtbarkeitsverlusten zu rechnen. Zum Beispiel erhält man bei einem Sprung von 2000 auf 8 cd/m² bei $\tau = 0,3$ s (d.h. etwa eine Fixationsdauer nach dem Sprung) einen Erhöhungsfaktor für den Schwellenkontrast von etwa $\phi = 5$. Das heißt, 0,3 s nach der plötzlichen Änderung der Umfeldleuchtdichte ist der Schwellenkontrast zur Detektion eines Sehobjektes um den Faktor 5 größer als bei vollständiger Adaptation auf 8 cd/m².

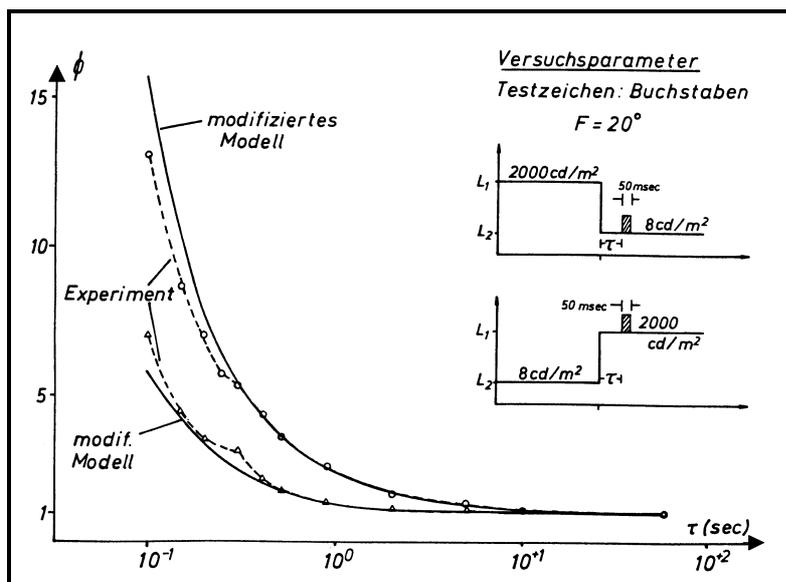


Bild 7.10:
Gemessene zeitliche Abhängigkeit des Schwellenkontrast-Erhöpfungsfaktors bei einem Leuchtdichtesprung von 250:1 bzw. 1:250.

Obere Kurven:
Leuchtdichtesprung von 2000 auf 8 cd/m².

Untere Kurven:
Leuchtdichtesprung von 8 auf 2000 cd/m².

(Greule: "Kontrastschwellen bei transientser Adaptation", S. 121)

Für eine Zeitdauer von 0,3 s nach dem Sprung lässt sich der transiente Sichtbarkeitsverlust wie folgt empirisch schätzen:

$$1/\phi = \text{TAF} = 1 - 0,3 \cdot \lg(r) \quad (7.10)$$

wenn $r = L_2/L_1$ die Leuchtdichten vor und nach dem Sprung ($L_2 > L_1$) bedeuten. Allerdings berücksichtigt Gl. (7.9) nicht den tatsächlichen Einfluss der Sprungrichtung.

Aus praktischer Sicht sind transiente Sichtbarkeitsverluste unkritisch, wenn das Leuchtdichteverhältnis geringer als etwa 10:1 ist. Leuchtdichteverhältnisse größer als 100:1 führen dagegen zu signifikanten visuellen Leistungsverlusten, gemessen in Fehlern und Zeit.

7.9 Visuelle Grundfunktionen periodischer Testzeichen

Die mit Hilfe von diskreten Sehobjekten gefundenen Zusammenhänge zwischen Schwellenkontrast, Umfeldleuchtdichte und Sehobjektgröße sind ein wichtiger Teil der visuellen Optik. Demgegenüber verfolgen die neueren Schwellenuntersuchungen mit orts- und zeitfrequenzmodulierten Leuchtdichtemustern das Ziel, das visuelle System durch systemtheoretische Methoden zu beschreiben, um technische Übertragungssysteme optimal an das visuelle System anzupassen.

Die Messung der örtlichen Kontrastübertragungsfunktion des visuellen Systems erfolgt mit Hilfe sogenannter Sinusgitter als Testzeichen, die bei reiner Helligkeitsmodulation aus abwechselnd hellen und dunklen Streifen bestehen und deren Leuchtdichte quer zu den Streifen sinusförmig verläuft (siehe Bild 7.3 Teil c). Für den Modulationsgrad zwischen den dunklen und hellen Streifen gilt $m = (L_2 - L_1) / (L_2 + L_1)$, wobei L_2 die maximale Leuchtdichte im hellen Streifen und L_1 die minimale Leuchtdichte im dunklen Streifen bedeuten. Ist bei der jeweiligen Ortsfrequenz f das Gitter auf das vereinbarte Wahrnehmungskriterium eingestellt und ist $\bar{m}(f)$ der dazugehörige Schwellenkontrast, dann wird $1/\bar{m}(f)$ in Abhängigkeit von der Ortsfrequenz des Gitters f als Kontrastübertragungsfunktion oder auch einfach als Kontrastempfindlichkeit bezeichnet:

$$MTF = \frac{1}{\bar{m}(f)} \quad (7.11)$$

Die MTF (Modulation Transfer Function) ist systemtheoretisch die Fouriertransformierte der Linienbildfunktion oder Punktbildfunktion. Zu ihrer Bestimmung kommen daher 2 Methoden in Frage:

- 1) Messung des Schwellenkontrastes \bar{m} bei Sinus-Modulation der Leuchtdichte in Abhängigkeit von der Ortsfrequenz.
- 2) Messung der Punktbildfunktion und daraus Berechnung der MTF.

1

Örtliche Kontrastempfindlichkeitsfunktionen

In Bild 7.11 ist die Kontrastempfindlichkeit (Kehrwert der Schwellenkontraste $1/\bar{m}$) aufgetragen über der Ortsfrequenz der Testzeichen. Parameter der Kurven sind Kennzahlen des Adaptationsniveaus (Bildteil 1 und 2).

Alle Darstellungen zeigen typisches Bandpassverhalten. Das Maximum der Kontrastempfindlichkeit liegt bei ca. 2 - 5 Perioden pro Grad. Die dabei erreichbare Kontrastempfindlichkeit liegt günstigstenfalls bei ca. $1/\bar{m} = 500$, d.h. der Schwellenkontrast ist dann etwa $\bar{m} = 0,002$.

Die Verringerung der Kontrastempfindlichkeit zu höheren Ortsfrequenzen lässt sich erklären durch die Abmessungen der rezeptiven Felder und durch den Verlauf und die Breite der Punktbildfunktion. Der Schnittpunkt der Kurven mit der horizontalen Ortsfrequenzachse kennzeichnet das bei maximalem Kontrast erzielbare Auflösungsvermögen. Die bei hohen Adaptationsniveaus abzulesende Grenze von etwa 60 Perioden pro Grad entspricht dann nach dem Abtasttheorem einer rezeptiven Feldgröße von 0,5'. Höhere Ortsfrequenzen als ca. 60 Perioden pro Grad werden unter den Bedingungen von Bildteil 1 und 2 nicht übertragen. Im übrigen lässt der Grenzwert der Kontrastempfindlichkeit darauf schließen, dass die Wahrnehmung von Helligkeitsmodulationen keine Detektions- sondern eine Identifikationsleistung darstellt. Die Verringerung der Kontrastempfindlichkeit zu kleineren Ortsfrequenzen wird durch neuronale Hemmungsprozesse erklärt.

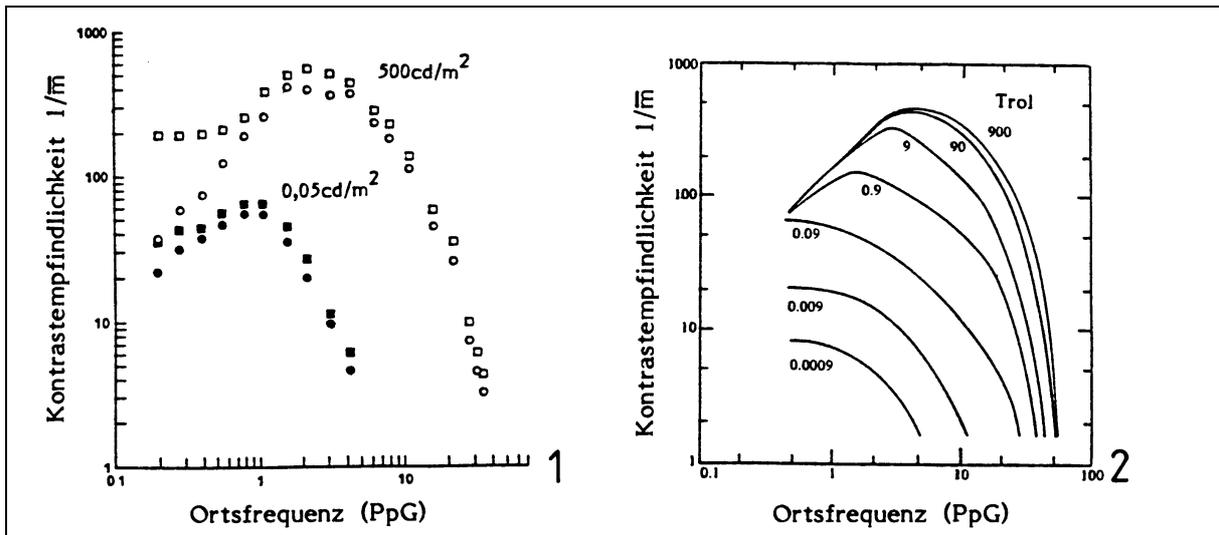


Bild 7.11:

Zur Abhängigkeit der Kontrastempfindlichkeit von der Ortsfrequenz von achromatischen Gittern bei zeitlich konstanten Gleichfeldern.

Bildteil 1 gilt für Sinusgitter (Kreise) und Rechteckgitter (Quadrate) (nach Campbell und Robson, 1968). Parameter ist die mittlere Leuchtdichte der $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ großen Testzeichen. In Bildteil 2 nach v. Nes und Bouman (1967) ist die retinale Beleuchtungsstärke in Troland Parameter der untersuchten Sinusgitter.

Zeitliche Kontrastempfindlichkeitsfunktionen

Ebenso wie örtliche Modulationen werden auch zeitliche Helligkeitsschwankungen entsprechend einer Bandpasscharakteristik übertragen. Bild 7.12 zeigt das Verhalten des Frequenzübertragungskanal für örtlich unmodulierte Felder. Im Bereich des Tagessehens (Kurven für 100 und 10000 Troland) liegt die maximale Kontrastempfindlichkeit bei etwa 8 Hz. Blinkfrequenzen in diesem Bereich werden daher besonders auffällig empfunden. Der Abfall der Empfindlichkeit zu höheren Frequenzen ist erklärbar durch die endliche Latenzzeit der Nervenfasern, während die Empfindlichkeitsverringern im unteren Frequenzbereich wiederum nur durch Erregungs- und Hemmungsprozesse innerhalb der neuronalen Schichten erklärt wird.

Die Übertragung von Zeitfrequenzen ist eng mit dem Flimmerproblem verbunden. Fragt man nach derjenigen Frequenz, bei der gerade kein Flimmern auftritt, so lassen sich aus dem Schnittpunkt mit der Abszisse die entsprechenden Flimmerverschmelzungsfrequenzen bei größtmöglicher Modulation der Flimmerfelder ablesen.

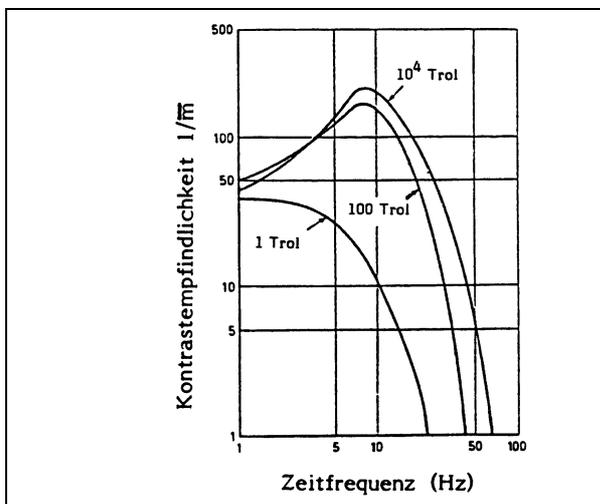


Bild 7.12:

Typisches Beispiel für die Kontrastempfindlichkeit in Abhängigkeit von der Zeitfrequenz für örtlich homogene Felder (Nach de Lange, 1958).

7.10 Vergleich aperiodischer und periodischer Testzeichen

Im folgenden wird der Frage nach dem Zusammenhang zwischen den klassisch gemessenen Kontrastempfindlichkeiten diskreter Sehobjekte und den mit periodischen Sinusgittern gemessenen Kontrastempfindlichkeiten nachgegangen. Zu diesem Zweck wurden in Bild 7.13 beide Typen von Kontrastempfindlichkeiten direkt miteinander verglichen.

Der auf den ersten Blick auffallendste Unterschied zwischen Einzelzeichen und Sinusgittern betrifft den Bereich niedriger Ortsfrequenzen. Während die Kontrastempfindlichkeit für Einzelzeichen (Kreisscheibe und Landoltring) dort nahezu konstant verläuft, steigt diese für Sinusgitter mit wachsender Ortsfrequenz bis etwa 3 Perioden/Grad an, um danach mit größer werdender Ortsfrequenz anfangs flacher, später relativ steil abzufallen.

Beide Typen der Kontrastempfindlichkeit unterscheiden sich aber auch bei höheren Ortsfrequenzen. Während die Kontrastempfindlichkeit für Helligkeitsdetektion (Testobjekt Kreisscheibe) entsprechend dem Ricco'schen Gesetz mit $1/\alpha^2$ monoton abnimmt, erfolgt die Abnahme der Kontrastempfindlichkeit für die einfachste Form der Identifikation (Testobjekte Landoltring und Sinusgitter) nur bis zu einer gewissen Grenzfrequenz bzw. bis zu einem gewissen Mindestdetailunterschied. Das bedeutet:

Zwischen Objekt und Untergrund ist durch Kontraststeigerung immer ein sichtbarer Helligkeitsunterschied zu erzielen. Detailunterschiede können dagegen durch Kontraststeigerung nur dann sichtbar werden, wenn die Details eine gewisse Mindestgröße überschreiten, die durch das Auflösungsvermögen des Auges bestimmt wird. Dies ist der entscheidende Unterschied zwischen Detektion und Identifikation.

Ferner zeigt sich, dass die Umfeldleuchtdichte auf alle 3 Kontrastempfindlichkeitsfunktionen nahezu den gleichen Effekt ausübt. Wie Bild 7.14 zeigt, gilt dies zumindest für Sehobjekte ab etwa 3' und für den Leuchtdichtebereich des Tagessehens. Das sind aber genau typische Parameter zahlreicher praktischer Sichtziele.

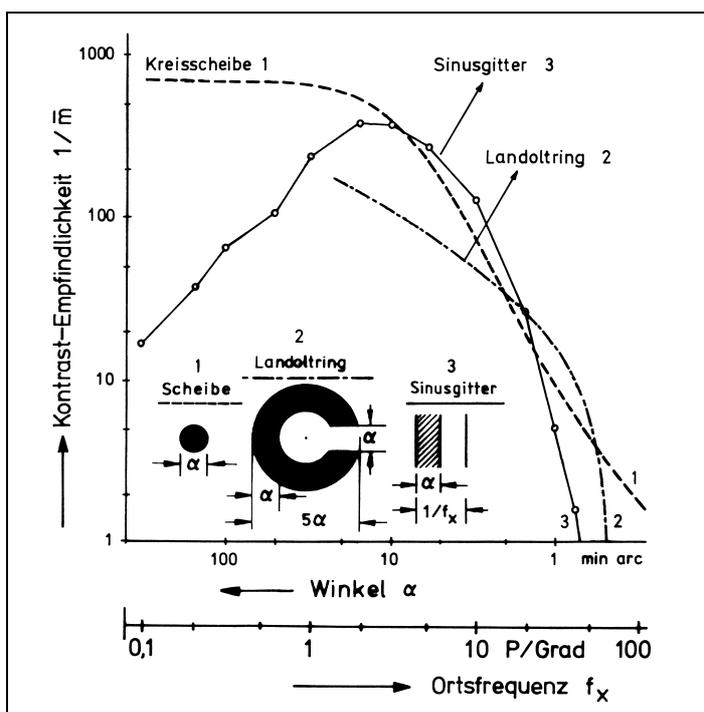


Bild 7.13: Vergleich von Kontrastempfindlichkeitsfunktionen, die mit 3 charakteristischen Testzeichen gemessen wurden. Die Kurve für die Kreisscheibe beschreibt die Helligkeitsdetektion. Landoltring und Sinusgitter kennzeichnen die Identifikation. Landoltring und Sinusgitter unterscheiden sich vor allem im Bereich niedriger Ortsfrequenzen. Es gelten folgende Zuordnungen zwischen Testzeichen und Autor der Messwerte: Kreisscheibe und ähnliche Objekte: Berek (1943), Blackwell (1946). Landoltring: Siedentopf u.a. (1941). Sinusgitter: Campbell und Robson (1968), v. Nes und Bouman (1967). (Kokoschka: "Beleuchtung, Bildschirm, Sehen", S. 52; auch Bild 7.14)

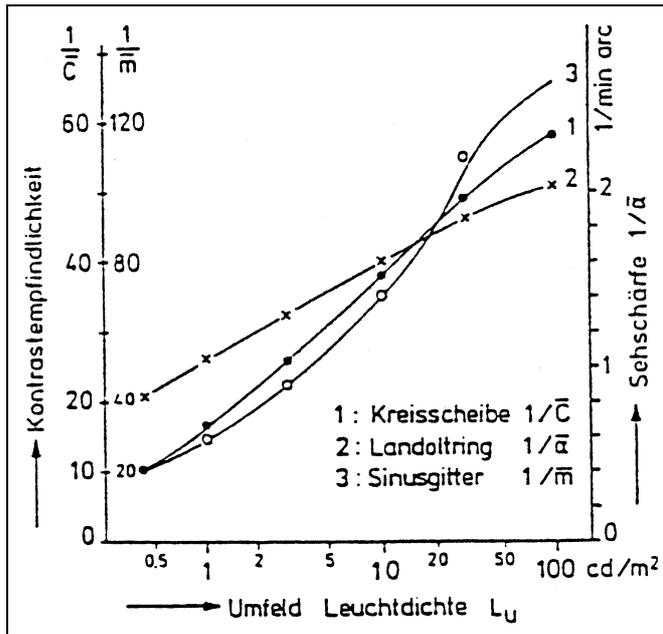


Bild 7 14:

Für nicht zu kleine Detailunterschiede ist der relative Einfluss der Umfelleuchtdichte auf die Kontrastempfindlichkeit - zumindest zwischen etwa 1 und 100 cd/m^2 - praktisch unabhängig von der Art des Testzeichens. Die Kontrastempfindlichkeit wächst etwa linear mit dem Logarithmus der Umfelleuchtdichte.

Kurve 1: Kreisscheibe, $\alpha = 4'$, berechnet nach Gl. (7.4) mit $\bar{C}_{\min} = 0,03$. Skala $1/\bar{C}$.

Kurve 2: Landoltring, Kontrast $C = 0,8$. Bild 7.7, $s_0 = 2,75$. Skala $1/\bar{a}$.

Kurve 3: Sinusgitter. Messungen nach v.Nes und Bouman (1967). Skala $1/\bar{C}$.

Bei Umfelleuchtdichten zwischen 1 und 100 cd/m^2 nimmt die Kontrastempfindlichkeit etwa mit dem Exponent 0,3 der Umfelleuchtdichte zu, unabhängig von der Art des Sehobjektes.

7.11 Flimmerverschmelzungsfrequenz

Wird eine Lichtquelle mit einer Frequenz von nur einigen Hz betrieben, dann werden die Lichtfolgen "Hell-Dunkel" deutlich als Flackern getrennt wahrgenommen. Die empfundene Welligkeit bzw. das Flimmern wird mit wachsender Frequenz immer schwächer, um schließlich ganz zu verschwinden.

Die begrenzte zeitliche Durchlässigkeit für höhere Zeitfrequenzen ist für das Sehen von Vorteil. So können Lichtquellen mit Netzspannungen von 50 Hz betrieben werden (die Lichtmodulation beträgt dann 100 Hz), ohne dass störendes Flimmern auftritt. Kino, Video, Fernsehen, Bildschirme und andere Anzeigetechniken beruhen darauf, dass bei genügender Bildwiederholung ein zeitstabiles, flimmerfreies Bild entsteht.

Flimmern wird aber als störend empfunden und sollte daher vermieden werden. Die Frage nach derjenigen Frequenz, die kein Flimmern verursacht, ist daher von großer Bedeutung für die Konstruktion von technischen Anzeigen.

Diejenige Frequenz eines Flimmerfeldes, die gerade Flimmern verursacht, wird als Flimmerverschmelzungsfrequenz (FVF) bezeichnet. Auch dieser Schwellenwert hängt von zahlreichen inneren und äußeren Faktoren ab. So nimmt die FVF zu:

- mit wachsender mittlerer Leuchtdichte des Flimmerfeldes;
- mit dem Modulationsgrad des Flimmerfeldes;
- mit der Ausdehnung des Flimmerfeldes.

Periphere Flimmerfelder sind flimmerempfindlicher als zentrale. Außerdem nimmt die Flimmerempfindlichkeit mit dem Alter ab bzw. mit wachsendem Alter nimmt die Flimmerverschmelzungsfrequenz zu. Während die meisten Schwellenmaße des Sehens wie Kontrastempfindlichkeit und Sehschärfe sich mit steigendem Alter verschlechtern, bedeutet die mit dem Alter zunehmende Flimmerverschmelzungsfrequenz eher einen Vorteil.

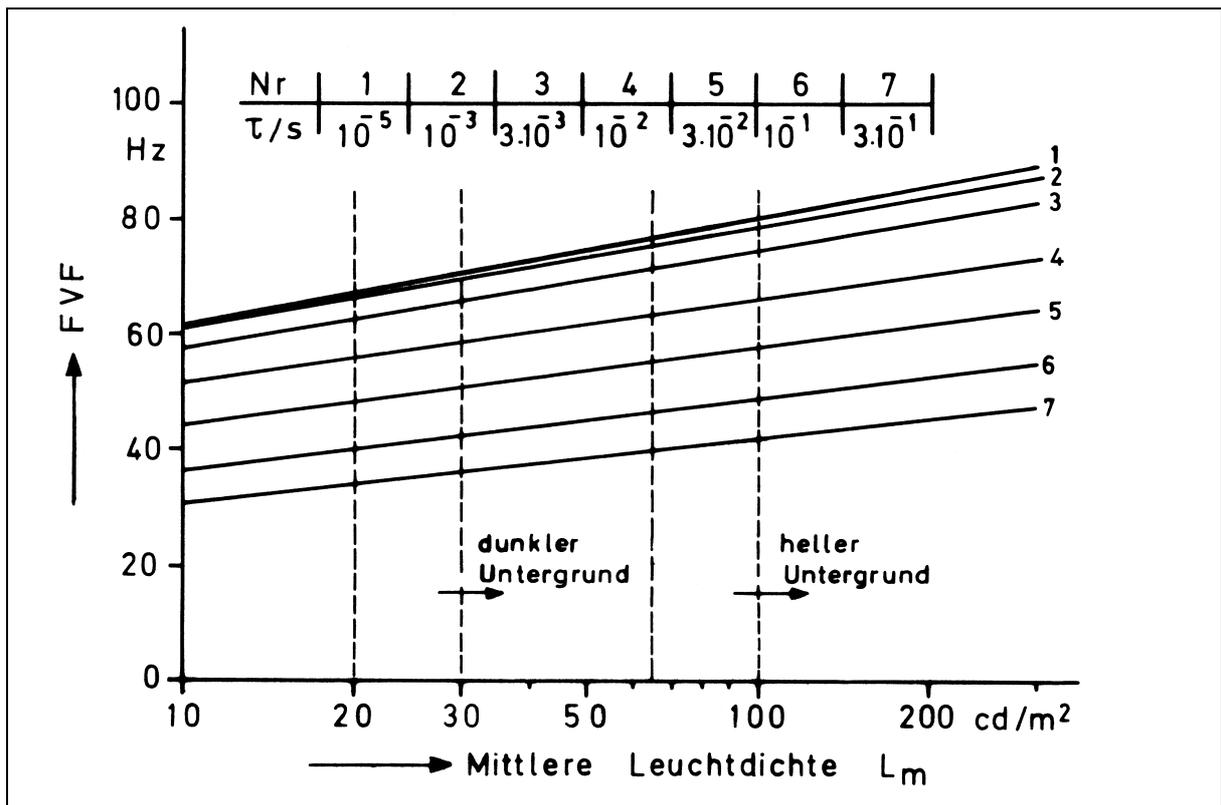


Bild 7.15:

Flimmerverschmelzungsfrequenz in Abhängigkeit von der mittleren Leuchtdichte von Bildschirmen. Parameter ist die Phosphor-Abklingkonstante (Nach Daten von Kelly, 1972).

In Bild 7.15 ist die FVF nach Messungen von Kelly (1961) bei fovealer Beobachtung einer ausgedehnten, mehr als 60° großen Bildschirmfläche dargestellt. Den Berechnungen lag ein exponentielles Abklingverhalten verschieden schneller Phosphore zugrunde. Danach kann bei hohen Modulationsgraden und hohen Umfeldleuchtdichten die FVF im Mittel 80 Hz und mehr betragen. Um Flimmern auch für junge Personen sicher zu vermeiden, sind daher Bildwiederholungsfrequenzen von mindestens 100 Hz erforderlich.

Die Untersuchungen von Kelly lassen sich für ein ausgedehntes, foveal-beobachtetes Flimmerfeld durch folgende empirische Beziehung beschreiben (Kokoschka, 1989):

$$FVF_{60} = 45,1 + \lg(L_m) \cdot (13,8 + 2,3 \cdot \lg(m)) + 17,2 \cdot \lg(m) \quad (7.12)$$

wobei bedeuten:

FVF_{60} : die Flimmerverschmelzungsfrequenz in Hz.

L_m : die zeitlich gemittelte Leuchtdichte des ausgedehnten Flimmerfeldes (etwa 60°).

m : der zeitliche Modulationsgrad des Flimmerfeldes (0...1).

Die Zunahme der FVF mit wachsender Gesichtsfeldgröße bei zentraler Beobachtung lässt sich beschreiben zu:

$$FVF(D) = (0,733 + 0,15 \lg(D)) \cdot FVF_{60} \quad (7.13)$$

Es bedeuten FVF_{60} die auf das 60°-Feld bezogene FVF und D den effektiven Durchmesser des zu bewertenden Feldes in Grad.

8. Helligkeit und Adaptation

8.1 Allgemeine Helligkeitsaspekte

Helligkeit, Farbe und Form sind die wichtigsten Attribute der optischen Wahrnehmung. Aus technischer Sicht stellt sich daher das Problem, die Helligkeits- und Farbempfindungen des Menschen möglichst quantitativ zu beschreiben.

Zu unterscheiden ist die Helligkeitsempfindung von beleuchteten und selbstleuchtenden Flächen. Die Helligkeit beleuchteter Flächen zwischen schwarz und weiß hängt vor allem vom Reflexionsgrad der betrachteten Fläche ab. Sie wird auch als Relativhelligkeit bezeichnet. Die Helligkeit selbstleuchtender Flächen wird vor allem durch die Leuchtdichte des Sehobjektes, seiner scheinbare Größe, seiner Lage im Gesichtsfeld und der Umfeldleuchtdichte bestimmt.

Die quantitative Beschreibung der unmittelbaren, subjektiven Farb- und Helligkeitsempfindungen ist heute erst in Ansätzen möglich. Einigermaßen verlässliche Aussagen über die Helligkeit von Sehobjekten können heute nur für die sehr einfache Wahrnehmungssituation eines einzelnen Sehobjektes innerhalb eines homogenen Umfeldes gemacht werden. Diese Grundsituation für selbstleuchtende Flächen zeigt Bild 8.1.

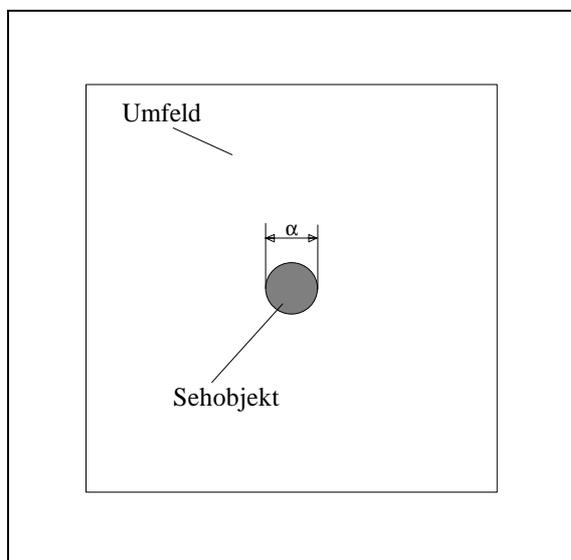


Bild 8.1:

Grundsituation zur quantitativen Beschreibung der Helligkeit selbstleuchtender Sehobjekte. Das Sehobjekt wird durch die Sehobjektleuchtdichte L gekennzeichnet. Das Umfeld mit der Umfeldleuchtdichte L_u bestimmt den Adaptationszustand. Induktionseffekte, die durch Leuchtdichten benachbarter Felder verursacht werden, sind in dieser Grundsituation nicht erfasst.

Definition der Helligkeit

Helligkeit ist ein subjektives Maß für die Menge des wahrgenommenen Lichtes. Bei farbigen Sehobjekten müssen wir Helligkeit von Buntheit unterscheiden.

Zumindest in einfachen Sehobjekt-Umfeld-Situationen wie in Bild 8.1 ist Helligkeit eine eindimensionale Empfindungsgröße. Der Nullpunkt dieser Empfindung ist die Empfindung "schwarz", was nicht gleichbedeutend mit lichtlos ist. Die Helligkeit "schwarz" stellt sich ein, wenn die Sehobjektleuchtdichte einen bestimmten Faktor (etwa 50 - 200) kleiner ist als die Umfeldleuchtdichte. Leuchtdichten unterhalb der Schwarzleuchtdichte können visuell nicht unterschieden werden. Schwieriger ist, den Maximalwert der Helligkeitsempfindung festzulegen. Auf jeden Fall soll Blendung ausgeschlossen sein.

Schwierig ist auch der Begriff der Adaptationsleuchtdichte, der in diesem Zusammenhang oft verwendet wird. Ist das Umfeld relativ homogen und konnte sich das Auge genügend lange daran adaptieren (anpassen), dann sind Umfeld- und Adaptationsleuchtdichte äquivalent. Bei örtlichen Ungleichmäßigkeiten und transienten

Vorgängen ist unter Adaptationsleuchtdichte eine Art gleichwertige homogene Umfeldleuchtdichte zu verstehen.

Ein Problem ist auch das Variableniveau der Empfindungsgröße Helligkeit. Der echte Nullpunkt "schwarz" spricht für eine Quotientenskala. Dieser Ansatz ist für den gesamten Empfindungsbereich allerdings nur für sehr einfache Anordnungen gemäß Bild 8.1 in Näherung erfüllt. Die quantitativ richtige Bewertung einer z.B. dreifachen oder halben Helligkeit ist für den Menschen nur mit einer erheblichen Unsicherheit möglich.

8.2 Helligkeitsmodelle

Der Fechner'sche Ansatz

Aus alltäglicher Erfahrung ist bekannt, dass die Helligkeit eines Objektes zwar mit ihrer Leuchtdichte zunimmt, die Zunahme aber nichtlinear erfolgt. Eine Verdoppelung der Objektleuchtdichte von z.B. 50 auf 100 cd/m² in einem beleuchteten Innenraum verursacht einen Helligkeitszuwachs, der erheblich geringer ist als die Verdoppelung der Helligkeit.

Das erste Modell einer quantitativen Helligkeitsbestimmung stammt von Fechner (Elemente der Psychophysik, 1866). Fechner nahm an, dass die Helligkeit proportional ist zur Anzahl der Unterschiedsschwellen, die man zwischen der Objektleuchtdichte und der Umfeldleuchtdichte abzählen könnte. Er nahm an, dass der Schwellenkontrast:

$$\bar{C} = \frac{\Delta \bar{L}}{L} \quad (8.1)$$

eine Konstante ist (mit etwa $\bar{C} = 0,01 - 0,02$). Wir wissen heute, dass dieses "Weber'sche Gesetz" (1850) höchstens nur für relativ hohe Umfeldleuchtdichten (>100 cd/m²) und relativ große Sehobjekte (>1°) gilt. Die Gleichsetzungs-Äquivalenz einer wahrnehmbaren Helligkeitsstufe dH mit einer Schwellen-Unterschiedsleuchtdichte dL bedeutet:

$$dH = a \cdot \frac{\bar{d} \cdot \bar{L}}{L} \quad (8.2)$$

Aus der Integration aller Helligkeitsstufen, die sich zwischen der Umfeldleuchtdichte und der Sehobjektleuchtdichte befinden, folgt dann das sog. Fechner'sche Gesetz:

$$H = a \int \frac{\bar{d} \cdot \bar{L}}{L} = a \cdot \lg(L) + b \quad (8.3)$$

wobei H die Helligkeit, L die Objektleuchtdichte sowie a und b Konstanten bedeuten. Gl. (8.3) besagt, dass die Helligkeit eines Sehobjektes mit dem Logarithmus ihrer Leuchtdichte zunimmt. Aus heutiger Sicht ist die Integration zur Berechnung der Helligkeit zwischen 2 Leuchtdichten über einen konstanten Schwellenkontrast dL/L aber nicht gerechtfertigt, weil tatsächlich dieser Detailschwellenkontrast auch von L abhängt. Insofern kann der logarithmische Zusammenhang zwischen H und L auch nur für Leuchtdichten gelten, die sich nicht zu stark von der Adaptationsleuchtdichte unterscheiden, da nur in diesem Bereich dL/L etwa konstant ist. Andererseits zeigt das Fechner'sche Gesetz trotz seiner beschränkten Gültigkeit in eindrucksvoller Weise den Weg, wie man mit Hilfe von psychophysikalischen Experimenten und physiologischen Interpretationen quantitative Beziehungen zwischen Empfindungs- und Reizgrößen aufstellen kann.

Der Ansatz von Steven

Steven (1950) favorisierte aufgrund von Experimenten statt eines logarithmischen Zusammenhanges zwischen Helligkeit und Leuchtdichte einen sog. Potenzansatz in der Form:

$$H = a \cdot L^b \quad (8.4)$$

wobei a und b die Wahrnehmungssituation näher beschreibende Konstanten bedeuten. Die Konstante b kann etwa zwischen $1/2$ und $1/3$ liegen. Bei Berücksichtigung der Empfindung "schwarz" bereits bei endlichen Leuchtdichten kann man diesen Ansatz erweitern zu:

$$H = a(L - L_s)^b \quad (8.5)$$

wobei L_s die Schwarz-Leuchtdichte bedeutet, die also gerade die Empfindung schwarz bewirkt. Der Schwarzeffekt kann auch dadurch berücksichtigt werden, wenn in Gl. (8.5) statt der Leuchtdichte L_s eine Schwarzhelligkeit H_s eingefügt wird.

Ein einfaches Helligkeitsmodell für selbstleuchtende Flächen

Adams und Cobb (1922) gingen zur Quantifizierung der Helligkeit von einem einfachen Modell der Pulserzeugung in den Ganglienzellen aus. Sie nahmen an, dass die Zeitdauer bzw. Periodendauer zwischen 2 Nervenimpulsen sich aus zwei Anteilen gemäß $T = T_0 + T_x$ zusammensetzt. Die Latenzzeit T_0 wurde als konstant, die Zeit T_x umgekehrt proportional zur Leuchtdichte L , zu $T_x = k/L$, angenommen:

$$T = T_0 + T_x = T_0 \left(1 + \frac{k}{L} \right) \quad (8.6)$$

Adams und Cobb gingen von der Vorstellung aus, dass die Helligkeit H direkt proportional zur Frequenz $f = 1/T$ der Nervenpulse in der Ganglienzellen ist:

$$H \approx f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} \cdot \frac{L}{L+k} \quad (8.7)$$

Die Konstante k hat die Bedeutung einer Leuchtdichte, welche die Frequenzempfindlichkeit bestimmt: Relativ kleine und relativ große k -Werte bewirken eine relativ geringe H -Zunahme; Mittlere k -Werte entsprechen einer maximal möglichen H -Zunahme. Diese Eigenschaften hat erfahrungsgemäß die Umfeldleuchtdichte bzw. allgemeiner die Adaptationsleuchtdichte. Die Konstante $1/T_0$ entspricht einer Bezugshelligkeit. Daraus folgt:

$$H = H_0 \cdot \frac{L}{L + L_a} = H_0 \cdot \frac{L/L_a}{1 + L/L_a} \quad (8.8)$$

Es bedeuten:

H : die Helligkeit des Sehobjektes.

L : die Leuchtdichte des Sehobjektes.

H_0 : Vereinbarte Bezugshelligkeit, z.B. $H_0 = 50$ bei $L = L_a$.

L_a : die Adaptationsleuchtdichte, d.h. bei einem homogenen, stationären Umfeld die Umfeldleuchtdichte.

Gl. (8.8) beschreibt die auf den Maximalwert bezogene Helligkeit (H/H_0) als Funktion der Objektleuchtdichte, bezogen auf die Adaptationsleuchtdichte (L/L_a). Trotz seines einfachen Aufbaus enthält diese Gleichung bereits wichtige Aspekte des Helligkeitsehens.

Der Bereich 1 in Bild 8.2 mit $L/L_a \ll 1$ beschreibt den Blick in dunkle Gesichtsfeldteile, z.B. beim Sehen in einen unbeleuchteten Tunnel bei Tage. Der Helligkeitszuwachs und damit auch die Kontrastempfindlichkeit mit wachsender Leuchtdichte ist gering. Daraus folgt die Notwendigkeit, die Eingangszone längerer Tunnel auch bei Tage zusätzlich zu beleuchten.

Bereich 2 ist der bevorzugter Sehbereich. Er umfasst Leuchtdichten, die sich nicht mehr als etwa den Faktor 10 von der Adaptationsleuchtdichte unterscheiden. Der Helligkeitszuwachs erfolgt etwa mit $\lg(L)$. Dieser Bereich entspricht dem Fechner'schen Gesetz.

Der Bereich 3 in Bild 8.2 kennzeichnet das Sehen in sehr helle Gesichtsfeldteile, d.h. $L \gg L_a$. Ein Beispiel ist das Sehen in hell beleuchtete Objekte auf der Bühne aus dem Zuschauerraum heraus. Innerhalb des hell beleuchteten Objektes sind nur relativ geringe Helligkeitsänderungen festzustellen

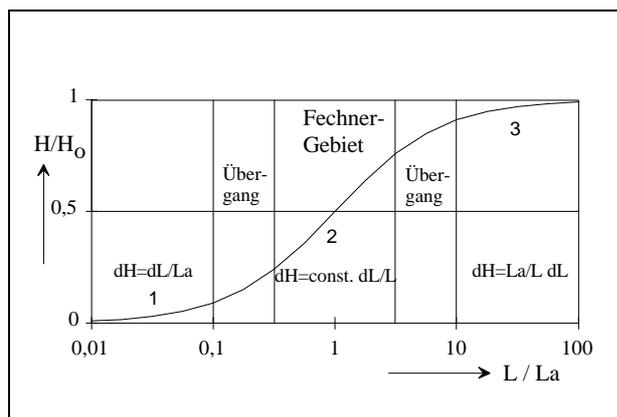


Bild 8.2:

Relative Helligkeit H/H_0 in Abhängigkeit von der bezogenen Objektleuchtdichte L/L_a nach dem Helligkeitsmodell von Adams und Cobb gemäß Gl. (8.8).

Die Steigerung bzw. 1. Ableitung dieser Helligkeitsfunktion ist ein Maß für die Kontrastempfindlichkeit. Sie ist für Leuchtdichten in der Nähe der Adaptationsleuchtdichte am größten.

Relativ-Helligkeit

Zahlreiche Untersuchungen wurden zur Helligkeitsbewertung von beleuchteten Sehobjekten durchgeführt. Im Zusammenhang mit der Empfehlung für einen annähernd empfindungsgemäß homogenen Farbabstandsraum hat die CIE im Jahre 1976 folgende Beziehungen für die Helligkeit beleuchteter Sehobjekte vorgeschlagen:

$$H = 116 \sqrt[3]{\beta} - 16 \quad (8.9)$$

Hier bedeuten:

H: die Relativ-Helligkeit einer matten Probe bezogen auf die einer ideal weißen Probe.

β : der Reflexionsgrad der zu bewertenden Probe (0...1).

Diese Beziehung mit einem Wertebereich zwischen 0 und 100 gilt am besten für ein mittelgraues Umfeld. Für $\beta = 0,0026$ ist $H = 0$. Die Helligkeit $H = 50$ wird für eine Probe mit einem Reflexionsgrad $\beta = 0,18$ erzielt. Eine Probe mit $\beta = 0,5$ ergibt eine Relativ-Helligkeit von $H = 76$.

Helligkeits-Kennlinien

Insgesamt muss man unterscheiden zwischen:

- 1) der Helligkeitsempfindung des gesamten Umfeldes und
- 2) der Helligkeitsempfindung von Sehobjekten innerhalb eines konstanten Umfeldes.

Bild 8.3 zeigt ein Kennlinienfeld, berechnet nach einem Helligkeitsmodell nach Fry (1972). Die Funktion $h(L_u)$ beschreibt den Helligkeitsverlauf des Umfeldes in Abhängigkeit von der Umfeldleuchtdichte, wobei das Auge genügend lange, d.h. mindestens einige Minuten, an dieses Umfeld adaptiert sein muss. Man sieht, dass nur im Bereich des Tagessehens ab etwa 100 cd/m^2 die Helligkeit annähernd unabhängig von L_u ist.

Ganz anders sind die Kennlinien $h(L)$ zu interpretieren. Sie kennzeichnen die Helligkeit eines Sehobjektes mit der Leuchtdichte L , das kurzzeitig für die Dauer von höchstens einigen Blicken fixiert wird, wobei die Adaptationsleuchtdichte konstant bleibt. Als Dynamikbereich des natürlichen Sehens kann man denjenigen Leuchtdichtebereich bezeichnen, in dem die Helligkeit annähernd linear mit dem Logarithmus der Sehobjektleuchtdichte zunimmt. Bei niederen Umfeldleuchtdichten gilt dieser Bereich für Leuchtdichten, die größer als die Umfeldleuchtdichte sind. Dagegen liegt bei höheren Umfeldleuchtdichten dieser "Dynamikbereich" bei Leuchtdichten, die in der Größenordnung der Umfeldleuchtdichte liegen.

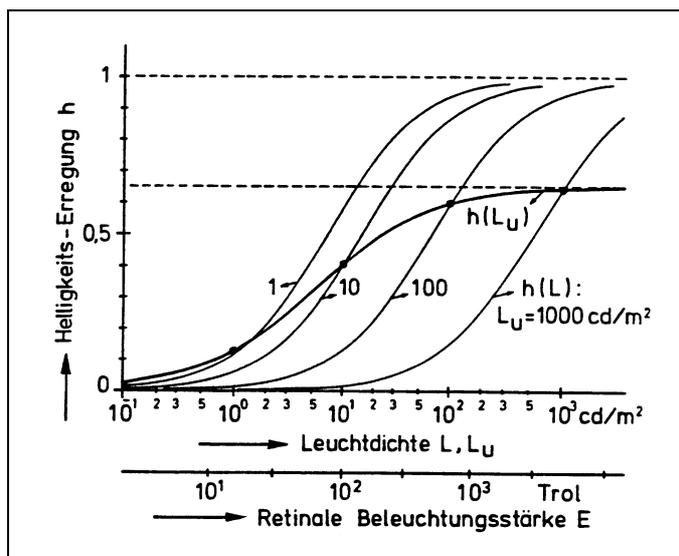


Bild 8.3:

Theoretisches Kennlinienfeld, berechnet nach einem Helligkeitsmodell nach Fry (1972). $h(L_u)$ bedeutet die Helligkeit eines homogenen Umfeldes, $h(L)$ ist die Helligkeit eines fixierten Sehobjektes der Leuchtdichte L bei konstanter Umfeld- bzw. Adaptationsleuchtdichte (Kokoschka, 1988). (Kokoschka: "Beleuchtung, Bildschirm, Sehen", S. 228)

Induktionseinflüsse

Der Einfluss strukturierter Umfeldere auf die Helligkeit eines Infeldes ist bisher noch nicht quantitativ geklärt. Dunklere Nachbarelemente erhöhen die Helligkeit eines betrachteten Feldes, hellere Nachbarn haben den entgegengesetzten Effekt. Der Induktionseinfluss der Nachbarn sinkt mit dem Abstand zum betrachteten Sehobjekt.

8.3 Adaptationsmechanismen

Die Helligkeitskennlinien von Bild 8.3 erinnern an die Verstärker-Kennlinien eines Transistorverstärkers. Damit können sehr weit auseinander liegende Eingangsströme mit Hilfe des einstellbaren Basisstromes in einen gewünschten Spannungsbereich transformiert werden. Die Frage ist, wie gelingt es dem visuellen System, die extrem unterschiedlichen Objektleuchtdichten zwischen etwa 10^{-5} cd/m^2 (dunkle Nacht) bis etwa 10^5 cd/m^2 (heller Tag) in einen Helligkeitsbereich zwischen "schwarz" und "sehr hell" zu übertragen.

Der begrenzten Helligkeitsempfindung von absolut etwa 2 Dekaden für blendfreies Sehen entspricht neurophysiologisch der Frequenzbandbreite der Ganglienzellen, die bei maximal einigen Hundert Hz liegt. Es muss also Mechanismen geben, die dafür sorgen, dass die mittleren Frequenzen in den Ganglienzellen annähernd unabhängig von der mittleren Umfeldleuchtdichte sind. Mit anderen Worten, es muss Mechanismen geben, die für eine automatische Anpassung von Empfindlichkeit bzw. Verstärkung im visuellen System sorgen.

Im allgemeinen werden 4 Adaptationsmechanismen unterschieden:

- 1) die beiden Rezeptorsysteme Zapfen und Stäbchen,
- 2) die Änderung der Sehstoffkonzentration mit der Umfeldleuchtdichte,
- 3) die neuronale Signalverarbeitung,
- 4) die Änderung der Pupillenweite mit der Umfeldleuchtdichte.

In Bild 8.4 sind diese Mechanismen zusammengestellt. Die Existenz zweier selektiver Rezeptorsysteme halbiert etwa den zu verarbeitenden Leuchtdichtebereich. Für den Bereich des Zapfen bzw. Tagessehens bedeutet dies aber immer noch einen zu verarbeitenden Leuchtdichtebereich von etwa 1 bis 10^5 cd/m², also 5 Dekaden.

Der nächstwichtigste Adaptationsmechanismus ist die Änderung der Sehstoffkonzentration in Abhängigkeit von der Umfeldleuchtdichte. (Dieser Effekt entspricht der Änderung der Basisverstärkung beim Transistorverstärker.) Die "neuronale Signalverarbeitung" bewirkt die praktisch sofortige Frequenz- bzw. Helligkeitsänderung als Folge einer Leuchtdichteänderung. Die mit der Änderung der Umfeldleuchtdichte einhergehende Änderung der Pupillenweite wirkt zwar auch im Sinne einer automatischen Empfindlichkeitsanpassung, absolut gesehen ist dieser Effekt jedoch nicht von großer Bedeutung. Die Änderung des Pupillendurchmessers zwischen etwa 2 mm bei hellen Tageslichtverhältnissen und 8 mm im Dunkeln bewirkt eine Erhöhung der Retinalen Beleuchtungsstärke um einen Faktor von maximal 16.

| Übersicht der Adaptationsfähigkeit | | | | | | |
|------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|--------------|------------|----------|
| Gesichtsfeld-Leuchtdichten | | Mechanismen | | | | |
| cd/m ² | Beispiele | Rezeptor-System | Sehstoff-Konzentration | | Pupille | |
| | | | Abbau | Aufbau | | |
| 100000 | Sonnenbeschienenes Schneefeld | Zapfen (photopisch) | 1 Min. | 0,1 Sek. | 2 mm Ø | |
| 10000 | | | ↑ | ↓ | | 0,1 Sek. |
| 1000 | | | | | | |
| 100 | Dämmerung | Zapfen + Stäbchen (mesopisch) | 5 Min. | 30...60 Min. | ca. 3 Sek. | |
| 10 | | | ↑ | ↓ | | |
| 1 | Klare Vollmond-Nacht | Stäbchen (skotopisch) | 30...60 Min. | 8 mm Ø | 8 mm Ø | |
| 0,1 | | | ↑ | ↓ | | |
| 0,0001 | | | ↑ | ↓ | | |
| 0,00001 | Bedeckter Himmel ohne Mond | | | | | |

Bild 8.4: Übersicht über die 4 Adaptationsmechanismen des visuellen Systems.

Somit sind letztlich 2 Effekte für das Helligkeitssehen verantwortlich, wenn man von der Rezeptoranpassung absieht:

- 1) die Anpassung der Sehstoffkonzentration an das mittlere Umfeldleuchtdichte-Niveau.
Wir wollen diesen Effekt auch als Anpassung der globalen Lichtempfindlichkeit bezeichnen.
- 2) die neuronale Verarbeitung, d.h. die unmittelbare Frequenz- bzw. Helligkeitsänderung mit sich ändernder Sehobjektleuchtdichte.

Quantitativ sollen beide Effekte im Prinzip wie folgt beschrieben werden:

$$H(L) = s(L_u) \cdot g(L) \cdot E_{\text{ret}} \sim s(L_u) \cdot g(L) \cdot L \quad (8.10)$$

Dabei ist $H(L)$ die Helligkeit des betrachteten Sehobjektes. $E_{\text{ret}}(L)$ ist die dadurch in der Netzhaut verursachte Retinale Beleuchtungsstärke, die bei Außerachtlassung der Pupillenweite proportional zur Objektleuchtdichte L ist.

$s(L_u)$ und $g(L)$ können formal als leuchtdichteabhängige Verstärkungsfaktoren aufgefasst werden. Physiologisch entspricht $s(L_u)$ der Sehstoffkonzentration der Rezeptoren, die nur von der mittleren Umfeld- bzw. Adaptationsleuchtdichte abhängt. Durch diesen Effekt der Abnahme der Sehstoffkonzentration mit wachsender Umfeldleuchtdichte wird also dafür gesorgt, dass die Helligkeit des Umfeldes sich erheblich weniger stark ändert als die Umfeldleuchtdichte selbst. Dieser Effekt wirkt in Richtung einer Helligkeitskonstanz des Umfeldes, wie sie für Tagessehen oft angenommen wird, aber tatsächlich höchstens näherungsweise gilt (siehe Bild 8.3).

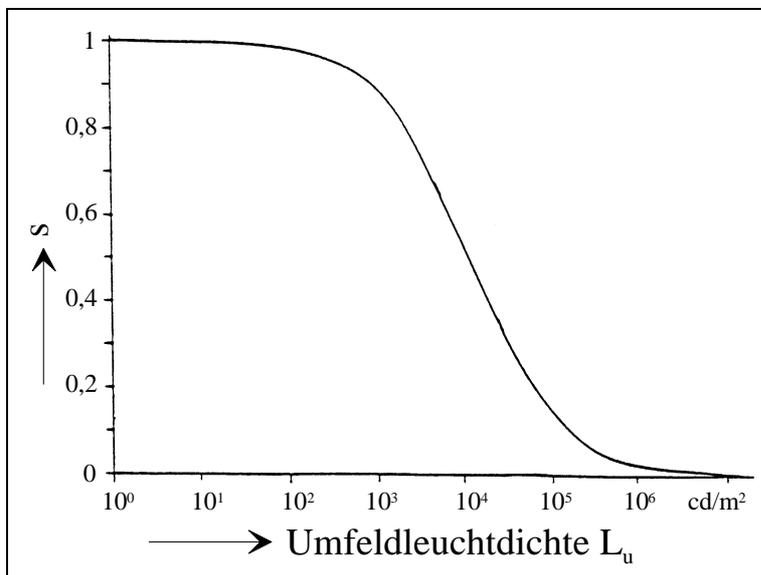


Bild 8.5:

Prinzipieller Verlauf der zeitlich stationären Sehstoffkonzentration der Zapfensehstoffe, berechnet nach einem Helligkeitsmodell nach Fry (1972). Die Sehstoffkonzentration nimmt mit wachsender Umfeldleuchtdichte ab.

Die Darstellung zeigt, dass in der Innenraumbeleuchtung bei Leuchtdichten um 100 cd/m² die Sehstoffkonzentration sich nur wenig vom Maximalwert 1 unterscheidet. Die künstliche Beleuchtung hat somit aus physiologischer Sicht eher "dunkle Tageshelligkeiten" zur Folge.

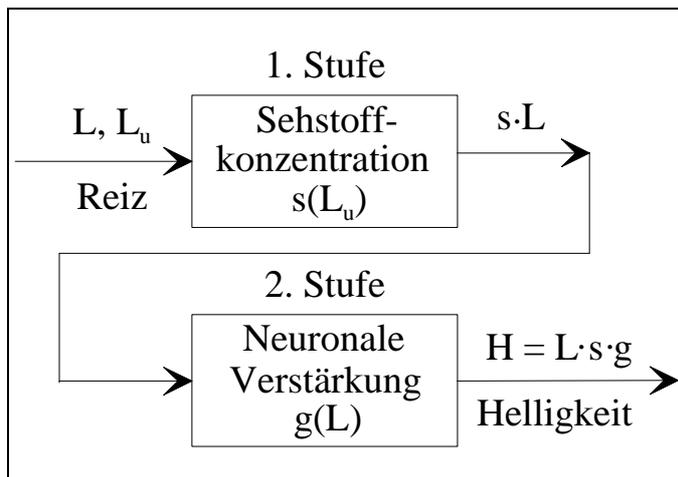


Bild 8.6:

Schema der Helligkeitsverarbeitung. Demnach wird die Helligkeit eines Sehobjektes mit der Leuchtdichte L von den "Empfindlichkeiten" bzw. "Verstärkungen" $s(L_u)$ und $g(L)$ gesteuert. L ist die Leuchtdichte des Sehobjektes, L_u ist die Umfeldleuchtdichte.

Blickt das Auge bei konstanter Umfeldleuchtdichte kurzzeitig zu einem Objekt der Leuchtdichte L , dann wird eine Helligkeit entsprechend der Kennlinie $h(L)$ in Bild 8.3 wahrgenommen. Für diesen Effekt machen wir neuronale Vorgänge in der Netzhaut verantwortlich, ohne sie erklären zu können. Ein einfaches Schema der Helligkeitsverarbeitung zeigt Bild 8.6. Wir unterscheiden danach 2 Stufen. In der 1. relativ langsamen Stufe wird die von L_u abhängige Sehstoffkonzentration realisiert. Diese Stufe steuert die stationäre Helligkeitswirkung des Umfeldes, d.h. die Funktion $h(L_u)$ in Bild 8.3. Die Ausgangsgröße dieser Stufe, das Produkt $s \cdot L$, wirkt als Eingang der neuronalen Stufe 2, die praktisch augenblicklich das Signal sL mit dem neuronalen Verstärkungsfaktor $g(L)$ gewichtet. Die Funktion $g(L)$ entspricht den Helligkeitslinien $h(L)$ von Bild 8.3.

Wichtig für das Sehen ist das Zeitverhalten der 1. Stufe nach einer plötzlichen Änderung der Umfeldleuchtdichte. Die Auswirkungen dieser transienten Adaptationsvorgänge auf den zeitlichen Verlauf des Schwellenkontrastes nach einem Sprung der Umfeldleuchtdichte wurden bereits in Abschnitt 7.8 behandelt.

Hecht und Wald (1935) sowie darauf aufbauend Ruston (1961) haben die zeitlichen Vorgänge beim Auf- und Abbau der Sehstoffkonzentration erklärt. Danach finden bei zunehmendem Lichteinfall im Rezeptor 2 gegensinnige Vorgänge statt. Einmal wird Sehstoff abgebaut und zwar proportional mit $s \cdot E_{ret}$. Ein anderer Prozess sorgt dafür, dass der zersetzte Sehstoff wieder reaktiviert bzw. wiederaufgebaut wird. Dieser Vorgang verläuft proportional zu $(1-s)$. Beide Vorgänge laufen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit ab, so dass sich nach einer gewissen Zeit ein stationärer Gleichgewichtszustand einstellt. Die Bilanz beider Vorgänge ist:

$$\frac{ds}{dt} = k_2(1 - s) - k_1 \cdot E_{ret}(L_u) \cdot s \quad (8.11)$$

ds/dt ist die Änderung der Geschwindigkeit der Sehstoffkonzentration. Der 1. Summand in obiger Gleichung beschreibt den Sehstoffabbau, der 2. den Abbau. E_{ret} ist die Retinale Beleuchtungsstärke des Umfeldes. Die Konstanten k_1 und k_2 kennzeichnen die Ablaufgeschwindigkeiten ($k_1 \approx 10^{-7}$, $k_2 \approx 10^{-2}$).

Im stationären Fall gilt $ds/dt = 0$. Daraus folgt für die Helligkeit H des Umfeldes mit der Umfeldleuchtdichte L_u und der dazugehörigen Retinalen Beleuchtungsstärke $E_{ret}(L_u)$:

$$h(L_u) = E_{ret}(L_u) \cdot s \sim \frac{k_2}{k_1} (1 - s) \quad (8.10)$$

Der relative Helligkeitsverlauf $h(L_u)$ lässt sich also nach Gl. (8.10) und mit s nach Bild 8.5 erklären. Das Ergebnis zeigt Bild 8.3.

Ein anderer einfach zu übersehender Fall ist die Dunkeladaptation, d.h. $E_{ret} = 0$. Mit $ds/dt = k_2(1-s)$ gilt dann für den zeitlichen Verlauf der Sehstoffkonzentration:

$$s(t) = s_{max}(1 - e^{-k_2 t}) \quad (8.11)$$

Daraus folgt z.B. mit $k_2 = 0,01$ und $t = 5$ min für $s(t) = 0,95$. Das heißt, etwa 5 min nach dem plötzlichen Abschalten der Beleuchtung wäre die Sehstoffkonzentration auf 95 % des Maximalwertes $s_{max} = 1$ aufgebaut.

Insgesamt gesehen lassen sich aber die für das praktische Sehen sehr wichtigen Adaptationsvorgänge bei sich ändernden Umfeldleuchtdichten bisher kaum ingenieurmäßig beschreiben.

9. Lichttechnische Feldgrößen

Lichtquellen werden durch ihre räumliche Lichtstärkeverteilung beschrieben. Die lichttechnische Kennzeichnung von beleuchteten Flächen erfolgt durch den darauf einfallenden Lichtstrom bzw. deren Beleuchtungsstärke oder auch durch die reflektierte Leuchtdichte. Damit stellt sich die Frage nach der lichttechnischen Beschreibung des Raumes, der sich zwischen Lichtquellen und beleuchteten Flächen, d.h. im sog. Lichtfeld, befindet.

Es gibt grundsätzlich zwei Möglichkeiten, die Lichteinstrahlung in ein beliebig orientiertes Flächenelement in einem Raum zu beschreiben. Erstens mit Hilfe von orts- und richtungsabhängigen Skalargrößen und zweitens mit Hilfe einer Vektorgröße.

9.1 Lichttechnisches Skalarfeld

Leuchtdichte-Verteilungskörper

Die 1. Möglichkeit zur Beschreibung der räumlichen Lichteinstrahlung in einen Raumpunkt bietet der sog. Leuchtdichte-Verteilungskörper. Dazu bestimmt man vom betrachteten Punkt P aus mit Hilfe eines Leuchtdichtemessgerätes diejenigen Leuchtdichten, die aus jeder Richtung (gekennzeichnet durch die Winkel γ und φ im Kugelkoordinaten- bzw. C-Ebenensystem) in den Punkt P einstrahlen. Die Messung der Ortsleuchtdichten $L(\gamma, \varphi)$ kann z.B. mit Hilfe eines kleinen planaren Beleuchtungsstärkeempfängers der Fläche dA mit einem aufgesetzten Tubus erfolgen, der den Raumwinkel $d\omega$ begrenzt. Steht die Fläche dA des Empfängers senkrecht zur Lichteinfallrichtung, dann erhält man die sog. Normalbeleuchtungsstärke:

$$dE_{\perp} = L(\gamma, \varphi) \cdot d\omega \quad (9.1)$$

aus der sich dann bei bekannten $d\omega$ die Ortsleuchtdichte $L(\gamma, \varphi)$ bestimmen lässt. Die Gesamtheit aller Ortsleuchtdichten ergibt dann den Leuchtdichte-Verteilungskörper.

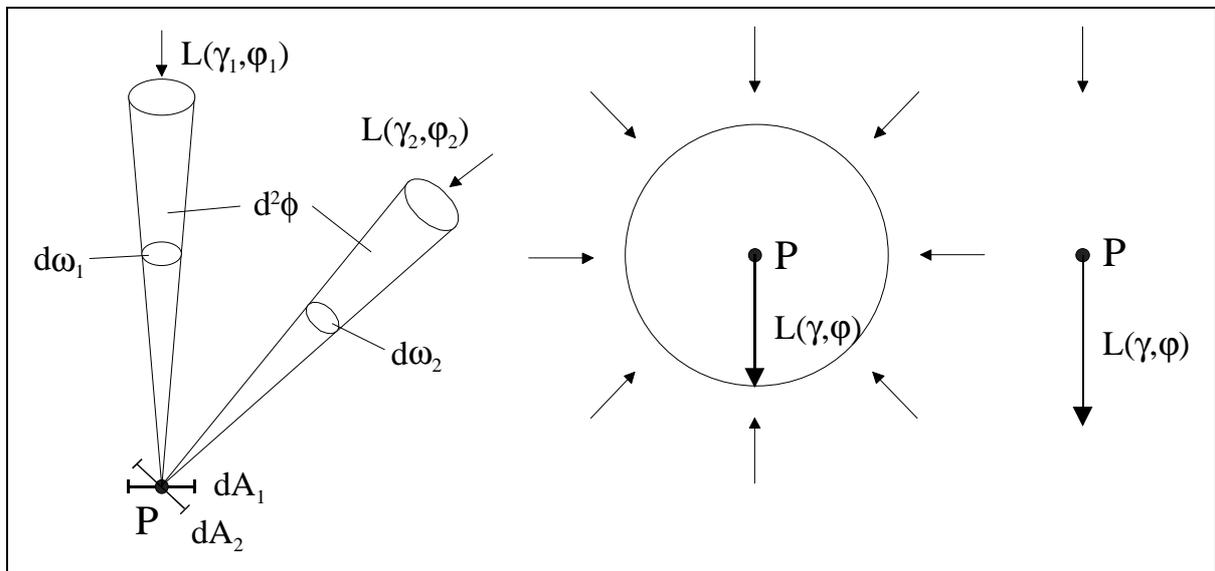


Bild 9.1:

Die Lichteinstrahlung in einen Punkt P eines Lichtfeldes wird vollständig durch den Leuchtdichte-Verteilungskörper beschrieben.

Links: Zwei beliebige Ortsleuchtdichten in den Richtungen 1 und 2.

Mitte: Die eine Extremform des Leuchtdichte-Verteilungskörpers bei vollkommen homogener Lichteinstrahlung aus allen Richtungen ist eine Kugel mit dem Punkt P im Zentrum.

Rechts: Die andere Extremform des Leuchtdichte-Verteilungskörpers bei gerichteter Einstrahlung durch eine Punktlichtquelle aus einer bestimmten Richtung.

Bei vollkommen homogener Einstrahlung mit konstanter Leuchtdichte hat der Leuchtdichte-Verteilungskörper die Form einer Kugel mit dem betrachteten Punkt im Zentrum. Die Richtung der Ortsleuchtdichten zeigt in Richtung der jeweiligen Lichteinstrahlung. Bei gerichteter Einstrahlung aus einer einzigen Richtung schrumpft der Leuchtdichte-Verteilungskörper zu einer Linie in Lichtrichtung zusammen (siehe Bild 9.1 Mitte und Rechts). Zwischen beiden Extremfällen liegen die praktischen Fälle.

Der Leuchtdichte-Verteilungskörper ist ein orts- und richtungsabhängiges Skalar. Er enthält alle Informationen zur Beschreibung der Lichteinstrahlung in einem Punkt des Lichtfeldes, das sich zwischen Lichtquellen und beleuchteten Flächen befindet. Im folgenden wird auf diejenigen Größen eingegangen, die direkt aus dem Leuchtdichte-Verteilungskörper abgeleitet werden können. Und zwar auf die Raumbeleuchtungsstärke, die räumliche Lichtenergiedichte sowie den Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper.

Raumbeleuchtungsstärke E_0

Zur Charakterisierung des Leuchtdichte-Verteilungskörpers liegt es nahe, die über alle Richtungen gemittelte Ortsleuchtdichte zu bestimmen. Die raumwinkelgetreue Mittelung ergibt dann für die mittlere Ortsleuchtdichte, gemittelt über den gesamten Vollraum:

$$L_m = \frac{1}{4\pi} \int_{\omega} L(\gamma, \varphi) d\omega \quad (9.2)$$

Obwohl diese mittlere Ortsleuchtdichte des Lichtfeldes eine durchaus anschauliche Größe ist, wird sie in dieser Form kaum angewendet. Vielmehr wird üblicherweise als mittlerer Skalarwert des Lichtfeldes die sog. Raumbeleuchtungsstärke benutzt, die definiert ist als die Summe aller Normalbeleuchtungsstärken:

$$E_0 = \int_{\omega} L(\gamma, \varphi) d\omega \quad (9.3)$$

wobei $L(\gamma, \varphi)$ wieder die Ortsleuchtdichte im Punkt P eines Lichtfeldes und $d\omega$ den Raumwinkel des einstrahlenden Lichtbündels bedeuten.

Die Raumbeleuchtungsstärke E_0 nach Gl. (9.3) bewertet die Summe aller Einstrahlungen, die aus allen Richtungen in ein Volumenelement erfolgen, das den betrachteten Punkt P enthält. Zu beachten ist, dass das Flächenelement dA , in das einstrahlt wird, immer senkrecht zur jeweiligen Einstrahlrichtung steht. Während z.B. bei der planaren Beleuchtungsstärke die Normale der beleuchteten Fläche feststeht, ist bei der Raumbeleuchtungsstärke die Flächennormale immer in Richtung des einstrahlenden Lichtbündels orientiert. Insofern ist der Begriff "Raumbeleuchtungsstärke" unter Umständen irreführend, da es sich dem Wesen nach eher um eine mittlere Leuchtdichte handelt. In der Tat wird in der älteren Literatur, in der die begriffliche Trennung zwischen Leuchtdichte und Helligkeit weniger streng war, die Raumbeleuchtungsstärke auch als Raumhelligkeit bezeichnet.

Dieser Begriffswahl liegt die Vorstellung zu Grunde, dass die Raumbeleuchtungsstärke ein gutes Maß der mittleren Helligkeit des betrachteten Raumes ist.

Beispiel 9.1: Raumbeluchtungsstärken spezieller Einstrahlungen

Punktlichtquelle:

Die Einstrahlung erfolgt nur aus der Richtung der Punktlichtquelle, d.h.:

$$E_0 = L(\gamma, \varphi) \cdot d\omega = E_{\perp} = l/r^2$$

Die Raumbeluchtungsstärke eines Punktes im Lichtfeld bei Einstrahlung durch eine einzige Punktlichtquelle ist gleich der Normalbeleuchtungsstärke, die nach dem photometrischen Entfernungsgesetz berechnet werden kann.

Homogene Einstrahlung aus dem Vollraum:

Die Integration aus allen Richtungen ergibt bei Einstrahlung mit konstanter Leuchtdichte L nach Gl. (9.3): $E_0 = 4\pi \cdot L$. Wurde z.B. für einen gegebenen Punkt die Raumbeluchtungsstärke zu $E_0 = 1000$ lux ermittelt, dann beträgt aus der Sicht dieses Punktes die über alle Richtungen gemittelte Einstrahl-Leuchtdichte nach Gl.(9.2) $L_m = 79,6$ cd/m².

Homogene Einstrahlung aus dem Halbraum: $E_0 = 2\pi \cdot L$

Lichtenergiedichte

Aus der Strahlungsphysik ist für die räumliche Energiedichte u eines Punktes in einem Strahlungsfeld folgende Beziehung bekannt:

$$u = \frac{1}{c} \int L_e(\gamma, \varphi) d\omega$$

dabei ist u die Strahlungsenergie, die in ein Volumenelement eingestrahlt wird, bezogen auf dieses Volumenelement. c ist die Lichtgeschwindigkeit. Analog gilt dann in einem Lichtfeld für eine "Lichtenergiedichte":

$$u^* = \frac{1}{c} \int_{\omega} L(\gamma, \varphi) d\omega = \frac{1}{c} \cdot E_0 \quad (9.4)$$

Die Raumbeluchtungsstärke eines Punkte ist somit ein direktes Maß der Lichtenergie, die in ein Volumenelement in einem Lichtfeld eingestrahlt wird.

Beispiel 9.2: Zur Lichtenergiedichte

Homogene Einstrahlung in einem Raumpunkt

Die Wände eines Raumes haben eine Leuchtdichte von 100 cd/m². Daraus folgt die Raumbeluchtungsstärke in jedem Raumpunkt: $E_0 = 4\pi \cdot L = 1257$ lux.

Mit $c = 10^8$ m/s erhält man für die Lichtenergiedichte $u^* = 4,2 \cdot 10^{-6}$ lm·s/m³.

Sonneneinstrahlung

Die Lichtstärke der Sonne beträgt bei klarer Atmosphäre $2,9 \cdot 10^{27}$ cd (bei einer angenommenen Oberflächentemperatur der Sonne von 5800 K). Bei einem mittleren Erdbstand zwischen Sonne und Erde von $1,5 \cdot 10^{11}$ m beträgt dann die Beleuchtungsstärke auf der Erdoberfläche, gemessen senkrecht zur Sonneneinstrahlrichtung (also die Normalbeleuchtungsstärke) $E_0 = E_{\perp} = 128000$ lux. Dies ergibt für einen Punkt nahe der Erdoberfläche eine Lichtenergiedichte: $u^* = 4,30 \cdot 10^{-4}$ lm·s/m³ = $4,30 \cdot 10^2$ lms/cm³.

Eine entsprechende Betrachtung mit den physikalischen Strahlungsgrößen ergibt:

Raumbestrahlungsstärke: $E_{e,0} = 1,38 \cdot 10^3$ W/m³

Energiedichte: $u = 4,60 \cdot 10^{-6}$ Ws/m³ = $4,60$ Ws/cm³.

Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper

Eine wichtige Anwendung des Leuchtdichte-Verteilungskörpers ist die Berechnung von Beleuchtungsstärken auf verschieden orientierten Flächen.

Zeigt gemäß Bild 9.2 links die Flächennormale eines kleinen Lichtempfängers dA in eine bestimmte Richtung \vec{n} , dann erzeugt ein einstrahlendes Lichtbündel der Leuchtdichte $L(\gamma, \varphi)$ mit dem Raumwinkel $d\omega$ und dem Richtungswinkel ε auf dem beleuchteten Flächenelement dA eine Beleuchtungsstärke $\Delta E(\vec{n}) = L(\gamma, \varphi) \cdot d\omega \cdot \cos \varepsilon$. Bei Einstrahlung aus dem gesamten Halbraum sind alle Beiträge zu summieren und man erhält für die Beleuchtungsstärke auf einem planaren Flächenelement dA , dessen Normale in Richtung \vec{n} zeigt, die bereits in Abschnitt 4.5 abgeleitete Beziehung:

$$E(\vec{n}) = \int_{\omega} L(\gamma, \varphi) \cdot \cos \varepsilon \, d\omega. \quad (9.5)$$

Die Gesamtheit der Beleuchtungsstärken in allen Flächenrichtungen ergibt dann den Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper. Bild 9.2 mitte zeigt als Beispiel den Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper für den Fall, dass der betrachtete Raumpunkt aus allen Richtungen gleichmäßig, d.h. mit der gleichen Leuchtdichte beleuchtet wird. Man erhält als Verteilungskörper eine Kugel mit dem betrachteten Punkt P im Zentrum, deren Radiusvektor die Flächennormale und deren Länge den Beleuchtungsstärkewert kennzeichnet. Als weiteres Beispiel zeigt Bild 9.2 rechts den Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper bei Beleuchtung durch eine Punktlichtquelle. Der ebenfalls kugelförmige Verteilungskörper tangiert den betrachteten Punkt P senkrecht zur Lichteinfallrichtung. Auch hier zeigt \vec{n} die Richtung des Flächenelementes, zu der die Beleuchtungsstärke $E(\vec{n})$ gehört.

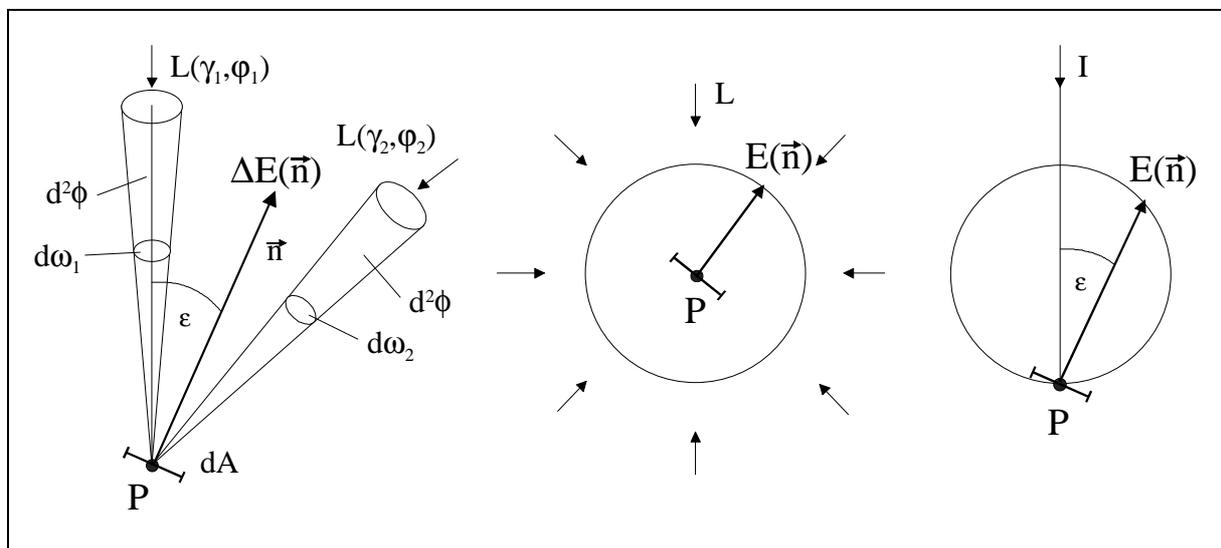


Bild 9.2:

Der Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper in einem Punkt eines Lichtfeldes kennzeichnet die Beleuchtungsstärke auf planaren Flächenelementen in allen Richtungen der Flächennormalen.

Links: Beitrag von 2 Lichtbündeln zur Beleuchtungsstärke in einer Richtung \vec{n} .

Mitte: Schnitt durch den kugelförmigen Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper bei vollkommen homogener Einstrahlung aus allen Richtungen mit dem Punkt P im Zentrum.

Rechts: Schnitt durch den kugelförmigen Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper bei gerichteter Einstrahlung aus einer einzigen Richtung mit dem Punkt P auf der Kugeloberfläche.

Bild 9.3 zeigt als weiteres Beispiel den Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper in einem Punkt P , der von 2 Punktlichtquellen beleuchtet wird. Man erhält ihn, indem

man die Beleuchtungsstärken der Einzellichtquellen in den gleichen Richtungen addiert. Das Ergebnis der Superposition ist ein Körper, der von 3 Kugeloberflächen begrenzt wird.

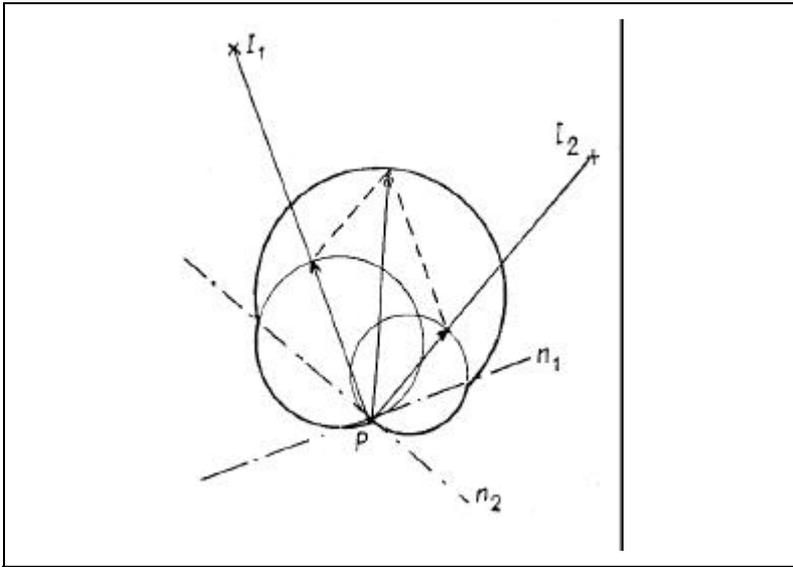


Bild 9.3: Beleuchtungsstärke - Verteilungskörper, der von 2 punktförmigen Lichtquellen mit den Lichtstärken I_1 und I_2 erzeugt wird. Zu seiner Bestimmung werden die Beleuchtungsstärken der Einzelkörper in den jeweils gleichen Richtungen addiert. Dieses Superpositionsprinzip kann auch bei beliebig vielen Lichtquellen angewendet werden. (H.-J. Helwig, "Die Feldtheorie in der Lichttechnik", Lichttechnik 1950, S. 14)

Ist der Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper in einem Raumpunkt eines Raumes bekannt, so kann man allerdings nur dann auf die Beleuchtungsstärke auf einem realen Flächenelement schließen, wenn dieses nicht von anderen Flächenteilen abgeschattet wird. Soll die Abschattung berücksichtigt werden, dann ist zunächst der Leuchtdichte-Verteilungskörper in der Verschattungssituation zu ermitteln und daraus der Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper zu bestimmen. Umgekehrt ist es nicht möglich, vom Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper auf den Leuchtdichte-Verteilungskörper zu schließen.

Mittlere räumliche Beleuchtungsstärke E_r

Mittelt man über alle richtungsabhängigen Beleuchtungsstärken $E(\vec{n})$ des Beleuchtungsstärke-Verteilungskörpers, so erhält man die sog. mittlere räumliche Beleuchtungsstärke:

$$E_r = \frac{1}{A_k} \int_{A_k} E(\vec{n}) dA \quad (9.6)$$

wobei man sich dA als Flächenelement einer sehr kleinen Messkugel um den betrachteten Punkt P vorstellen kann. E_r in Gl. (9.6) ist also die mittlere Beleuchtungsstärke auf einer kleinen Kugeloberfläche mit der Kugeloberfläche A_k .

Beispiel 9.3: Homogene Einstrahlung aus allen Richtungen (siehe auch Bild 9.2 mitte)

Eine vollkommen homogene Beleuchtung mit konstanter Leuchtdichte L ergibt einen kugelförmigen Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper mit $E(\vec{n}) = \pi \cdot L$ als richtungsunabhängige, konstante Beleuchtungsstärke. Die mittlere räumliche Beleuchtungsstärke ist dann ebenfalls $E_r = \pi \cdot L$.

Beispiel 9.4: Gerichtete Einstrahlung aus einer Richtung (siehe auch Bild 9.2 rechts)

Die Beleuchtung einer infinitesimal kleinen Kugel durch eine punkthafte Lichtquelle ergibt darauf eine maximale Beleuchtungsstärke $E_{\max} = E_{\perp} = I/r^2$ auf dem der Lichtquelle zugewandten Element der Kugeloberfläche. Die Auswertung von Gl. (9.6) ergibt für den Mittelwert der beleuchteten Halbkugel $E_{\max}/2$. Für die mittlere räumliche Beleuchtungsstärke auf der ganzen Kugel gilt dann $E_r = E_{\max}/4$.

Zusammenhang zwischen Raumbeleuchtungsstärke E_0 und mittlerer räumlicher Beleuchtungsstärke E_r

Die mittlere räumliche Beleuchtungsstärke E_r ist ebenso wie die Raumbeleuchtungsstärke E_0 ein ortsabhängiges Skalar. Beide Größen unterscheiden sich unabhängig von der Lichteinstrahlung um einen festen Faktor. Es gilt:

$$E_r = \frac{1}{4} \cdot E_0 \quad (9.7)$$

Die Raumbeleuchtungsstärke ist also das 4-fache der mittleren räumlichen Beleuchtungsstärke.

Zur Ableitung von Gl. (9.7):

Zur Berechnung der Raumbeleuchtungsstärke E_r bestimmen wir zunächst den Lichtstrom, der die betrachtete Kugeloberfläche mit dem Punkt P im Zentrum durchsetzt. Aus einer bestimmten Richtung \vec{n} fällt in die Kugel ein: $d\phi = r^2 \pi dE_{\perp}$, wenn r den Kugelradius und $dE_{\perp} = L(\gamma, \varphi) \cdot d\omega$ die Normalbeleuchtungsstärke in der gegebenen Richtung bedeuten. Die Summierung über alle Richtungen ergibt den insgesamt in die Kugel eindringenden Lichtstrom zu $\phi = \pi \cdot r^2 \int L(\gamma, \varphi) d\omega$. Die mittlere räumliche Beleuchtungsstärke auf der betrachtete Kugeloberfläche ist dann $E_r = \phi / (4 \cdot \pi \cdot r^2)$ und folglich gilt:

$$E_r = \frac{1}{4} \int L(\gamma, \varphi) = \frac{1}{4} \cdot E_0.$$

9.2 Der Beleuchtungsvektor

Nach der Beschreibung der skalaren Lichtfeldgrößen stellt sich die Frage, ob eine der lichttechnischen Größen Vektoreigenschaften besitzt und welche Eigenschaften dieser Beleuchtungsvektor im einzelnen aufweist.

Eine Größe ist dann ein Vektor, wenn sie sich durch eine vektorielle Addition ihrer Komponenten darstellen lässt und die Vektorkomponenten sich durch eine Projektion des Vektors beschreiben lassen.

Bild 9.4 links zeigt nochmals den Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper eines Punktes P im Lichtfeld, der von einer Punktlichtquelle verursacht wird. Die eingezeichneten Richtungspfeile kennzeichnen die Flächennormale des Flächenelementes in P. Die Beleuchtungsstärke E_{\perp} mit der Normalen in Richtung zur Lichtquelle ist die sog. Normalbeleuchtungsstärke bzw. maximale Beleuchtungsstärke. Die Beleuchtungsstärken $E(\cdot)$ mit den Flächennormalen in allen anderen Richtungen \vec{n} ergeben sich aus den Projektionen von E_{\perp} auf die jeweilige Richtung:

$$E(\varepsilon) = E_{\perp} \cos(\varepsilon) = E_{\max} \cos(\varepsilon) \quad (9.8)$$

Gl. (9.8) kennzeichnet eine Vektoreigenschaft. Wir können also den Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper einer Punktlichtquelle durch einen Vektor, den sog. Beleuchtungsvektor beschreiben. Der Betrag dieses Vektors $|\vec{E}|$ ist gleich der Normalbeleuchtungsstärke, d.h. $|\vec{E}| = E_{\perp}$. Bild 9.4 mitte zeigt als Beispiel den Beleuchtungsvektor in einem Punkt P, verursacht von einer Punktlichtquelle. Als Richtung des Beleuchtungsvektors wurde diejenige vereinbart, in der der Lichtstrom transportiert wird, also entgegengesetzt zu der Richtung der Normalbeleuchtungsstärke. Siehe Bild 9.4 links. In Bild 9.4 mitte eingezeichnet ist auch die Ortskurve des Beleuchtungsvektors in den durch den Winkel ε festgelegten Richtungen. Bild 9.4 rechts zeigt die Eigenschaft der vektoriellen Addition am Beispiel von 2 Punktlichtquellen. Der resultierende Beleuchtungsvektor ist gleich der vektoriellen Summe der beiden Einzelvektoren.

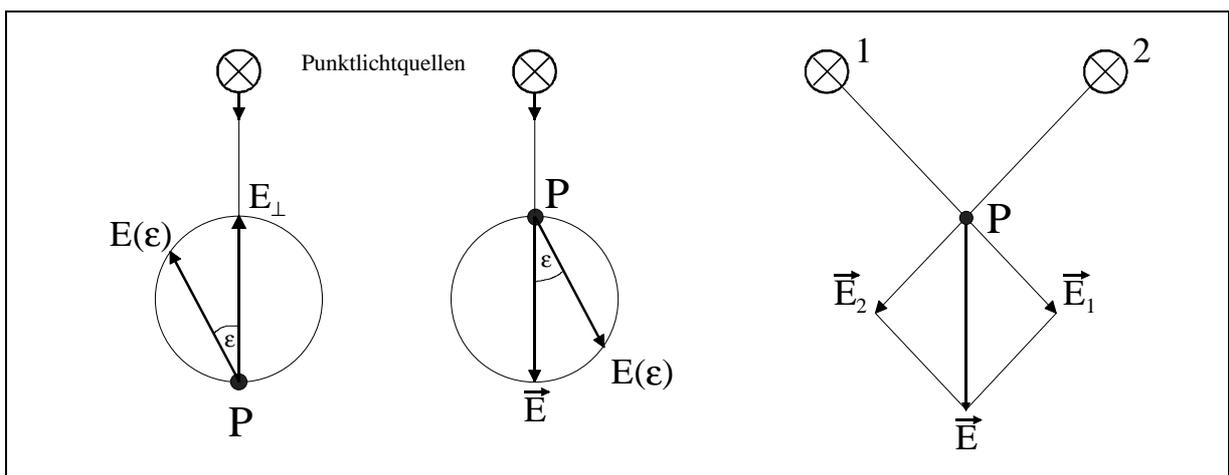


Bild 9.4:

Zur Definition des Beleuchtungsvektors \vec{E} :

Links: Beleuchtungsstärke-Verteilungskörper bei Beleuchtung durch eine Punktlichtquelle.

Mitte: Beleuchtungsvektor \vec{E} und seine Komponenten bei Beleuchtung durch eine Punktlichtquelle.

Rechts: Beleuchtungsvektor bei Beleuchtung durch zwei Punktlichtquellen als Summe zweier Einzelvektoren.

Der Beleuchtungsvektor ist ein Differenzvektor. Das dem Beleuchtungsvektor zugehörige Flächenelement steht senkrecht zu derjenigen Lichtrichtung, in der der maximale Lichtstromtransport erfolgt. Im allgemeinen wird dieses Flächenelement von beiden, entgegengesetzten Seiten beleuchtet.

Befindet sich z.B. der betrachtete Punkt in der Mitte von 2 gleichstarken Punktlichtquellen, dann wird das senkrecht auf der Verbindungslinie stehende Flächenelement von beiden Seiten mit dem gleichen Lichtstrom durchsetzt. Der Betrag des Beleuchtungsvektors ist in diesem Fall Null.

Bei Beleuchtung durch eine einzige Punktlichtquelle wird das Flächenelement um den Punkt P nur von einer Seite, nämlich durch die Punktlichtquelle, beleuchtet. In der entgegengesetzten Richtung ist der Beleuchtungsstärkewert Null, so dass in diesem Spezialfall die Differenzen der Beleuchtungsstärken gleich sind den Beleuchtungsstärken des Beleuchtungsstärke-Verteilungskörpers.

Der Beleuchtungsvektor im Lichtfeld zeigt somit die Richtung des Nettolichtstromflusses an. Man könnte den Beleuchtungsvektor mit Hilfe eines kleinen Ringes bestimmen, dessen Orientierung in dem betrachteten Punkt systematisch variiert werden und wobei immer der beide Seiten des Ringes durchgehende Lichtstrom gemessen wird. Dann wird diejenige Richtung bestimmt, bei der die Differenz der Lichtströme am größten ist. Damit ist der Beleuchtungsvektor in Richtung und Betrag bestimmt. Die Messung der maximalen Beleuchtungsstärke - Differenz könnte auch mit Hilfe von 2 rückseitig aufeinanderliegenden Beleuchtungsstärke - Empfängern erfolgen, deren Empfängerflächen also in die entgegengesetzte Richtung zeigen und die in einer Differenzschaltung betrieben werden.

Die Komponentendarstellung des Beleuchtungsstärkevektors lautet:

$$\vec{E} = \mathbf{a}_x \cdot \Delta E_x + \mathbf{a}_y \cdot \Delta E_y + \mathbf{a}_z \cdot \Delta E_z \quad (9.9)$$

wobei \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y , \mathbf{a}_z die Einheitsvektoren im kartesischen Koordinatensystem und ΔE_x , ΔE_y und ΔE_z die Beträge des Beleuchtungsvektors in den Richtungen der Einheitsvektoren bedeuten.

Zur Bestimmung der Vektorkomponenten ist die Messung von 6 planaren Beleuchtungsstärken erforderlich. Zu bestimmen ist die planare Beleuchtungsstärke E_x , d.h. die Beleuchtungsstärke mit der Flächennormale in x-Richtung und entsprechend E_{-x} , E_y , E_{-y} , E_z sowie E_{-z} . Man bestimmt also die Beleuchtungsstärken auf den Seiten eines kleinen Würfels, dessen Zentrum sich im betrachteten Punkt P befindet und der entsprechend den Koordinatenachsen ausgerichtet ist. Für die Beträge der Vektor-Komponenten von \vec{E} gilt dann:

$$\begin{aligned} \Delta E_x &= |E_x - E_{-x}| \\ \Delta E_y &= |E_y - E_{-y}| \\ \Delta E_z &= |E_z - E_{-z}| \end{aligned} \quad (9.10)$$

wobei die Richtung der jeweiligen Differenzen ΔE_x , ΔE_y , ΔE_z vereinbarungsgemäß in diejenige zeigt, in der der kleinste Beleuchtungsstärkewert gemessen wurde.

Der Betrag von \vec{E} ist dann:

$$|\vec{E}| = \sqrt{\Delta E_x^2 + \Delta E_y^2 + \Delta E_z^2} \quad (9.11)$$

und für die Richtungswinkel gilt für das Koordinatensystem in Bild 9.5:

$$\tan\varphi = \frac{\Delta E_y}{\Delta E_x} \quad \tan\gamma = \frac{\sqrt{\Delta E_x^2 + \Delta E_y^2}}{\Delta E_z} \quad (9.12)$$

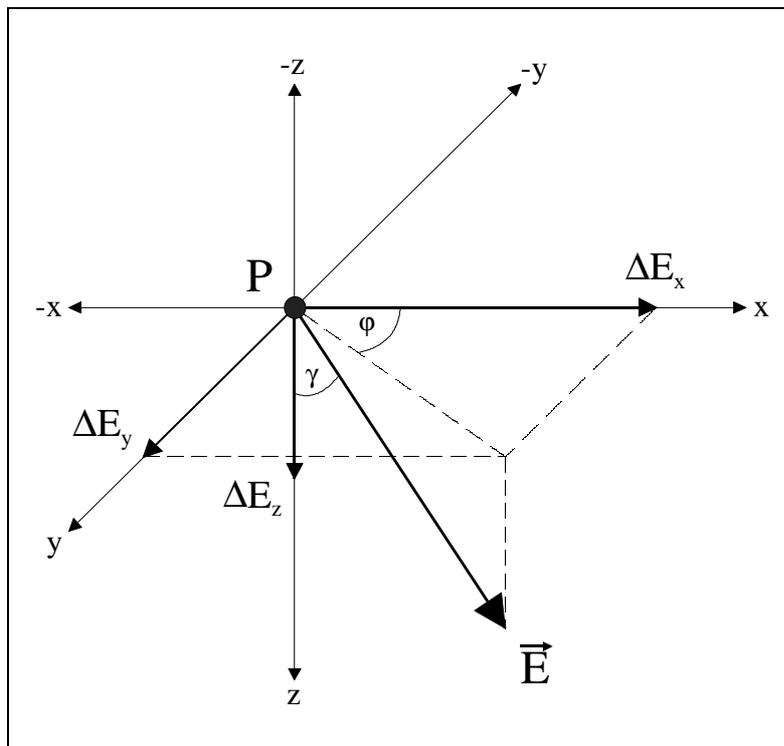


Bild 9.5:

Der Beleuchtungsvektor \vec{E} ergibt sich durch vektorielle Addition der Komponenten $a_x \cdot \Delta E_x$, $a_y \cdot \Delta E_y$ und $a_z \cdot \Delta E_z$. Die Beträge der Komponenten ΔE_x , ΔE_y , ΔE_z , sind die Differenzen der Beleuchtungsstärken in jeweils entgegengesetzten Richtungen.

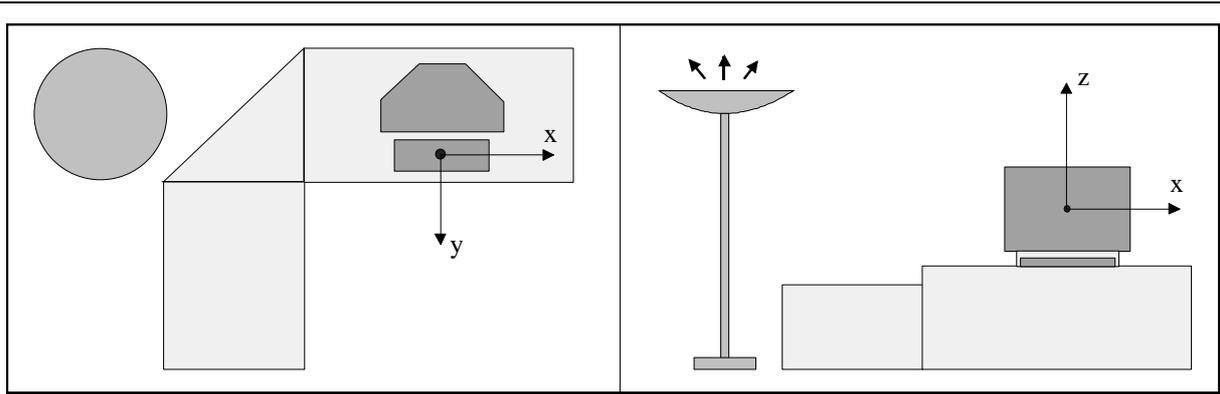
Da die Komponenten des Beleuchtungsvektors Beleuchtungsstärkedifferenzen sind, kann allgemein nicht von dem Beleuchtungsvektor auf die Beleuchtungsstärke auf realen Flächen geschlossen werden. Das ist nur dann möglich, wenn das zum Beleuchtungsvektor zugehörige Flächenelement nur von einer einzigen Seite beleuchtet wird bzw. keine Differenzbildung für die Komponenten ΔE_x , ΔE_y , ΔE_z erfolgt. Diese Eigenschaft des Beleuchtungsvektors schränkt seine praktische Bedeutung beträchtlich ein.

Beispiel 9.5 erläutert die Bestimmung des Beleuchtungsvektors für einen Punkt, der sich etwa in der Mitte zwischen dem Bildschirm und dem Auge Benutzers eines Bildschirmarbeitsplatzes befindet. Die Richtung des Beleuchtungsvektors in diesem Punkt $\varphi = 13,4^\circ$ und $\gamma = 41,4^\circ$ könnte in diesem Punkt mit "links schräg von oben" beschrieben werden. Der Betrag des Beleuchtungsvektors von etwa 327 lux bedeutet, dass die maximale Differenz der Normalbeleuchtungsstärken in diesem Punkt eben 327 lux beträgt. Die Richtung, in der diese Differenz vorhanden ist, ist durch die Richtung des Beleuchtungsvektors gegeben. Für den Beleuchtungsvektor in dem betrachteten Punkt gilt für dieses Beispiel in Vektorschreibweise:

$$\vec{E} = 210 \cdot \mathbf{a}_x - 50 \cdot \mathbf{a}_y - 245 \cdot \mathbf{a}_z .$$

Die Differenz der Beleuchtungsstärken aus beiden x-Richtungen beträgt somit 210 lx. Das Vorzeichen dieser Beleuchtungskomponente ist positiv, weil in dieser positiven x-Richtung die kleinere Beleuchtungsstärke gemessen wurde. Entsprechend ist die Beleuchtungskomponente in z-Richtung negativ, weil die Beleuchtungsstärke in der negativen z-Richtung (also mit nach unten zeigendem Messkopf) kleiner ist als die in der positiven z-Richtung. Soweit zum Beispiel 9.5.

Beispiel 9.5: Zur Messung des Beleuchtungsvektors



Ein 5 x 5 m² großer, 2,5 m hoher Arbeitsraum wird neben einer zentralen Deckenleuchte, die in der Skizze nicht enthalten ist, mit einer indirekt-strahlenden Stehleuchte beleuchtet. Für einen Punkt P im Zentrum des x,y-Koordinatensystem gemäß obiger Skizze wurden folgende Beleuchtungsstärken gemessen, wobei die Richtung der Flächennormale des Beleuchtungsstärkeempfängers durch den Index x, y oder z angegeben ist:

$$\begin{array}{ll} E_z = 290 \text{ lux} & E_{-z} = 45 \text{ lux} \\ E_x = 90 \text{ lux} & E_{-x} = 300 \text{ lux} \\ E_y = 70 \text{ lux} & E_{-y} = 20 \text{ lux} \end{array}$$

Daraus folgt:

Betrag der Vektor-Komponenten:

$$|\Delta E_x| = |E_x - E_{-x}| = 210 \text{ lux}$$

$$|\Delta E_y| = |E_y - E_{-y}| = 50 \text{ lux}$$

$$|\Delta E_z| = |E_z - E_{-z}| = 245 \text{ lux}$$

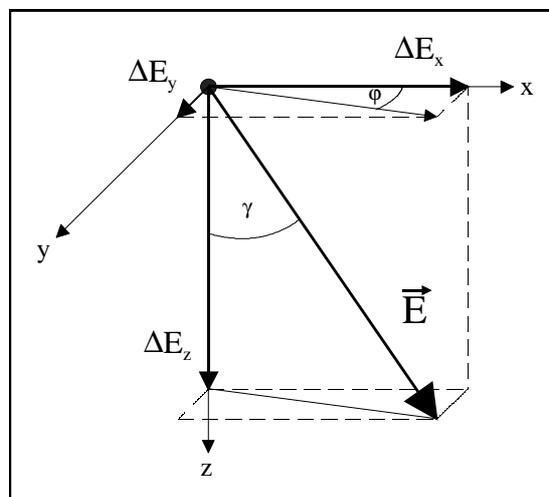
Betrag des Beleuchtungsvektors:

$$|\vec{E}| = \sqrt{\Delta E_x^2 + \Delta E_y^2 + \Delta E_z^2} = 326,5 \text{ lux}$$

Richtungswinkel:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Delta E_y}{\Delta E_x}\right) = 13,4^\circ$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{\sqrt{\Delta E_x^2 + \Delta E_y^2}}{\Delta E_z}\right) = 41,4^\circ$$



9.3 Beleuchtungsstärkeberechnung durch Konturenintegration

Die vektorielle Beschreibung des Lichtfeldes ermöglicht spezielle Methoden zur Berechnung von Beleuchtungsstärken, die im folgenden erläutert werden. Dabei sei zunächst daran erinnert, dass die Berechnung der Beleuchtungsstärke auf einer Fläche, die von einer ausgedehnten Lichtquelle mit der Leuchtdichte L beleuchtet wird, üblicherweise nach dem sog. Raumwinkelprojektionsgesetz erfolgt, d. h.:

$$E = L \int \cos \varepsilon \, d\omega \quad (9.13)$$

wobei $d\omega$ den Raumwinkel eines leuchtenden Flächenelementes aus der Sicht eines Punktes innerhalb des beleuchteten Flächenelementes und ε den Winkel zwischen Lichteinfallrichtung und Flächennormale bedeuten (siehe Bild 9.6 oben). Gl. (9.13) bedeutet die Lösung eines Flächenintegrals. Diese klassische Methode zur Berechnung von Beleuchtungsstärken lässt sich für zahlreiche Anwendungen durch die Umwandlung des Flächenintegrals in ein Linienintegral erheblich vereinfachen¹.

Danach gilt für den Beleuchtungsvektor:

$$\vec{E} = \frac{L}{2} \oint d\vec{a} \quad (9.14)$$

mit dem Winkelvektor:

$$d\vec{a} = d\vec{s} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (9.15)$$

$d\vec{s}$ in Gl. (9.15) ist der Vektor eines Konturenelementes der betrachteten Lichtquelle in einer vereinbarten Umlaufrichtung, \vec{r} ist der Einheitsvektor des Abstandes zwischen dem Konturenelement und dem betrachteten Aufpunkt, r ist der Betrag des Abstandes. Siehe Bild 9.6 unten links).

¹ siehe z.B. P.Moon, E. Spencer, The Photoc Field, S. 123 ff

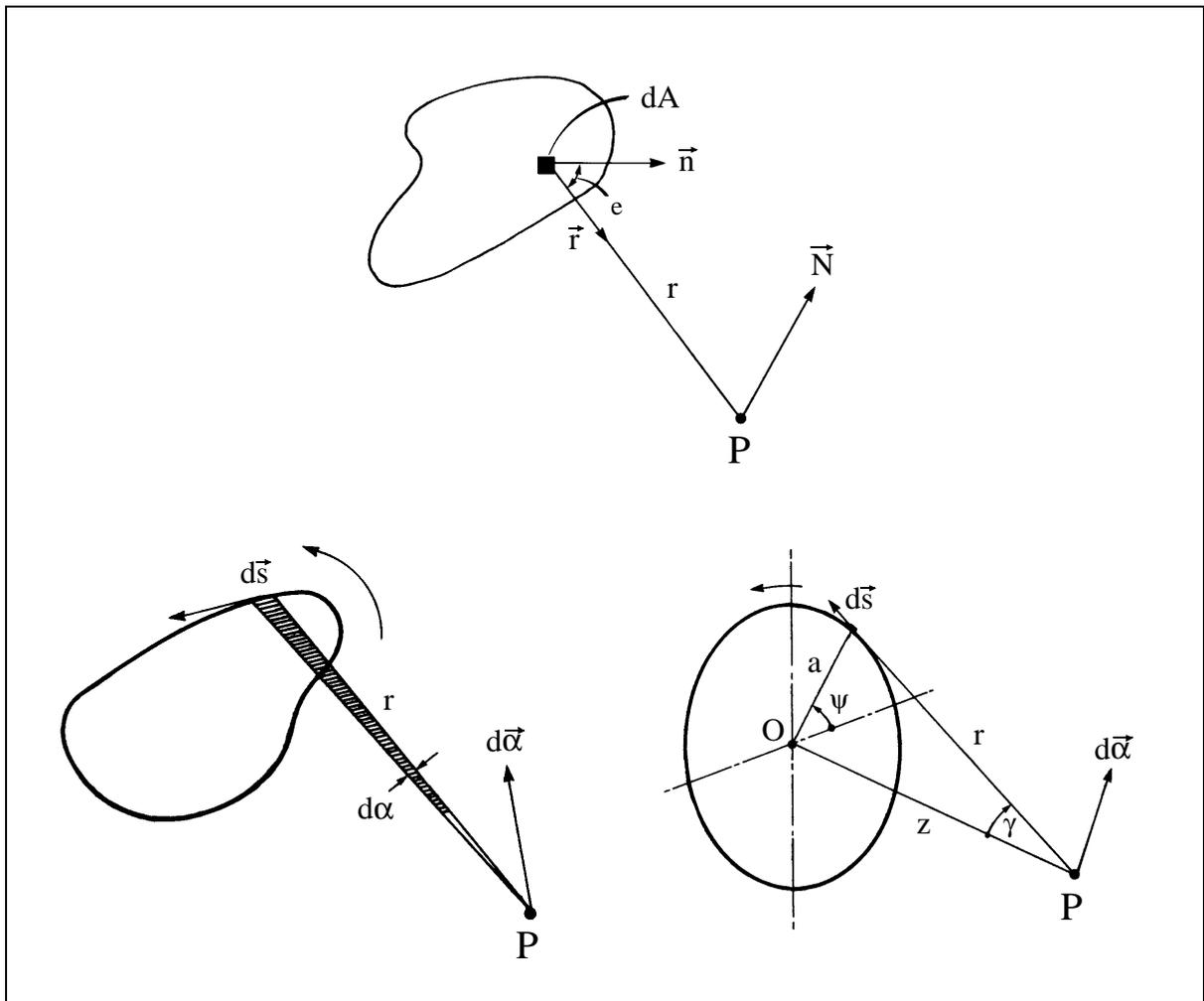


Bild 9.6:

Zur Berechnung von Beleuchtungsstärken nach der Flächen-Integrationsmethode (oben) und nach der Linien-Integrationsmethode (unten links: allgemein; unten rechts: Beispiel einer kreisförmigen Lichtquelle).

(Moon/Spencer, "The Photic Field", S. 123 u. 125)

Die Richtung von $d\vec{a}$ ergibt sich aus dem vektoriellen Produkt des Konturenvektors $d\vec{s}$ mit dem Einheitsvektor \vec{r} . Der Betrag von $d\vec{a}$ ist dann:

$$|d\vec{a}| = \left| d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{r} \right| = \frac{ds \cdot \sin\varphi}{r} \quad (9.16)$$

wenn φ den Winkel zwischen Linienkonturelement $d\vec{s}$ und Abstands-Einheitsvektor \vec{r} bezeichnet.

Diese Methode zur Berechnung von Beleuchtungsstärken ist insbesondere bei polygonal geformten Lichtquellen von Vorteil, bei denen lediglich vektorielle Winkeladditionen durchzuführen sind. Ihre Anwendung soll im folgenden für den Fall einer rechtwinkligen Lichtquelle erläutert werden. Siehe Bild 9.7.

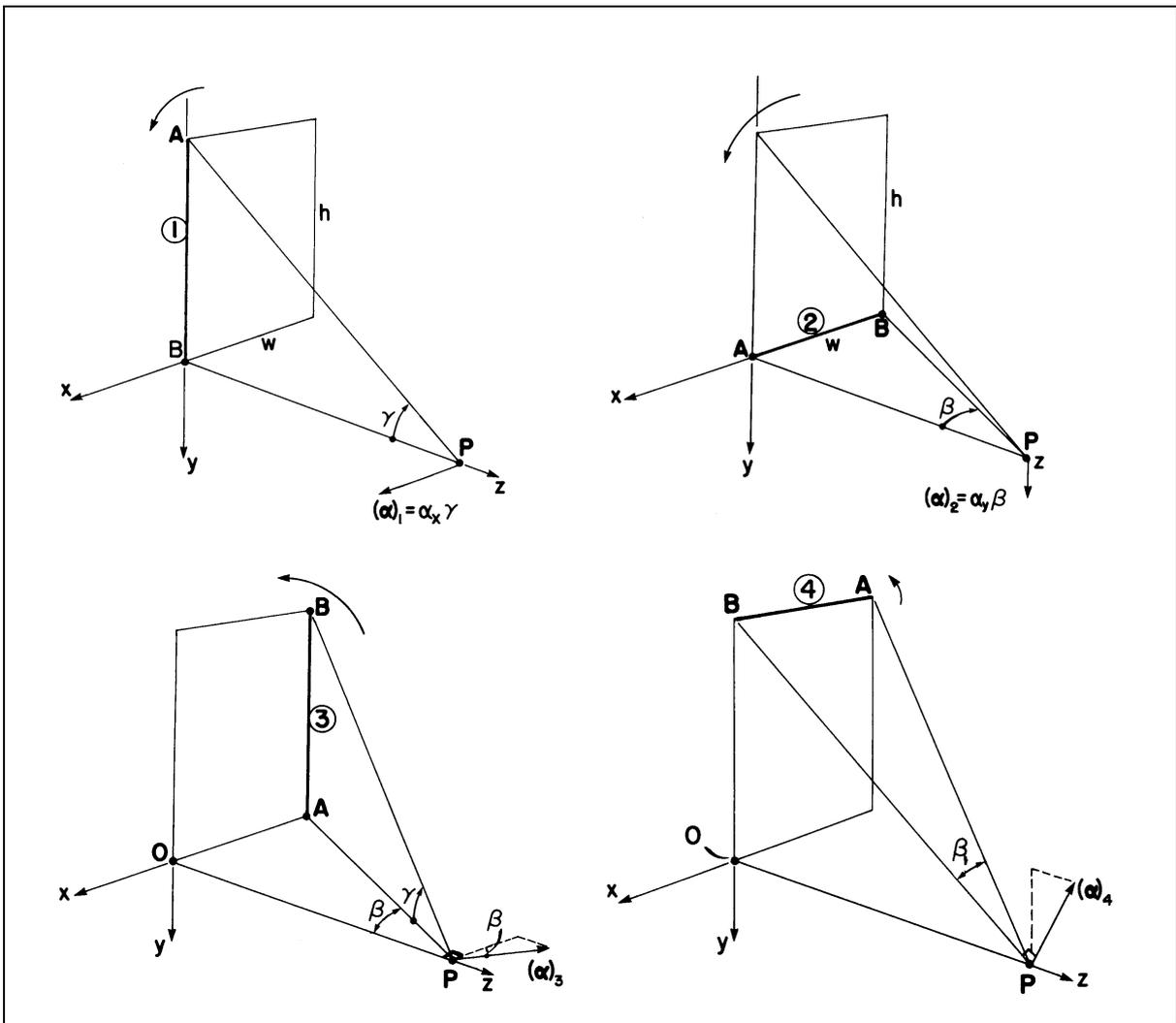


Bild 9.7:

Berechnung der Beleuchtungsstärken einer Rechteckfläche konstanter Leuchtdichte mit Hilfe der Konturenmethode gemäß G.(9.14). (Moon/Spencer, "The Photic Field", S. 127-129)
 (Hinweis: Die Seite 3 erscheint unter γ die Seite 4 unter β_1)

Der von der betrachteten Rechteckfläche im Punkt P von Bild 9.7 erzeugte Beleuchtungsstärkevektor setzt sich gemäß:

$$\vec{E} = \frac{L}{2} \sum_{i=1}^4 \vec{a}_i$$

aus Beiträgen von 4 Rechteckseiten zusammen.

Angenommen sei eine Summierung entgegen dem Uhrzeigersinn. Für den Beitrag der Seite 1 gilt dann:

$$\vec{E}_1 = \mathbf{a}_x \cdot \frac{L}{2} \cdot \gamma$$

wie das vektorielle Kreuzprodukt der Seite 1 und der Strecke \overline{BP} in Richtung der x-Achse im angenommenen Koordinatensystem zeigt. Entsprechend gilt für die Seite 2:

$$\vec{E}_2 = \mathbf{a}_y \cdot \frac{L}{2} \cdot \beta$$

Die Richtung des von der Seite 3 verursachten Beleuchtungsstärkevektors zeigt nicht direkt in eine der Achsenrichtungen des kartesischen Koordinatensystems, sondern sie ist um den Winkel β gegen die x-Achse verschoben. Aus Bild 9.7 folgt:

$$\vec{E}_3 = (-\mathbf{a}_y \cdot \cos\beta + \mathbf{a}_z \cdot \sin\beta) \frac{L}{2} \cdot \gamma_1$$

und entsprechend gilt für den Beitrag der Seite 4:

$$\vec{E}_4 = (-\mathbf{a}_y \cdot \cos\gamma + \mathbf{a}_z \cdot \sin\gamma) \frac{L}{2} \cdot \beta_1$$

Der Beleuchtungsstärkevektor \vec{E} insgesamt ist die vektorielle Summe aller 4 Beiträge $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4$. Für die Komponenten von \vec{E} , das sind auch die Raumwinkelprojektionen ω_p in den Richtungen x, y, z, gilt dann:

$$\begin{aligned} \Delta E_x &= \frac{L}{2}(\gamma - \cos\beta \cdot \gamma_1) & \omega_{p,x} &= \frac{1}{2}(\gamma - \cos\beta \cdot \gamma_1) \\ \Delta E_y &= \frac{L}{2}(\beta - \cos\gamma \cdot \beta_1) & \omega_{p,y} &= \frac{1}{2}(\beta - \cos\gamma \cdot \beta_1) \\ \Delta E_z &= \frac{L}{2}(\sin\beta \cdot \gamma_1 + \sin\gamma \cdot \beta_1) & \omega_{p,z} &= \frac{1}{2}(\sin\beta \cdot \gamma_1 + \sin\gamma \cdot \beta_1) \end{aligned} \quad (9.16)$$

Soweit zur Erläuterung der Konturenmethode für den Fall einer rechteckförmigen Lichtquelle.

9.4 Lichtstrom und Beleuchtungsstärkevektor

Der eine Fläche A durchdringende Lichtstrom ϕ wird bei dem Konzept der skalaren Lichtfeldgrößen bestimmt gemäß:

$$\phi = \int_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

wenn E die Beleuchtungsstärke auf der betrachteten Teilfläche dA bedeutet und alle Beiträge von $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ über die gesamte Fläche A zu summieren sind.

Bei Anwendung des Feldgrößenkonzeptes dagegen gilt für den eine Fläche A durchfließenden Netto-Lichtstrom, d.h. für die Differenz der die Fläche A durchdringenden Lichtströme:

$$\phi = \int \vec{E} \cdot \vec{A} \quad (9.17)$$

Hier bedeutete wiederum \vec{E} den Beleuchtungsstärkevektor, der zu einem Punkt innerhalb einer Teilfläche dA gehört. $d\vec{A}$ ist der Flächenvektor, dessen Richtung durch die Flächennormale gegeben ist.

Die skalare Multiplikation von \vec{E} und $d\vec{A}$ in Gl. (9.17) bedeutet, dass die Beträge beider Vektoren sowie der Cosinus des beide Vektoren einschließenden Winkels miteinander zu multiplizieren sind, d.h.

$$\phi = |\vec{E}| \cdot |d\vec{A}| \cdot \cos\epsilon \quad (9.18)$$

Zur Erklärung der Lichtstrombeziehung $\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$

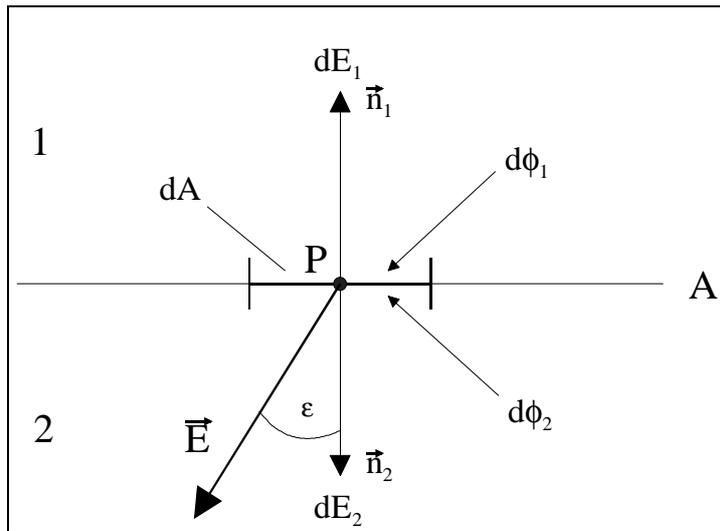


Bild 9.8:

Zum Zusammenhang zwischen Beleuchtungsvektor \vec{E} eines Punktes P in einem Flächenelement dA und dem Netto-Lichtstrom $d\phi$, der das Flächenelement dA durchsetzt.

Sind dE_1 und dE_2 die Beleuchtungsstärken auf dem Flächenelement dA in Richtung \vec{n}_1 bzw. \vec{n}_2 , dann ergibt deren Differenz die Komponente des Beleuchtungsvektors senkrecht zur Flächennormalen, d.h. $dE_1 - dE_2 = |\vec{E}| \cdot \cos \varepsilon$. Entsprechend gilt für die Lichtstromdifferenz $d\phi = d\phi_1 - d\phi_2 = \vec{E} \cdot dA \cdot \cos \varepsilon$ bzw. $d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{A}$ in Vektorschreibweise. Bei einer ausgedehnten Fläche sind alle Lichtstromdifferenzen zu addieren, d.h. $\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ wobei \vec{E} der Beleuchtungsvektor des dazugehörigen Flächenelementes dA und ϕ die Differenz der die Fläche A durchdringenden Lichtströme bedeutet.

Lichtstromübertragung Kugel-Kreisscheibe

Bild 9.9 zeigt als Beispiel der Lichtstromberechnung gemäß Gl. (9.17) eine leuchtende Kugel mit dem Radius a und der Leuchtdichte L , die eine Kreisscheibe mit dem Radius b im Abstand h beleuchtet. Wir stellen uns die Aufgabe, den Lichtstrom zu berechnen, der auf die Kreisscheibe einfällt. Dazu bestimmen wir zunächst in einem Punkt P auf der Kreisscheibe den Beleuchtungsvektor \vec{E} . Dessen Betrag ergibt sich aus der bekannten Beziehung:

$$|\vec{E}| = \pi \cdot L \cdot \sin^2 \gamma.$$

Die Richtung \vec{E} ist nach Bild 9.9 durch den Winkel ε festgelegt. Das zu P gehörige Flächenelement $dA = 2\pi \cdot x \cdot dx$ ist ein Kreisring mit dem Radius x . Der durch diese Teilfläche fließende Lichtstrom ist dann: $d\phi = dA \cdot \pi \cdot L \cdot \sin^2 \gamma$.

Die Summation aller Teilflächen ergibt dann für den auf die Kreisscheibe auffallenden Lichtstrom:

$$\phi = 2 \cdot L \cdot \pi^2 \cdot a^2 \cdot h \int_0^b \frac{x \, dx}{(h^2 + x^2)^{3/2}} = 2 \cdot \pi^2 \cdot a^2 (1 - \cos \beta) \cdot L \quad (9.19)$$

Im allgemeinen wird die Lichtstromübertragung von einer Fläche 1 auf eine Fläche 2 mit Hilfe des sog. Lichtstrom-Übertragungsfaktors beschrieben, der nach Abschnitt 2.4.3 als das Verhältnis des auf eine Fläche 2 auffallenden Lichtstroms zu dem von der lichtausstrahlenden Fläche 1 in den Halbraum abgegebenen Lichtstrom definiert ist. Wendet man dieses Konzept auf die Kugel-Kreisscheibe Konfiguration an, so erhält man:

- Lichtstrom der Kugel, der in den Halbraum abgestrahlt wird: $\phi_0 = 2\pi^2 \cdot a^2 \cdot L$
- Lichtstrom, der auf die Kreisscheibe auffällt: $\phi_1 = 2\pi^2 \cdot a^2 (1 - \cos\beta) \cdot L$

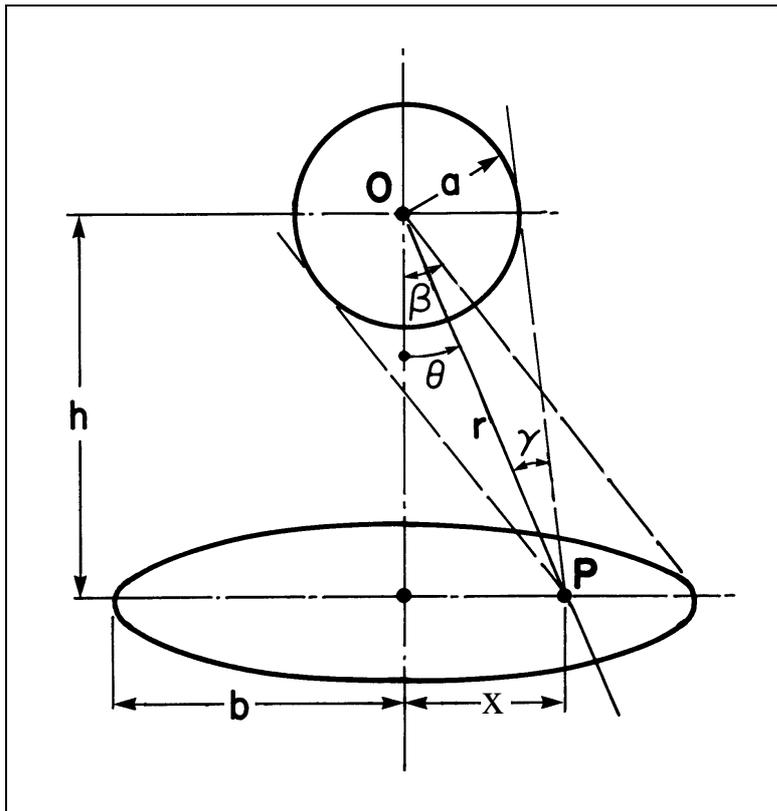


Bild 9.9:
Zur Berechnung der Lichtstrom-
übertragung von einer Kugel zu
einer Kreisscheibe.
(Moon/Spencer, "The Photoc
Field", S. 164)

Daraus folgt für den Lichtstrom-Übertragungsfaktor der einfache Ausdruck:

$$f_{12} = (1 - \cos\beta) \quad (9.20)$$

Im folgenden Beispiel 9.6 wird die Anwendung dieser Beziehung näher erläutert.

Beispiel 9.6: Beleuchtung durch eine kugelförmige Lichtquelle

Eine kugelförmige Lichtquelle befindet sich mittig über einem runden Tisch. Zu berechnen sind die horizontalen Beleuchtungsstärken auf dem Tisch.

Eingangsdaten:

Lichtquellenradius $a = 20 \text{ cm}$

Tischradius $b = 0,75 \text{ m}$

Leuchtenhöhe $h = 1,0 \text{ m}$

Lichtstrom der Kugelleuchte $\phi = 1200 \text{ lm}$

Lichtstärke der Kugelleuchte $I = 95,5 \text{ cd} (=1200 / 4\pi)$

Leuchtdichte der Kugelleuchte $L = 760 \text{ cd/m}^2 (= \phi / (4\pi \cdot a^2))$

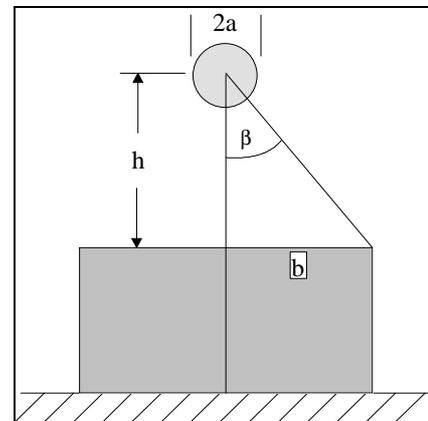
Ergebnis:

Halbräumlicher Lichtstrom: $\phi_0 = 600 \text{ lm}$

Winkel β nach Bild 9.9: $\beta = \arctan(b/h) = 36,87^\circ$

Lichtstrom-Übertragungsfaktor $f_{12} = (1 - \cos\beta) = 0,20$

Auf den Tisch auffallender Lichtstrom: $f_{12} \cdot \phi_0 = 120 \text{ lm}$.



d.h. 20 % des halbräumlichen Lichtstroms der Lichtquelle fallen auf den Tisch ein.

Mittlere Beleuchtungsstärke

Bei einer Fläche des Tisches von $\pi \cdot b^2 = \pi \cdot 0,75^2 \text{ m}^2$ beträgt dann die mittlere Beleuchtungsstärke $E_{\text{mittel}} = 120 \text{ lm} / 1,77 \text{ m}^2 = 67,8 \text{ lux}$.

Maximale Beleuchtungsstärke

Dies ist die Beleuchtungsstärke in Tischmitte. Dafür gilt nach dem photometrischen Entfernungsgesetz $E_{\text{max}} = I/h^2$.

$$E_{\text{max}} = 95,5 \text{ lux.}$$

Minimale Beleuchtungsstärke

Dies ist die Beleuchtungsstärke am Tischrand. Dafür gilt $E_{\text{min}} = I / (h^2 + b^2) \cdot \cos\beta$

$$E_{\text{min}} = 48,9 \text{ lux.}$$

Hinweise zur Berechnung des Beleuchtungsvektors

Punktlichtquellen:

Wird der betrachtete Punkt P von mehreren Punktlichtquellen beleuchtet, dann ergibt die vektorielle Summe des von jeder Lichtquelle i erzeugten Beleuchtungsvektors den resultierenden Beleuchtungsvektor \vec{E} :

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i \quad (9.21)$$

Bild 9.4 zeigt diesen Sachverhalt am Beispiel von 2 Lichtquellen. Der Betrag von \vec{E}_i ist die dazugehörige Normalbeleuchtungsstärke $E_{\perp,i}$, die nach dem photometrischen Entfernungsgesetz aus der Lichtstärke der Lichtquelle und deren Abstand zum betrachteten Punkt P berechnet wird ($E_{\perp} = I/r^2$).

Ausgedehnte Lichtquellen:

Wird der betrachtete Punkt P durch eine ausgedehnte Lichtquelle beleuchtet, dann kann der resultierende Beleuchtungsvektor durch Unterteilung der Lichtquelle in genügend viele Punktlichtquellen und wie oben beschrieben durch numerische Superposition der einzelnen Beleuchtungsvektoren berechnet werden. Diese unter Umständen aufwendige Methode wird insbesondere bei Computerberechnungen angewendet.

Zur allgemeinen Berechnung des resultierenden Beleuchtungsvektors von ausgedehnten Lichtquellen wird die betrachtete Fläche wiederum in infinitesimale Flächenelemente unterteilt. Der durch ein beliebiges Flächenelement im betrachteten Punkt verursachte Beleuchtungsvektor $d\vec{E}$ hat als Betrag die Normalbeleuchtungsstärke dE_{\perp} , d.h. $|d\vec{E}| = dE_{\perp} = L \cdot d\omega$ oder in vektorieller Form geschrieben, gilt:

$$d\vec{E} = L \cdot d\vec{\omega}.$$

Dabei ist $d\vec{\omega} = d\omega \cdot \vec{n}$ der sog. Raumwinkelvektor mit dem Betrag $d\omega$ und dem Einheitsvektor \vec{n} der in Lichteinstrahlrichtung orientiert ist. Die Summation aller Beiträge ergibt dann bei konstanter Leuchtdichte den resultierenden Beleuchtungsvektor:

$$\vec{E} = L \int d\vec{\omega} \quad (9.22)$$

Das Prinzip der Berechnung des Raumwinkelvektors zeigt Bild 9.10 am Beispiel einer leuchtenden Kreisscheibe für einen Achsenpunkt P. Der Betrag des Raumwinkelvektors für eine ringförmige Raumwinkelzone ist $|d\vec{\omega}| = 2\pi \cdot \sin\gamma \cdot d\gamma$. Seine Richtung ist durch den Richtungswinkel ω bestimmt.

Da sich in diesem speziellen Fall die Komponenten des Raumwinkelvektors in x- und y-Richtung gegenseitig aufheben, gilt für den Betrag des Raumwinkelvektors in z-Richtung $|d\omega_z| = 2\pi \cdot \sin\gamma \cdot \cos\gamma \cdot d\gamma$. Somit gilt für den Betrag des resultierenden Raumwinkelvektors:

$$|\vec{\omega}_z| = 2\pi \int \sin\gamma \cos\gamma \, d\gamma = \pi \cdot \sin^2\gamma$$

und für den Betrag des Beleuchtungsvektors erhält man die bekannte Beziehung:

$$|\vec{E}| = E_z = \pi \cdot L \cdot \sin^2\gamma$$

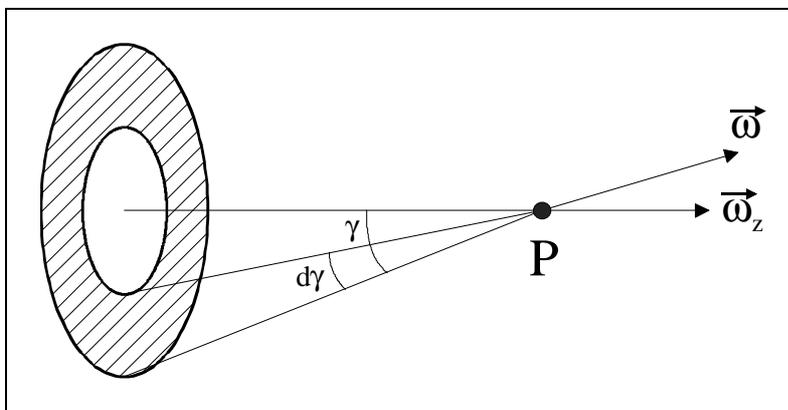


Bild 9.10:
Zur Bestimmung des Raumwinkelvektors $d\vec{\omega}$ am Beispiel einer ringförmigen Kreiszone.

9.5 Das Lichtfeld

Die Existenz einer skalaren und vektoriellen Feldgröße für jeden Punkt eines Lichtfeldes ermöglicht die Anwendung der allgemeinen Feldtheorie zur Lösung spezieller lichttechnischer Probleme. Dazu folgende Anmerkungen:

Physikalische Felder wie z.B. elektrostatische, elektromagnetische oder thermische Felder sind durch die Feldoperatoren Divergenz (div) und Rotation (rot) charakterisiert. Im Lichtfeld innerhalb von Lichtquellen sind beide Operatoren von Null verschieden. Im Lichtfeld von beleuchteten Räumen ist die Divergenz des Beleuchtungsvektors Null ($\text{div} \vec{E} = 0$), da hier keine absorbierenden oder emittierenden Prozesse auftreten. Die Rotation des Beleuchtungsvektors ist im allgemeinen ungleich Null ($\text{rot} \vec{E} \neq 0$), da Lichtquellen im allgemeinen eine richtungsabhängige Lichtausstrahlung bzw. Lichtstärkeverteilung aufweisen. Lichtfelder außerhalb von Lichtquellen besitzen (wegen $\text{rot} \vec{E} \neq 0$) kein skalares Potential, dafür aber ein Vektorpotential, so dass die Berechnung von Lichtfeldern mit feldtheoretischen Methoden möglich ist, auf die hier aber nicht eingegangen werden kann.

Lichtfelder werden gelegentlich mit elektrostatischen Feldern verglichen, auch wenn dies streng nur für Lichtquellen mit einer richtungsunabhängigen Lichtausstrahlung gilt (dann ist $\text{rot} \vec{E} = 0$), z.B. bei einer homogen leuchtenden Kugel mit konstanter Leuchtdichte. Das elektrische Analogon zu dieser Lichtquelle ist die mit elektrischen Ladungen geladene Kugel. Somit entsprechen in der Elektrotechnik und der Lichttechnik folgenden Größen:

Feldstärke - Beleuchtungsstärke
elektrische Feldlinie - Lichtlinie oder Flusslinien
Poyntingvektor - Beleuchtungsvektor.

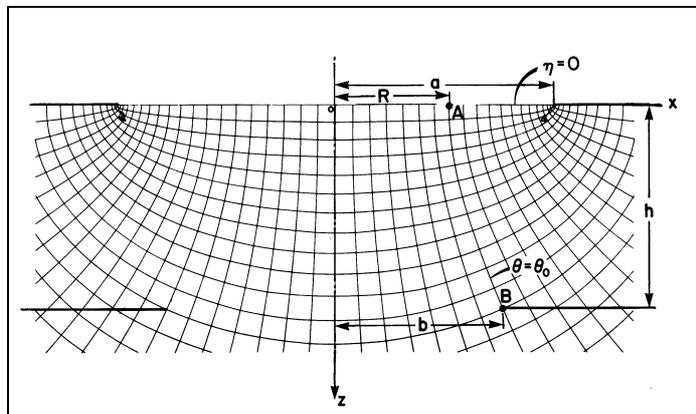


Bild 9.11:
Ausschnitt des Lichtfeldes einer homogen leuchtenden Kreisscheibe. Die Flusslinien sind rotationsymmetrisch radial gerichtet (z.B. von Punkt A nach Punkt B). Die Potentiallinien stehen senkrecht auf den Flusslinien.
(Moon/Spencer, "The Photic Field", S. 170)

Feldberechnungen dienen dazu, die Ortsabhängigkeit des Beleuchtungsvektors zu ermitteln. Die Ergebnisse können dann in Form von Feld- bzw. Flusslinien in zwei- oder dreidimensionalen Grafiken dargestellt werden.

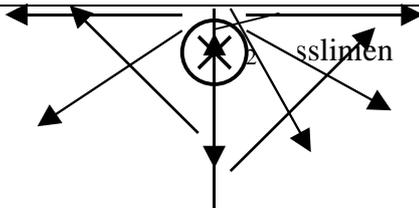
Flusslinien einer dreidimensionalen Darstellung zeigen für jeden Punkt des Lichtfeldes die Richtung des Beleuchtungsvektors an. Da Flusslinien die Lichtstrombündel begrenzen und jedes Lichtstrombündel den gleichen Lichtstrom enthält, kann vom Abstand der Flusslinien eines Lichtfeldes auf den Betrag des Beleuchtungsvektors geschlossen werden: je geringer der Flusslinienabstand, umso größer ist der Betrag des Beleuchtungsvektors.

Ist z.B. in einem Lichtfeld $E_{\perp,1}$ der Betrag des Beleuchtungsvektors in einem Punkt 1, dann gilt für den Beleuchtungsvektor-Betrag in einem Punkt 2:

$$E_{\perp,2} = E_{\perp,1} \cdot \frac{dA_2}{dA_1} = E_{\perp,1} \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^2 \quad (9.23)$$

wenn dA_2 bzw. dA_1 die Lichtbündelflächen sowie l_2 bzw. l_1 die dazugehörigen Abstände zwischen den benachbarten Flusslinien bedeuten.

Beispiel 9.7: Beleuchtungsvektor und Lichtfeld einer homogenen Lichtkugel



Die Flusslinien einer homogenen, kugelförmigen Lichtquelle verlaufen strahlenförmig mit dem Zentrum (X) im Mittelpunkt der Lichtquelle.

Der Abstand zwischen zwei eng benachbarten Flusslinien ist mit l bezeichnet.

Angenommen sei eine homogen leuchtende Kugel mit einem Radius von 3 mm bei einer Leuchtdichte von 10 000 cd/m². Wir fragen nach dem Beleuchtungsvektors in einem Punkt, der 30 mm vom Zentrum der Lichtkugel entfernt ist.

Auf der Oberfläche der Lichtkugel, den Punkt 1, gilt für den Betrag des Beleuchtungsvektors:

$$E_{\perp,1} = \pi \cdot L = 3,14 \cdot 10^4 \text{ lx.}$$

Die Abstände zwischen den benachbarten Flusslinien verhalten sich in diesem Beispiel wie die Abstände der betrachteten Punkte vom Kugelzentrum. Das heißt es gilt für den 30 mm vom Lichtquellenzentrum entfernten Punkt P 2:

$$E_{\perp,2} = E_{\perp,1} (l_1/l_2)^2 = E_{\perp,1} (3/30)^2$$

$$E_{\perp,2} = 3,14 \cdot 10^2 \text{ lx.}$$

Im Punkt 2 beträgt somit der Betrag des Beleuchtungsvektors $3,14 \cdot 10^2$ lx. Die Richtung des Beleuchtungsvektors verläuft in Richtung der Feldlinien.

Selbstverständlich ergibt die hier umständlich wirkende Berechnung von Beleuchtungsstärken mit Hilfe von Flusslinien bei Anwendung des photometrischen Entfernungsgesetzes das gleiche Ergebnis:

$$\text{Lichtstrom der Lichtquelle: } \phi = 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot L = 3,55 \text{ lm.}$$

$$\text{Lichtstärke: } I = \phi / (4\pi) = 282,6 \text{ mcd.}$$

$$\text{Normalbeleuchtungsstärke im Punkt 2: } E = I/a^2 = 3,14 \cdot 10^2 \text{ lx.}$$

9.6 Anwendung der Feldtheorie in der Lichttechnik

Klassische Lichtfeldbeschreibung

Die Beschreibung des Lichtfeldes in Innen- und Außenräumen erfolgt heute durch Beleuchtungsstärken auf spezifisch geformten Flächen. Zusammenfassend sind in der Praxis folgende flächenspezifische Beleuchtungsstärken von Bedeutung:

Horizontale Beleuchtungsstärke (E , E_h)

Die horizontale Beleuchtungsstärke auf einer ebenen Fläche ist die am häufigsten angewendete Beleuchtungsstärke in der Praxis. Zum Beispiel erfolgen die Anforderungen an die Beleuchtung von Innenräumen in Form von Beleuchtungsstärken in der Arbeitsebene, die im allgemeinen horizontal orientiert ist. Auch in der Außenbeleuchtung werden für Zonen mit geringerer Verkehrsdichte Mindestwerte für horizontale Beleuchtungsstärken auf der Fahrbahn empfohlen. Wenn nicht anders vermerkt, sind Beleuchtungsstärkeangaben horizontale Beleuchtungsstärken.

Vertikale Beleuchtungsstärke (E_v)

Sowohl in der Innen-, als auch in der Außenbeleuchtung werden zusätzlich zur horizontalen Beleuchtungsstärke auch Richtwerte für die vertikale Beleuchtungsstärke in bestimmten Richtungen empfohlen. Zu ihrer Messung werden die planaren Messempfänger vertikal ausgerichtet.

Zylindrische Beleuchtungsstärke (E_z)

Dies ist der Mittelwert der Beleuchtungsstärke auf einem kleinen Zylinder, dessen Achse durch den betrachteten Messpunkt in einer bestimmten Richtung zeigt. Die zylindrische Beleuchtungsstärke bei senkrechter Achse ist folglich der Mittelwert aller vertikalen Beleuchtungsstärken.

Halbzylindrische Beleuchtungsstärke (E_{hz})

Die über einem kleinen Halbzylinder gemittelte Beleuchtungsstärke ist ein gutes Maß für die Wahrnehmbarkeit des menschlichen Gesichtes, besonders in der Außenbeleuchtung.

Mittlere halbräumliche Beleuchtungsstärken ($E_{2\pi}$)

Das ist die mittlere Beleuchtungsstärke auf einer kleinen Halbkugel um den betrachteten Punkt, die von außen beleuchtet wird. Sie ist ein Maß für die Summe aller Lichteinstrahlungen aus dem beleuchtenden Raum, der ja im allgemeinen die Form eines Halbraumes aufweist.

Mittlere räumliche Beleuchtungsstärke (E_r , $E_{4\pi}$)

Dies ist die mittlere Beleuchtungsstärke auf einer kleinen Kugel um den betrachteten Punkt im Lichtfeld. Sie wird auch als sphärische Beleuchtungsstärke bezeichnet. Ihre Messung kann näherungsweise durch Messung der 6 Beleuchtungsstärken auf den Seiten eines kleinen Würfels und deren Mittelung erfolgen.

Horizontale, vertikale, zylindrische, halbzylindrische und mittlere halbräumliche Beleuchtungsstärken sind orts- und richtungsabhängige Skalare des Lichtfeldes. Die mittlere räumliche Beleuchtungsstärke ist ebenso wie die Raumbelichtungsstärke ein nur ortsabhängiges Skalar.

Alle speziellen Beleuchtungsstärktypen können mit Hilfe eines kleinen planaren Beleuchtungsstärkeempfängers gemessen werden, der die spezielle Flächenform abtastet. Anschließend werden die gemessenen Teilbeleuchtungsstärken entsprechend gemittelt. Darüber hinaus gibt es spezielle Messempfänger zur direkten Messung der flächenspezifischen Beleuchtungsstärken. Grundsätzlich können alle Beleuchtungsstärktypen aus dem Leuchtdichte-Verteilungskörper berechnet werden. Soweit die Zusammenfassung der klassischen Hilfsmittel zur Beschreibung des Lichtfeldes.

Feldtheoretische Lichtfeldbeschreibung

Die feldtheoretische bzw. vektorielle Beschreibung des Lichtfeldes durch den Beleuchtungsvektor \vec{E} ermöglicht z.T. sehr elegante und auch einfache Methoden zur Berechnung der Raumwinkelprojektion ω_p , die zur Berechnung von Beleuchtungsstärken auf spezifischen Flächen benötigt wird. Dies gilt auch die Berechnung von Lichtstromübertragungsfaktoren f_{12} zur Berechnung des von einer Fläche 1 auf eine Fläche 2 übertragenen Lichtstroms .

Nach Abschnitt 9.3 gilt für die Raumwinkelprojektion auf ein planares Flächenelement:

$$\omega_p = \frac{1}{2} \int d\vec{\alpha}$$

wobei der Winkelvektor $d\vec{\alpha}$ über die gesamte Kontur der beleuchtenden Fläche zu integrieren ist. Als Beispiel wurde in Abschnitt 9.3 die Raumwinkelprojektion von Rechteckflächen berechnet. Die Beleuchtungsstärke auf dem betrachteten Flächenelement ist dann $E = \omega_p \cdot L$, wenn L die als konstant angenommene Leuchtdichte der beleuchtenden Fläche ist.

Auch die Bestimmung des Lichtstroms ϕ , der von einer ausgedehnten Fläche auf eine andere, ebenfalls ausgedehnte Fläche übertragen wird, lässt sich z.T. sehr einfach mit Hilfe der vektoriellen Lichtstrombeziehung gemäß

$$\phi = \int \vec{E} d\vec{A}$$

aus den Beleuchtungsvektoren der beleuchteten Flächenpunkte in den dazugehörigen Flächenvektoren $d\vec{A}$ berechnen. Zum Beispiel wurde in Abschnitt 9.3 der von einer Kugel auf eine Kreisscheibe übertragene Lichtstrom berechnet.

Der Vorteil der teilweise weniger aufwendigen Berechnungen von Beleuchtungsstärken und Lichtströmen spielt jedoch heute praktisch keine bedeutende Rolle, da die üblichen Flächenkonfigurationen längst berechnet wurden und die heutigen Berechnungen mit Hilfe von Computern weniger mit geschlossenen Lösungen, sondern mittels infinitesimaler Methoden durchgeführt werden.

Die Bedeutung der Feldtheorie in der Lichttechnik liegt eher in den Möglichkeiten zur Berechnung und anschaulichen Darstellung von Lichtfeldern.

Lichtfelder in der Beleuchtungstechnik

Obwohl die theoretischen Grundlagen des vektoriellen Lichtfeldes vor allem durch die grundlegenden Arbeiten von Gershun (1930) seit langem bekannt sind, hat sich diese Methodik in der Beleuchtungstechnik bisher kaum durchgesetzt. Die Berechnung und Darstellung von Flusslinien von natürlichen oder künstlichen Räumen wurde bisher eigentlich nur zu dem Zweck durchgeführt, die Möglichkeiten dieser Methodik zu demonstrieren. Systematische Analysen der Lichtfelder für unterschiedliche Beleuchtungssysteme sind bisher nicht bekannt. Aus der Literatur bekannte Beispiele von 2-dimensionalen Lichtfeldern sind in den Bildern von 9.12 - 9.15 dargestellt.

Aus dem Lichtfeld der beiden Punktlichtquellen von Bild 9.12 kann man z.B. ablesen, dass die Überlagerung der beiden Flusslinienfelder zwar das Beleuchtungsniveau in einer Horizontalen erhöht (die Flusslinien des überlagerten Feldes verlaufen im Mittel dichter als die der Einzellichtquellen), dafür aber die Gleichmäßigkeit verringert wird (die Abstände zwischen den Flusslinien sind unterschiedlicher). Die Überlagerung der künstlichen und natürlichen Beleuchtung von Bild 9.15 zeigt ferner, dass in der hinteren Raumzone durch das Einschalten der künstlichen Beleuchtung sowohl das mittlere Beleuchtungsniveau als auch die Gleichmäßigkeit höher bzw. besser werden.

Auffällig in Bild 9.15 ist auch die veränderte Lichtrichtung im Vergleich zu den Bildern 9.13 und Bild 9.14. Die mehr horizontale Lichtrichtung der natürlichen Fensterbeleuchtung in Bild 9.13 in Kombination mit der mehr vertikalen Lichtrichtung der künstlichen Deckenbeleuchtung von Bild 9.14 führt bei Kombination beider Beleuchtungen zu einer mehr geneigten Lichteinstrahlung, die subjektiv mehr bevorzugt wird.

Zu beachten ist, dass aus zweidimensionalen Felddarstellungen nur für kugel- oder zylindersymmetrische Felder Richtung und Betrag des Beleuchtungsvektors abzulesen sind. Aus unsymmetrischen Feldern können bei zweidimensionalen Felddarstellungen nur die Beleuchtungskomponenten in der entsprechenden Ebene ermittelt werden.

Beleuchtungsvektor und Schattigkeit

Die Erkennung von Körperformen wird erfahrungsgemäß erheblich von der räumlichen Lichteinstrahlung beeinflusst. Zu diffuses Licht ergibt im allgemeinen zu flache Kontraste. Zu stark gerichtet aus dem oberen Halbraum einfallendes Licht kann zu sehr extremen Schattenwirkungen führen. Gerichtet einfallendes Licht aus dem unteren Halbraum dagegen kann die Wahrnehmung von Körperformen irritieren.

Als beleuchtungstechnisches Maß für die Körperwahrnehmung wurde daher das Verhältnis des Betrages des Beleuchtungsvektors \vec{E} zum Skalar des Lichtfeldes, d.h. der Raumbeleuchtungsstärke E_0 eingeführt:

$$S = \frac{|\vec{E}|}{E_0} \quad (9.23)$$

Der Wertebereich dieser mit Schattigkeit bezeichneten Größe liegt zwischen 0 und 1. Schattigkeit $S = 0$ entspricht einer völlig diffusen Beleuchtung, bei der der Beleuchtungsvektor Null ist. Bei ausschließlich gerichteter Beleuchtung sind Betrag des Beleuchtungsvektor und Raumbeleuchtungsstärke zahlenmäßig gleich, d.h. $|\vec{E}| = E_0$, so dass man für die Schattigkeit mit $S = 1$ den größtmöglichen Wert erhält.

Typische Beispiele der Schattigkeit zeigt Tabelle 9.1. Danach liegt die Schattigkeit im Freien je nach Bewölkungs- und Sonnenstand zwischen etwa 0,35 und 0,55. Daraus könnte man folgern, dass auch bei der künstlichen Beleuchtung die Schattigkeit nach Gl. (9.23) in diesem Bereich liegen sollte. Untersuchungen nach dem Kriterium der Wahrnehmbarkeit des menschlichen Gesichtes haben in der Tat zu subjektiv bevorzugten Schattigkeitswerten um etwa 0,3 bis 0,4 geführt. Dabei liegt die bevorzugte Hauptlichtrichtung schräg von vorn bei Höhenwinkel (gezählt von der Horizontalen) zwischen etwa 0 bis 45°.

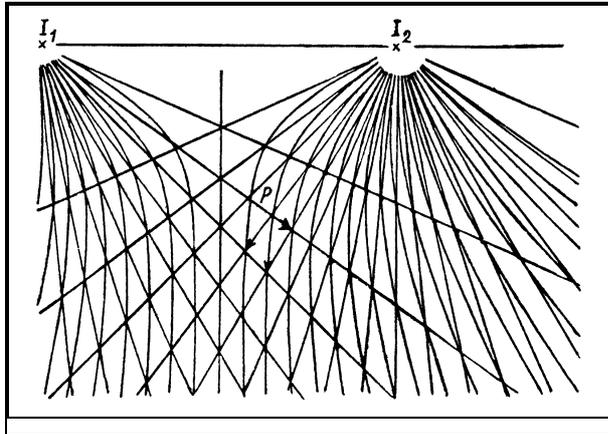


Bild 9.12:
Lichtfelder von 2 Punktlichtquellen. Die stärkeren radialen Flusslinien gehören zu den Einzellichtquellen. Die gebogenen, schwächer gezeichneten entstanden durch Überlagerung beider Einzelfelder.
(H.-J. Helwig: "Die Feldtheorie in der Lichttechnik", Lichttechnik 1950, S. 20)

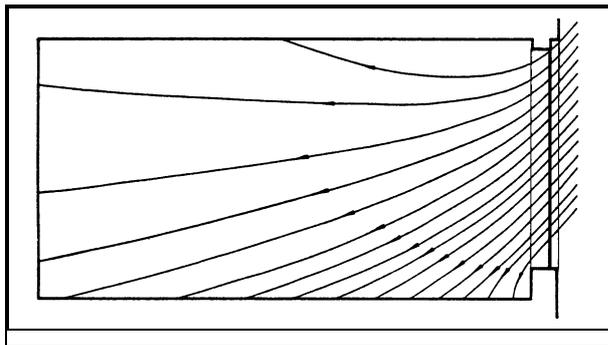


Bild 9.13:
Lichtfeld von durch ein Fenster eintretendem Himmelslicht.
(Cuttle u.a.: "Beyond the working plane", CIE Proceedings, 1963)

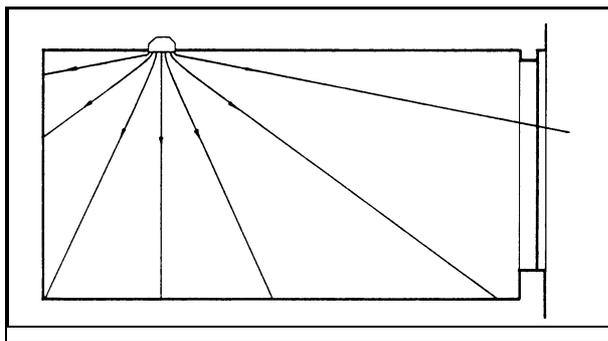


Bild 9.14:
Lichtfeld einer einzelnen Punktlichtquelle in einem Raum.
(Cuttle u.a.: "Beyond the working plane", CIE Proceedings, 1963)

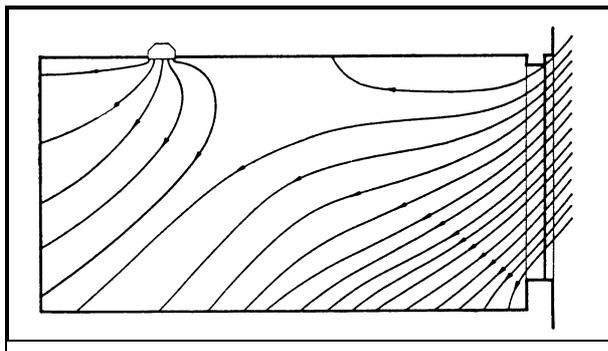


Bild 9.15:
Überlagerung der Lichtfelder von Bild 9.13 und Bild 9.14.
(Cuttle u.a.: "Beyond the working plane", CIE Proceedings, 1963)

Tabelle 9.1:

Beispiele für die Schattigkeit S nach Gl. (9.2.3) bei verschiedenen Beleuchtungsarten

$|\bar{\mathbf{E}}|$: Betrag des Beleuchtungsvektors

E_0 : Raumbeleuchtungsstärke

| Beleuchtungsarten | $ \bar{\mathbf{E}} $ | E_0 | S |
|---|----------------------|------------------|------|
| Homogene Einstrahlung aus dem Vollraum mit der Leuchtdichte L | 0 | $4\pi \cdot L$ | 0 |
| Homogene Einstrahlung aus dem Halbraum mit der Leuchtdichte L | $\pi \cdot L$ | $2\pi \cdot L$ | 0,5 |
| Beleuchtung durch eine Punktlichtquelle der Lichtstärke I im Abstand r | I/r^2 | I/r^2 | 1 |
| Bedeckter "CIE-Himmel" bei einem Bodenreflexionsgrad 0,2 in Relation zur Horizontalbeleuchtungsstärke E_h | $0,80 \cdot E_h$ | $2,04 \cdot E_h$ | 0,39 |
| Klarer "CIE-Himmel" bei Bodenreflexionsgrad 0,2 und Sonnenhöhe 60° | $0,91 \cdot E_h$ | $1,72 \cdot E_h$ | 0,53 |
| Bürobeleuchtung mit tiefstrahlenden Direktleuchten etwa in Raummitte | $0,8 \cdot E_h$ | $1,7 \cdot E_h$ | 0,47 |
| Bürobeleuchtung mit indirekt leuchtenden Stehleuchten in Leuchtennähe | $0,8 \cdot E_h$ | $2,0 \cdot E_h$ | 0,40 |

Zusammenfassung

Insgesamt gesehen spielen aber die feldtheoretischen Methoden in der Beleuchtungstechnik heute kaum eine Rolle. Die Beschreibung des Lichtfeldes mit Hilfe des Beleuchtungsvektors ist über erste Ansätze nicht hinausgekommen. Die Ursache dafür liegt vor allem in der für die Beleuchtungstechnik ungünstigen Eigenschaft des Beleuchtungsvektors, dass er lediglich Beleuchtungsstärke-Differenzen im Lichtfeld bewertet. Was bei der Beleuchtungsberechnung aber benötigt wird, sind die absoluten Beleuchtungsstärken auf spezifischen Flächen und nicht ihre Differenzen aus entgegengesetzten Einstrahlrichtungen. Immer dann, wenn auf die Vorder- und Rückseite einer realen oder gedachten Fläche Licht eingestrahlt wird, kann von dem Beleuchtungsvektor nicht auf die absolute Beleuchtungsstärke in einer gegebenen Richtung geschlossen werden. Diese allseitige Lichteinstrahlung ist aber gerade in der Innenbeleuchtung die Regel. Die Interpretation von Flusslinien von Innenräumen ist daher nur von begrenztem Wert. Ein Flusslinienbild vermittelt zwar Informationen über die Hauptrichtung, aber nicht über die Beleuchtungsstärkewerte auf Flächen. Das ist ein entscheidender Nachteil.

Andererseits bieten feldtheoretische Analysen des Lichtfeldes von beleuchteten Räumen in Verbindung mit subjektiven Bewertungen der Lichtwirkung die Chance, neue Beleuchtungskriterien zu entwickeln. Hier liegen neue Forschungsgebiete.

10. Berechnung der Beleuchtung

Die Berechnung der Beleuchtung in Innen- und Außenräumen mit Hilfe von Computern ist heute üblicher Standard der Technik. Zu unterscheiden sind hier erstens sog. Lichttechnische Planungsprogramme, bei denen die möglichst exakte Berechnung von Beleuchtungsstärken und Leuchtdichten im Vordergrund steht und zweitens sog. Visualisierungsprogramme, die einen möglichst realistischen Eindruck des beleuchteten Raumes oder der Anlage zum Ziel haben. Beide Programmarten vermischen sich aber immer mehr.

Im folgenden werden die prinzipiellen Methoden der Beleuchtungsberechnung behandelt. Dazu wird in Abschnitt 10.1 die Berechnung von Raumwinkeln, Raumwinkelprojektionen und Lichtstrom-Übertragungsfaktoren zusammengefasst. Abschnitt 10.2 behandelt die Berechnungsmethoden der Innenbeleuchtung, Abschnitt 10.3 die der Außenbeleuchtung.

10.1 Raumwinkel, Raumwinkelprojektionen und Übertragungsfaktoren

Bei der Berechnung der Beleuchtung spielt die Berechnung von Raumwinkeln, Raumwinkelprojektionen und Lichtstrom-Übertragungsfaktoren eine wichtige Rolle. Die bereits im Abschnitt 2 eingeführten Größen und Zusammenhänge werden im folgenden zusammengefasst und ergänzt.

Raumwinkel

Der Raumwinkel ω ist ein Maß für die scheinbare Größe einer aus einem bestimmten Punkt P betrachteten Fläche. Zu seiner Berechnung kommen im Prinzip zwei Methoden in Frage (siehe Bild 10.1). Bei der ersten Methode unterteilt man die betrachtete Fläche in Flächenelemente. Der Raumwinkel $d\omega$ eines Flächenelementes ist dann das Verhältnis von scheinbarer Fläche zum Abstandsquadrat:

$$d\omega = \frac{dA}{r^2} \cdot \cos\varepsilon_1$$

wenn dA das Flächenelement, r den Abstand zwischen dem Beobachtungspunkt P und einem Punkt in der Mitte des Flächenelementes sowie ε_1 der Winkel zwischen Flächennormale \vec{n} des Flächenelementes und der Abstandsrichtung bedeuten. Die Summierung über alle Flächenelemente der gegebenen Fläche ergibt dann den gesamten Raumwinkel:

$$\omega = \int d\omega.$$

Zum Beispiel erscheint eine kreisförmige Fläche von 1 cm^2 , die aus einem Abstand von 1 m beobachtet wird, unter einem Raumwinkel von $0,0001 \text{ sr}$.

Typische Raumwinkelwerte sind z.B. $4\pi \text{ sr}$ für den Vollraum, $2\pi \text{ sr}$ für den Halbraum oder $5,6 \cdot 10^{-9} \text{ sr}$ für die Sonne aus der Sicht der Erde.

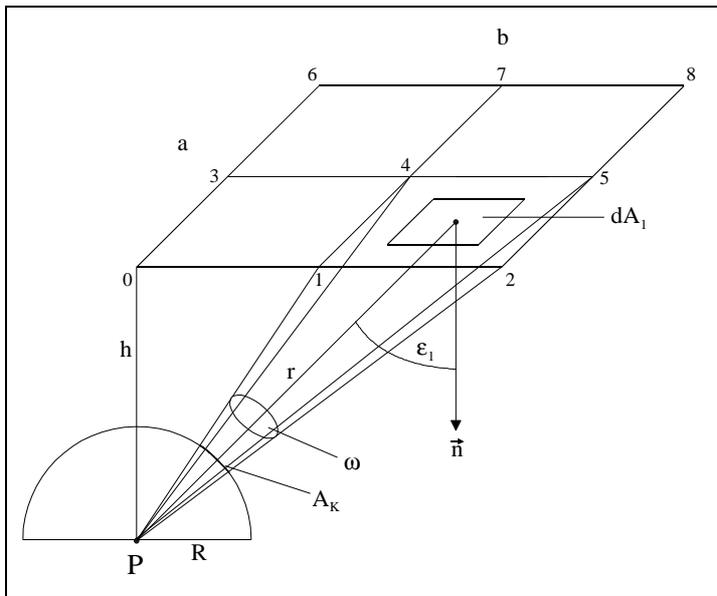


Bild 10.1:
Zur Berechnung des Raumwinkels einer Fläche aus der Sicht eines Punktes P am Beispiel einer Rechteckfläche.

Der Raumwinkel ω im Bild kennzeichnet den Raumwinkel des Rechtecks 1254 aus der Sicht des Beobachters in P

Die zweite Methode besteht darin, um den Beobachtungspunkt P eine beliebig große Kugel zu legen und diejenige Kugeloberfläche zu bestimmen, die die betrachtete Fläche auf der ihr herauschneidet. Der gesuchte Raumwinkel ist dann das Verhältnis der herausgeschnittenen Kugeloberfläche A_K zum Quadrat des Kugelradius, d.h. $\omega = A_K/R^2$.

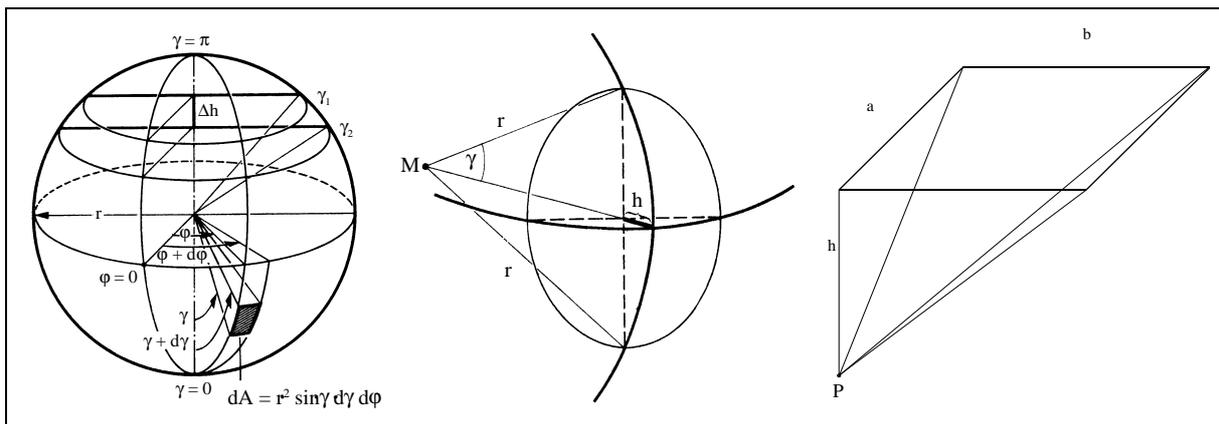


Bild 10.2:
Typische Flächen zur Raumwinkelbestimmung.
Links: Kugелеlement und Kugelzone (Hentschel: "Licht und Beleuchtung", S. 22),
Mitte: Kreisscheibe (Reeb: "Grundlagen der Photometrie", S. 14),
Rechts: Rechteck.

Im allgemeinen ist der Raumwinkel eine Funktion von 2 unabhängigen Variablen. Typische Beziehungen sind Kugелеlement, Kugelzone, Kreisscheibe und Rechteck (siehe Bild 10.2):

Raumwinkel eines Kugелеlementes

$$d\omega = \sin\gamma \cdot d\gamma \cdot d\varphi \quad (10.1)$$

mit:

- γ : dem Azimut- bzw. Breitenwinkel.
- φ : dem Meridianwinkel.

Raumwinkel einer Kugelzone

Die Integration aller Flächenelemente über alle Meridianwinkel zwischen 0 und 2π ergibt für den Raumwinkel einer Kugelzone:

$$d\omega = 2\pi(\cos\gamma_1 - \cos\gamma_2) = 2\pi \cdot d(\cos\epsilon) \quad (10.2)$$

mit:

γ_1, γ_2 : den die Kugelzone begrenzenden Azimutwinkeln.

Raumwinkel einer Kreisscheibe

Nach Gl. (10.2) erhält man für den Raumwinkel eines Kreiskegels:

$$\omega = 2\pi(1 - \cos\gamma) \quad (10.3)$$

mit:

γ : dem halben Öffnungswinkel des Kreiskegels.

Raumwinkel eines Rechtecks

Aus der Sicht eines Punktes unterhalb der Ecke eines Rechteckes gilt für den Raumwinkel der Rechteckfläche

$$\omega = \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{y}{\sqrt{1+y^2}}\right) \quad (10.4)$$

mit:

$x = a/h$; $y = b/h$.

Für z.B. $x = y = 1$ erhält man nach Gl. (10.4) für den Raumwinkel des Rechteckes $\omega = 0,524$ sr. Befindet sich die Ecke der zu bewertenden Rechteckfläche nicht direkt über dem Beobachtungspunkt P, siehe Bild 10.1, dann lässt sich deren Raumwinkel durch eine geeignete Aufteilung von Teilflächen bestimmen. Für die z.B. durch die Eckpunkte 3, 4, 7, 6 in Bild 10.1 gebildete Fläche gilt dann:

$$\omega(3,4,7,6) = \omega(0,2,8,6) - \omega(0,2,5,3) - \omega(0,1,7,6) + \omega(0,1,4,3) \quad (10.5)$$

wobei jeder Teilraumwinkel mit Gl.(10.4) berechnet wird.

Raumwinkelprojektion

Raumwinkelberechnungen sind z.B. erforderlich, wenn die scheinbare Größe einer Lichtquelle benötigt wird, z.B. bei der Berechnung von Blendungsindices.

Die Projektion des Raumwinkels auf ein Flächenelement wird bei der Berechnung von Beleuchtungsstärken benötigt, die auf diesem Flächenelement von ausgedehnten Lichtquellen erzeugt werden. Danach gilt nach Gl. (2.11) bei Einstrahlung durch eine Lichtquelle mit konstanter Leuchtdichte für die Beleuchtungsstärke auf diesem Flächenelement:

$$E = L \int d\omega_p = L \cdot \omega_p$$

wobei für die Raumwinkelprojektion eines Flächenelementes gilt:

$$d\omega_p = d\omega \cdot \cos \varepsilon_2$$

mit:

$d\omega$: dem Raumwinkel des leuchtenden Flächenelementes aus der Sicht eines Punktes P, der sich in der Mitte des beleuchtenden Flächenelementes befindet.

ε_2 : dem Winkel zwischen der Flächennormale des beleuchtenden Flächenelementes und der Einstrahlrichtung des leuchtenden Flächenelementes.

Bild 10.3 zeigt als Beispiel wiederum eine leuchtende Rechteckfläche, die ein horizontales Flächenelement dA_2 beleuchtet. Analog der Berechnung des Raumwinkels wird zunächst die Raumwinkelprojektion eines Flächenelementes dA_1 und danach dessen Summe bzw. Integral berechnet. Bei Anwendung der sog. Kugelmethode ist die Raumwinkelprojektion einer beleuchteten Fläche gleich der Projektion der beleuchteten Kugeloberfläche A_k auf die beleuchtete Flächenneigung.

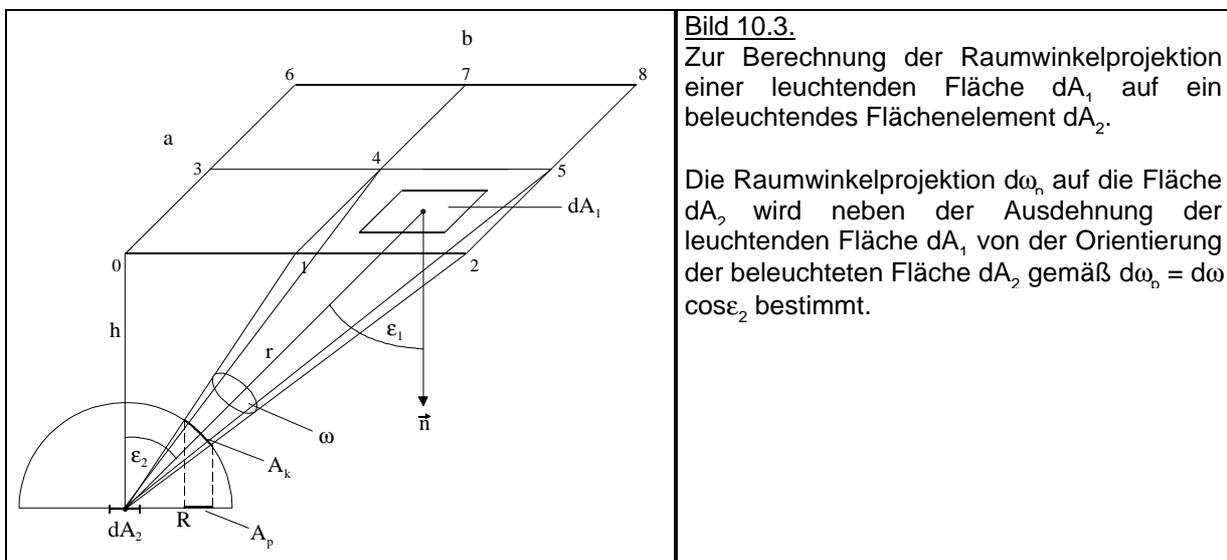


Bild 10.3.

Zur Berechnung der Raumwinkelprojektion einer leuchtenden Fläche dA_1 auf ein beleuchtendes Flächenelement dA_2 .

Die Raumwinkelprojektion $d\omega_p$ auf die Fläche dA_2 wird neben der Ausdehnung der leuchtenden Fläche dA_1 von der Orientierung der beleuchteten Fläche dA_2 gemäß $d\omega_p = d\omega \cos \varepsilon_2$ bestimmt.

Im folgenden sind einige typische Beispiele zusammengestellt (siehe Bild 10.4). Weitere Beispiele sind im folgenden Abschnitt "Lichtstrom-Übertragungsfaktoren" zu finden.

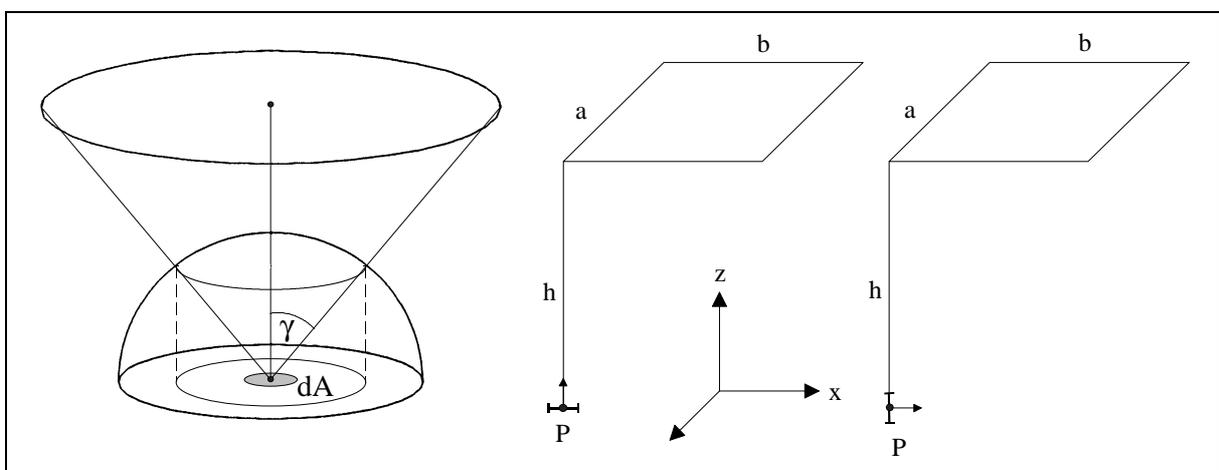


Bild 10.4:

Zur Raumwinkelprojektion von leuchtenden Flächen.

Links: Kreisscheibe

Mitte und Rechts: Rechteckflächen

Raumwinkelprojektion einer Kreisscheibe auf einen Achsenpunkt

$$\omega_p = \pi \cdot \sin^2 \gamma \quad (10.5)$$

mit:

γ : dem halben Öffnungswinkel des Kreiskegels.

Raumwinkelprojektion eines Rechtecks auf ein dazu senkrechtes Flächenelement

$$\omega_{p,h} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \arctan \frac{y}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} \arctan \frac{x}{\sqrt{1+y^2}} \right) \quad (10.6)$$

mit:

$x = b/h$; $y = a/h$ (siehe Bild 10.4 Mitte).

Raumwinkelprojektion eines Rechtecks auf ein dazu paralleles Flächenelement

$$\omega_{p,v} = \frac{1}{2} \left(\arctan \frac{1}{y} - \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \arctan \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \quad (10.7)$$

mit:

$x = a/b$; $y = h/b$ (siehe Bild 10.4 Rechts).

Hinweis:

Die Raumwinkelprojektionen $\omega_{p,h}$ nach Gl. (10.6) und Gl. (10.7) sind äquivalent mit den Raumwinkelprojektionen $\omega_{p,x}$, $\omega_{p,z}$ nach Gl. (9.16), die nach der Konturenmethode berechnet wurden.

Beispiel 10.1:

Ein Raum mit den Abmessungen 6 x 6 m² und einer Höhe von 3 m wird durch eine leuchtende Decke der Leuchtdichte von 100 cd/m² beleuchtet. Man bestimme die horizontale Beleuchtungsstärke auf dem Boden in Raummitte.

Mit $a=b=h=3\text{m}$ bzw. $x = y = 1$ erhält man für die Raumwinkelprojektion eines Viertels der Decke (siehe Bild 10.4 Mitte) nach Gl. (10.6) eine Raumwinkelprojektion von 0,435 sr und für die gesamte Decke: $\omega_p = 1,74$ sr. Die horizontale Beleuchtungsstärke auf dem Boden in Raummitte, die direkt durch die Decke erzeugt wird, ist dann:

$$E = L \cdot \omega_p = 174 \text{ lx.}$$

Hinweis 1:

Mit Hilfe der Konturenmethode erhält man für die Raumwinkelprojektion eines Viertels der leuchtenden Decke nach Bild 9.7 und Gl. (9.16) mit $\beta = \gamma = 45^\circ$ und mit $\beta_1 = \gamma_1 = 35,4^\circ$ erwartungsgemäß den gleichen Wert für die Raumwinkelprojektion von $\omega_{p,z} = 0,435$ sr.

Hinweis 2:

Für die Ecke des Bodens ergibt die Rechnung eine Raumwinkelprojektion von 0,653 sr bzw. eine Beleuchtungsstärke von 65,3 lx. Für die mittlere Beleuchtungsstärke erhält man nach Beispiel 10.2 einen Wert von 130,7 lx

Lichtstrom-Übertragungsfaktoren

Lichtstrom-Übertragungsfaktoren werden zur Berechnung des von einer Fläche 1 auf eine Fläche 2 übertragenen Lichtstroms bzw. zur Berechnung von mittleren Beleuchtungsstärken auf der Fläche 2 benötigt. Der Lichtstrom-Übertragungsfaktor ist definiert als das Verhältnis des von einer Fläche 1 auf eine Fläche 2 übertragenen Lichtstroms zu dem Lichtstrom, den die Fläche 1 insgesamt in den die Fläche 2 enthaltenen Halbraum, abstrahlt, d.h.:

$$\phi_{12} = f_{12} \cdot \phi_{1,0} \quad (10.8)$$

mit:

f_{12} : dem Übertragungsfaktor von der Fläche 1 zur Fläche 2.

f_{12} : dem von der Fläche 1 zur Fläche 2 übertragene Lichtstrom.

$f_{1,0}$: dem von der Fläche 1 insgesamt abgestrahlte Lichtstrom.

Damit gilt mit $f_{12} = L_1 \int \frac{dA_1 \cdot \cos \epsilon_1 \cdot dA_2 \cdot \cos \epsilon_2}{r^2}$ und mit $\phi_{1,0} = \pi \cdot L_1 \cdot A_1$ für den Übertragungsfaktor:

$$f_{12} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{A_1} \iint_{A_2, A_1} \frac{dA_1 \cdot \cos \epsilon_1 \cdot dA_2 \cdot \cos \epsilon_2}{r^2} \quad (10.9)$$

und entsprechend:

$$f_{21} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{A_2} \iint_{A_2, A_1} \frac{dA_1 \cdot \cos \epsilon_1 \cdot dA_2 \cdot \cos \epsilon_2}{r^2} \quad (10.10)$$

wenn A_1 und A_2 die jeweils leuchtende Fläche bedeuten. Somit verhalten sich die übertragenen Lichtströme wie:

$$\phi_{1,0} = \pi L_1 \cdot A_1 \quad (10.11)$$

Daraus schließlich folgen:

$$A_1 \cdot f_{12} = A_2 \cdot f_{21} \quad (10.12)$$

sowie:

$$\frac{\phi_{12}}{\phi_{21}} = \frac{L_1}{L_2}. \quad (10.13)$$

Die übertragenen Lichtströme verhalten sich also wie die Leuchtdichten der dazugehörigen Flächen.

Übertragungsfaktoren wurden besonders im Bereich der Thermodynamik für zahlreiche Flächenkonfigurationen berechnet. (Siehe z.B. R. Siegel, J.R. Howell, Thermal Radiation Transfer, 1972). Zum Beispiel gelten für die in Bild 10.5 dargestellten Flächenkonfigurationen:

Zwei sich gegenüberstehende, parallele Rechtecke (Bild 10.5 links)

$$f_{12} = \frac{2}{\pi \cdot x \cdot y} \left\{ \ln \left(\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+x^2+y^2} \right)^{1/2} + x \cdot \sqrt{1+y^2} \cdot \arctan \frac{x}{\sqrt{1+y^2}} \right. \\ \left. y \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \arctan \frac{y}{\sqrt{1+x^2}} - x \cdot \arctan x - y \cdot \arctan y \right\} \quad (10.14)$$

mit:

$$x = a/c; \quad y = b/c.$$

Zwei sich gegenüberstehende Kreisscheiben (Bild 10.5 Mitte)

$$f_{12} = \frac{1}{2} \left(x - \sqrt{x^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right) \quad (10.15)$$

mit:

$$R_1 = \frac{r_1}{h}; \quad R_2 = \frac{r_2}{h}; \quad x = 1 + \frac{1+R_2^2}{R_1^2}.$$

Zwei unendlich lange Zylinder (Bild 10.5 Rechts)

$$f_{12} = 1 \quad f_{21} = \frac{r_1}{r_2} \quad f_{22} = 1 - \frac{r_1}{r_2} \quad (10.16)$$

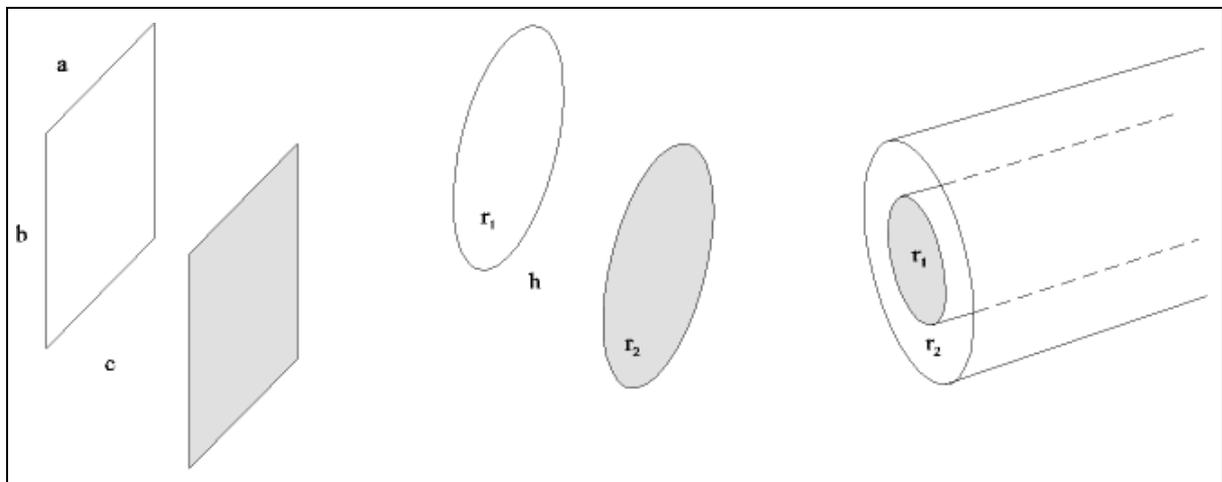


Bild 10.5:

Typische Flächenkonfigurationen für die Lichtstromübertragung.

Links: Zwei sich gegenüberstehende parallele, gleichgroße Rechteckflächen mit den Abmessungen a und b und dem Abstand c.

Mitte: Zwei sich gegenüberstehende Kreisscheiben mit den Radien r_1 und r_2 im Abstand h

Rechts: Zwei konzentrische unendlich lange Zylinder der Radien r_1 und r_2

Beispiel 10.2:

Ein Raum mit den Abmessungen von 6 x 6 m² bei einer Höhe von 3 m wird durch eine leuchtende Decke der Leuchtdichte von 100 cd/m² beleuchtet.

Gefragt ist nach dem Lichtstrom der direkt von der Decke (1) zum Boden (2) fällt.

Nach Gl. (10.14) erhält man mit $x = y = 1$ für den Übertragungsfaktor Decke – Boden $f_{12} = 0,416$.

Damit erhält man für den auf den Boden einfallenden Lichtstrom:

$$\phi_{12} = \pi \cdot f_{12} \cdot L_1 \cdot A_2 = \pi \cdot 0,416 \cdot 100 \cdot 36 = 4705 \text{ lm.}$$

Die mittlere, direkte Beleuchtungsstärke auf dem Boden ist dann $E = \phi_{12} / A_2 = 2260 / 36 = 130,7 \text{ lx.}$

Hinweis: In realen Räumen kommt noch die indirekte Beleuchtungsstärke hinzu, die im allgemeinen erheblich größer ist

Beispiel 10.3:

Eine kreisförmige Lichtquelle beleuchtet gemäß Bild 10.5 eine kreisförmige Fläche. Beide Flächen haben den gleichen Durchmesser von 0,2 m. Der Abstand der Flächen sei gleich dem Durchmesser. Die Leuchtdichte der leuchtenden Fläche sei 100 cd/m². Der Reflexionsgrad der beleuchteten Fläche sei 90 %.

Zu berechnen sind bei Annahme von Lambertstrahlern:

- die mittlere und maximale Beleuchtungsstärke der beleuchteten Fläche
- die mittlere und maximale Leuchtdichte der beleuchteten Fläche

Daten:

$$r_1 = r_2 = 0,1 \text{ m. } h = 0,2 \text{ m. } L_1 = 10\,000 \text{ cd/m}^2. \rho = 0,9. \text{ Flächen } A_1 = A_2 = 0,0314 \text{ m}^2$$

Ergebnisse:

Übertragungsfaktor nach Gl.(10.15): $f_{12} = 0,172$

Von der Lichtquelle in den Halbraum abgestrahlter Lichtstrom: $\phi_{1,0} = \pi L_1 A_1 = 987 \text{ lm}$

– Auf die beleuchtete Fläche auffallender Lichtstrom: $\phi_{12} = f_{21} \phi_{1,0} = 170 \text{ lm}$

– Mittlere Beleuchtungsstärke auf dieser Fläche $E_m = \phi_{12} / A_2 = 5414 \text{ lux}$

– Mittlere Leuchtdichte der beleuchteten Fläche $L_m = 1 / \pi \rho E_m = 1551 \text{ cd/m}^2$

– Maximale Beleuchtungsstärke im Zentrum der beleuchteten Fläche:

$$E_{\max} = \pi L_1 \sin^2(26,56^\circ) = 6283 \text{ lux (Gl.(10.5))}$$

Hinweis: Die beleuchtete Fläche beleuchtet wiederum die leuchtende Fläche. Diese Interflexionen können schrittweise berechnet werden.

Zusammenfassung:

Die Berechnung der mittleren Beleuchtungsstärke auf einer Fläche A_2 , die von einer Fläche A_1 beleuchtet wird, kann mit Hilfe der Lichtstrom-Übertragungsfaktoren erfolgen: Es gilt:

$$E_m = \pi \cdot f_{12} \cdot L_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} \quad (10.18)$$

Die Berechnung von örtlichen Beleuchtungsstärken erfolgt nach dem Raumwinkelprojektionsgesetz gemäß

$$E = \omega_p L_1 \quad (10.19)$$

oder bei Punktlichtquellen nach dem photometrischen Entfernungsgesetz.

10.2 Berechnung der Innenbeleuchtung

Rechentechisch besteht hier die primäre Aufgabe darin, für jeden Raumpunkt die Beleuchtungsstärke in vereinbarten Richtungen der Flächennormale zu berechnen. Aus Beleuchtungsstärkewerten lassen sich dann die spezifischen Kennwerte der Innenbeleuchtung, z.B. Leuchtdichten, Blendungsgrade usw. berechnen.

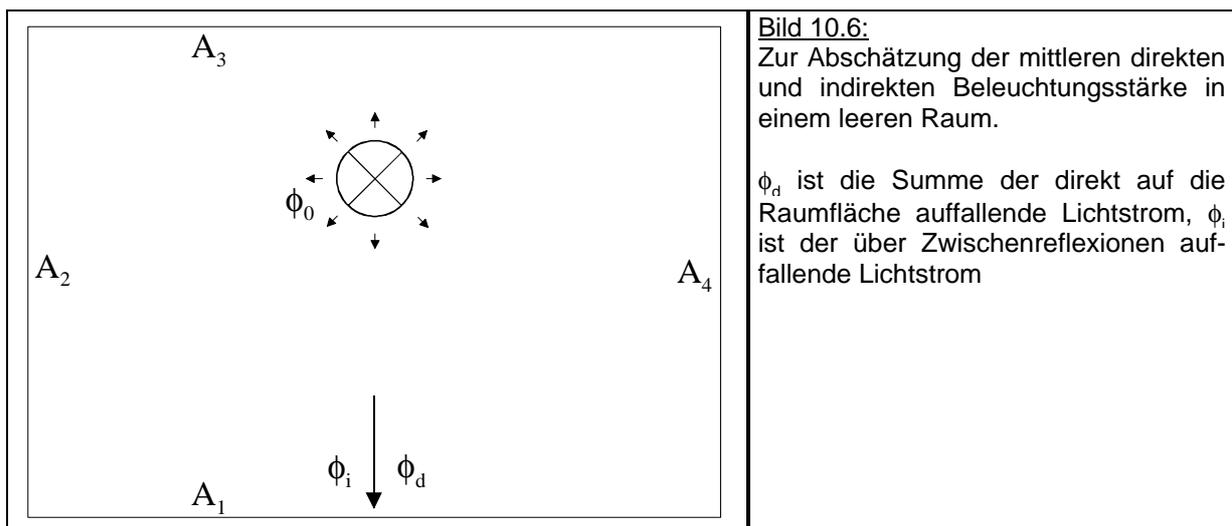
In einem geschlossenen Raum setzt sich die Beleuchtungsstärke in einem beliebigen Raumpunkt stets aus einer direkten und einer indirekten Komponente zusammen. Die direkte Komponente wird verursacht von den im Raum installierten Leuchten sowie dem durch die Fenster direkt auf den betrachteten Punkt einfallenden Tageslicht. Die indirekte Beleuchtungskomponente entsteht durch die Zustrahlung der Raum- und Einrichtungsflächen auf den betrachteten Punkt, die ihrerseits einmal direkt von den Primärlichtquellen und ferner indirekt von allen im Raum befindlichen Flächen beleuchtet wurden.

Eine getrennte Messung der beiden Beleuchtungskomponenten in einem beleuchteten Raum ist praktisch nicht möglich. So würde die Messung der Indirektkomponente eine komplette Abschattung der direkt zustrahlenden Leuchten oder Fenster erforderlich machen und entsprechend wäre zur Messung der Direktkomponente die vollständige Abschattung der zustrahlenden Raumflächen notwendig.

Die Berechnung der direkten Beleuchtungskomponente bereitet keine grundsätzlichen Probleme. Sie erfolgt im allgemeinen mit Hilfe des photometrischen Entfernungsgesetzes. Aufwendig und nicht unproblematisch dagegen ist die Berechnung der Indirektkomponente.

10.2.1 Ein theoretischer Spezialfall

Die praktische Lichtplanung erfordert die Berechnung der örtlichen Beleuchtungsverteilung im allgemeinen als Summe der Direkt- und Indirektkomponenten. Die folgende Betrachtung ermöglicht eine erste Abschätzung der über alle Raumflächen gemittelten Beleuchtungsstärken.



Mittlere direkte Beleuchtungsstärke E_d

Die mittlere direkte Beleuchtungsstärke auf den Raumflächen ist einfach das Verhältnis des von allen Lichtquellen abgestrahlten Lichtstroms ($\sum \phi_0$) zur Summe aller Raumflächen ($\sum A$):

$$E_d = \frac{f_0}{A} \quad (10.19)$$

Mittlere indirekte Beleuchtungsstärke E_i

Diese Beleuchtungsstärke entsteht, wie erwähnt, durch wiederholte Reflexionen des Lichtstroms, der auf die Raumflächen einfällt. Ist ρ_m der mittlere Reflexionsgrad aller Raumflächen, dann gilt für den mittleren indirekten Lichtstrom als Summe aller Reflexionen:

$$\begin{aligned} f_i &= r_m \cdot f_0 + r_m^2 \cdot f_0 + r_m^3 \cdot f_0 + \dots = \\ &= f_0 (r_m + r_m^2 + r_m^3 + \dots) = f_0 \frac{r_m}{1 - r_m} \end{aligned}$$

und damit für die mittlere indirekte Beleuchtungsstärke:

$$E_i = \frac{\phi_0}{A} \cdot \frac{\rho_m}{1 - \rho_m} = E_d \cdot \frac{\rho_m}{1 - \rho_m} \quad (10.20)$$

Mittlere Gesamtbeleuchtungsstärke

Die Summe der direkten und indirekten Beleuchtungsstärke ist dann:

$$E = E_d + E_i = \frac{\phi_0}{A} \cdot \frac{1}{\rho_m} = E_d \cdot \frac{1}{1 - \rho_m} \quad (10.21)$$

| | | | | | | | |
|-----------|-----|------|------|------|------|------|------|
| ρ_m | 0,0 | 0,20 | 0,50 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 0,95 |
| E_i/E_d | 0 | 0,25 | 1,0 | 2,33 | 4,00 | 9,00 | 19,0 |
| E/E_d | 1 | 1,33 | 2,00 | 3,33 | 5,00 | 10,0 | 20,0 |

Tabelle 10.1:

Einfluss des Reflexionsgrades ρ_m der Raumflächen auf das Verhältnis von indirekter- zu direkter Beleuchtungsstärke (E_i/E_d) und von gesamter- zu direkter Beleuchtungsstärke (E/E_d)

Wie die Gleichungen 10.19 bis 10.21 zeigen, wird die direkte Beleuchtungsstärke allein von dem im Raum installierten Lichtstrom und den Raumbegrenzungsflächen bestimmt. Der Anteil der Indirektkomponente hängt zusätzlich noch vom Reflexionsgrad der Raumflächen ab, wie aus Tabelle 10.1 hervorgeht. Bei einem Reflexionsgrad von z.B. 50 % ist die indirekte Komponente gleich groß wie die direkte, d.h. $E_i/E_d = 1$. Bei einem Reflexionsgrad von 90 % ist dieses Verhältnis bereits auf den Wert 9 angestiegen. Dieses Verhalten spricht für möglichst hohe Reflexionsgrade der Raumflächen zur Erzielung hoher Beleuchtungsniveaus.

Für die Praxis ist die Kenntnis der über alle Raumflächen gemittelten Beleuchtungsstärken jedoch nicht ausreichend. Erforderlich ist die örtliche Beleuchtungsverteilung insbesondere in den Arbeitszonen.

10.2.2 Charakterisierung der Beleuchtungsquellen

Natürliche Beleuchtung

Zu unterscheiden sind allgemein natürliche und künstliche Beleuchtung. Zur Charakterisierung der natürlichen Beleuchtung durch Tageslicht wurde eine Reihe von Tageslichtmodellen (siehe z.B. DIN 5034) entwickelt, mit deren Hilfe der durch die Lichtöffnungen eintretende Lichtstrom sowie die örtliche Beleuchtungsverteilung im Raum berechnet werden kann. Die wichtigsten Tageslichtmodelle sind die des bedeckten und klaren Himmels.

Tageslichtplanung bedeutet auch die Bewertung des Sonnenschutzes. Ein wichtiges Hilfsmittel dafür sind die sog. Sonnenstandsdiagramme, aus denen je nach geografischem Ort Sonnenazimut und Sonnenhöhe ermittelt werden können. Bild 10.7 zeigt als typisches Beispiel das Sonnenstandsdiagramm für einen Ort 48° nördlicher Breite.

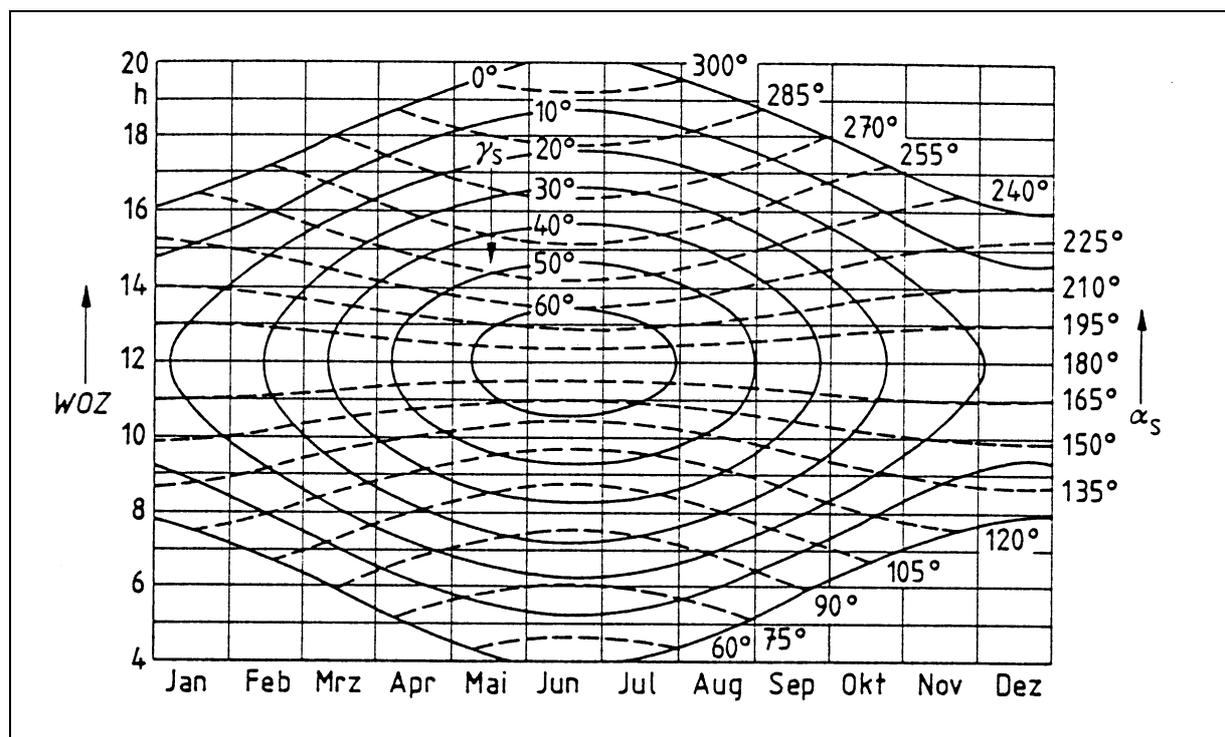


Bild 10.7:

Sonnenstandsdiagramm für einen Ort 48° nördlicher Breite (Karlsruhe: 49°; nach DIN 5034/2).

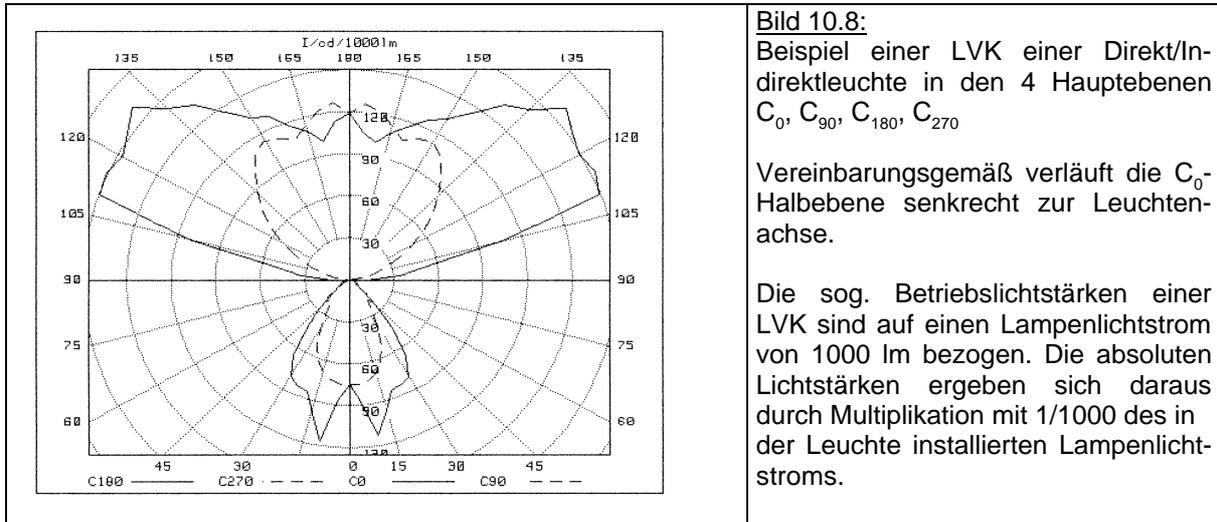
Ein wichtiger Kennwert von mit Tageslicht beleuchteten Räumen ist der sog. Tageslichtquotient (D). Er ist definiert als die horizontale Beleuchtungsstärke (E_p) in einem bestimmten Raumpunkt zur horizontalen Beleuchtungsstärke (E_0) im Freien, die bei Abschattung direkter Sonneneinstrahlung zum gleichen Zeitpunkt wie im Raum vorhanden ist:

$$D = \frac{E_p}{E_0} \cdot 100 \% \quad (10.22)$$

Beträgt z.B. bei bedecktem Himmel die horizontale Beleuchtungsstärke auf dem Erdboden 10 000 lux und werden in einem bestimmten Punkt der Nutzebene eines Raumes gleichzeitig 200 lux gemessen, dann beträgt für diesen Raumpunkt der Tageslichtquotient $D = 2 \%$. Der Tageslichtquotient hängt hauptsächlich ab von der äußeren Verbauung, der Fensteröffnung, der Position im Raum und den Reflexionsgraden der Raumflächen. In Wohn- und Arbeitsräumen z.B. sollte der Tageslichtquotient in Raummitte mindestens 1,2 % betragen.

Künstliche Beleuchtung

Ausgangspunkt der künstlichen Beleuchtung von Innenräumen ist die räumliche Lichtstärkeverteilung (LVK) der verwendeten Leuchten. Bild 10.8 zeigt als typisches Beispiel die LVK einer direkt-indirektstrahlenden Leuchte in den C-Hauptebenen.



Üblicherweise wird in der Praxis die LVK einer Leuchte im sog. C-Ebenensystem angegeben, deren gemeinsame Schnittgerade das Lot durch den Lichtschwerpunkt der Leuchte bildet. Ist φ der Winkelabstand zwischen den C-Ebenen und γ der von dem Leuchtenlot zählende Ausstrahlungswinkel, dann kennzeichnet $I(\varphi, \gamma)$ die im allgemeinen richtungsabhängige Lichtstärke bzw. LVK der jeweiligen Leuchte.

10.2.3 Berechnungsverfahren

Die in der Innenbeleuchtung üblichen Berechnungsverfahren unterscheiden sich in ihren Methoden zur Erfassung der indirekten Beleuchtungsstärke. Beim sog. Radiosity-Verfahren werden die auf die Raumflächen auftreffenden Lichtströme mit Hilfe eines linearen Lichtstrom-Übertragungsmodells berechnet. Das Ergebnis ist die Summe aus der Direkt- und Indirektkomponente, so dass daraus bei bekannter Direktkomponente die Indirektkomponente berechnet werden kann.

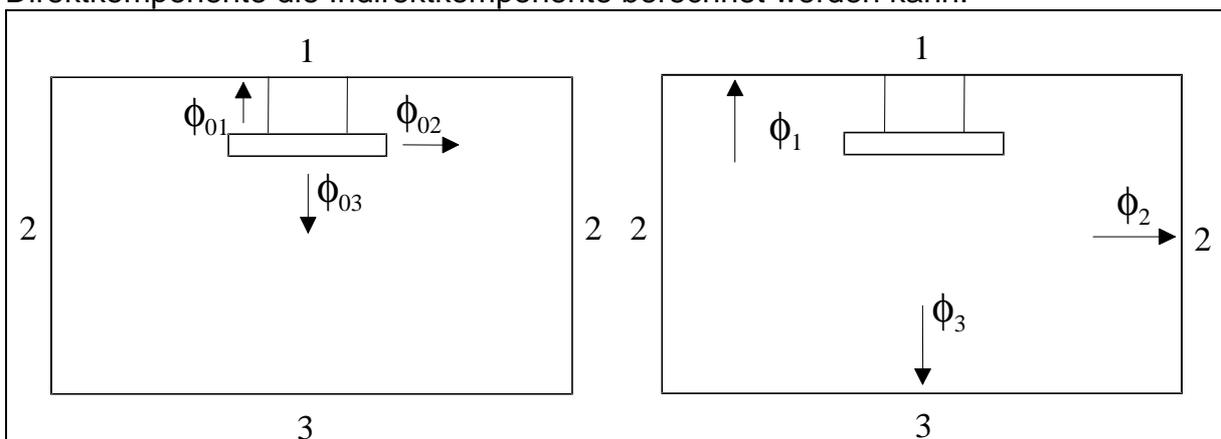


Bild 10.9:

Zum Radiosity- bzw. linearen Lichtstromverfahren. Jede Teilfläche des Raumes wird direkt von den Leuchtenlichtströmen ϕ_{01}, ϕ_{02} usw., d.h. den sog. Primärlichtströmen beleuchtet (links). Die Lichtströme ϕ_1, ϕ_2 usw. sind die insgesamt auf die Raumflächen auffallenden Lichtströme. Sie enthalten den Direktanteil bzw. die Primärlichtströme sowie den Indirektanteil der Beleuchtung (rechts).

Beim sog Raytracing-Verfahren werden die von der Lichtquelle ausgehenden und von den Objekten reflektierten Lichtstrahlen im einzelnen verfolgt. Das an der Universität Berkeley entwickelte Programmpaket RADIANCE ist die Grundlage von photorealistischen Lichtplanungsprogrammen, bei denen vor allem der visuelle Eindruck von beleuchteten Räumen modelliert werden soll und es auf die Erfassung der genauen lichttechnischen Daten nicht so sehr ankommt.

Die Berechnung der Beleuchtung bei der üblichen lichttechnischen Planung erfolgt heute im allgemeinen mit Programmen, die auf dem linearen Lichtstromverfahren (Radiosity-Verfahren) beruhen. Im folgenden werden die zu Grunde liegenden Berechnungsmethoden erläutert.

Ausgangspunkt dieser Methode ist die Bestimmung des auf die Raumflächen auffallenden Lichtstroms. Dazu wird der betrachtete Raum im Prinzip in beliebig viele Teilflächen unterteilt. Die minimalste Aufteilung ist die Unterteilung in die Flächen Decke, Wände, Boden.

Wie Bild 10.9 zeigt, setzt sich der auf die Decke (1) auffallende Lichtstrom zusammen aus dem Primärlichtstrom ϕ_{01} sowie aus Zustrahlungen der Wände und des Bodens. Entsprechendes gilt für die Lichtströme, die auf die Wände und den Boden auffallen. Insgesamt gilt also bei Annahme diffuser Reflexionen der Wandflächen:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \phi_{01} + \rho_2 \cdot f_{21} \cdot \phi_2 + \rho_3 \cdot f_{31} \cdot \phi_2 + 0 \\ \phi_2 &= \phi_{02} + \rho_2 \cdot f_{22} \cdot \phi_2 + \rho_3 \cdot f_{32} \cdot \phi_2 + f_{12} \cdot \phi_1 \\ \phi_3 &= \phi_{03} + \rho_2 \cdot f_{23} \cdot \phi_2 + \rho_1 \cdot f_{13} \cdot \phi_1\end{aligned}\tag{10.23}$$

Es bedeuten:

- ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 : die auf die Raumflächen 1,2,3 auffallenden Lichtströme.
- ρ_1, ρ_2, ρ_3 : die Reflexionsgrade der Raumflächen.
- f_{21}, f_{31}, \dots : die Lichtstrom-Übertragungsfaktoren nach Gl.(10.9).
- $\phi_{01}, \phi_{02}, \phi_{03}$: die direkt auf die Raumflächen auffallenden Lichtströme, die sog. Primärlichtströme.

Bei Unterteilung des Raumes in n-Teilflächen erhält man ein Gleichungssystem mit n Gleichungen, aus denen die auf diese Teilflächen auffallenden Lichtströme ϕ_1 bis ϕ_n berechnet werden. Daraus sind dann auch die Beleuchtungsstärken gemäß $E = \phi/A$ und die Leuchtdichte gemäß $L = 1/\pi \cdot \rho \cdot E$ bekannt, wenn A die beleuchtete Fläche und ρ die Reflexionsgrade der Teilflächen bedeuten, wobei ideal diffuse Reflexion vorausgesetzt wird. Spiegelreflexionen werden mit dieser Methode nicht erfasst.

Die geschlossene Lösung des Gleichungssystems (10.23) führt zu dem sog. Interflextionsverfahren. Bei einer feineren Raumunterteilung erweist sich eine geschlossene Lösung als unhandlich. Praktisch wird heute für jede individuelle Raumunterteilung das Gleichungssystem (10.23) iterativ gelöst, wobei die Anzahl der Iterationsschritte von der vorgegebenen Genauigkeit und der Rechnerleistung abhängt.

Je feiner die Raumunterteilung, umso genauer lässt sich die örtliche Beleuchtungsverteilung simulieren. Das Prinzip der Flächenaufteilung lässt sich auch auf mit Möbeln eingerichtete Räume erweitern. Der Rechenaufwand dieses Verfahrens steigt mit der Anzahl der Teilflächen exponentiell an.

Die Berechnung von Beleuchtungsstärken erfolgt nicht nur für Raumflächen oder sonstige Einrichtungsebenen. Sie kann auch für virtuelle Flächen mit beliebigen Richtungen der Flächennormale durchgeführt werden. Besonders interessante Flächen sind z.B. die sog. Nutzebene, die 0,85 m parallel über dem Fußboden liegt oder Arbeitsflächen, z.B. Tische.

Interflexions-Wirkungsgrade

Für den speziellen, aber praktisch wichtigen Fall des Dreiflächers Decke, Wände, Boden ergibt die Lösung des Gleichungssystems (10.23) folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \eta_{11} \cdot \phi_{01} + \eta_{12} \cdot \phi_{02} + \eta_{13} \cdot \phi_{03} \\ \phi_2 &= \eta_{21} \cdot \phi_{01} + \eta_{22} \cdot \phi_{02} + \eta_{23} \cdot \phi_{03} \\ \phi_3 &= \eta_{31} \cdot \phi_{01} + \eta_{32} \cdot \phi_{02} + \eta_{33} \cdot \phi_{03}\end{aligned}\tag{10.24}$$

Hier bedeuten η_{ij} ($i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 3$) die sogenannten Interflexions-Wirkungsgrade. Die auf die Raumflächen auffallenden Lichtströme sind danach die Summe der mit den Interflexions-Wirkungsgraden gewichteten Primärlichtströme.

Allgemein hängen die Interflexions-Wirkungsgrade von den Raumabmessungen a/h und b/h ab, wenn a, b die Länge bzw. Breite und h die Raumhöhe bedeuten. Es lässt sich zeigen, dass die Interflexions-Wirkungsgrade praktisch nur von einem einzigen Raumfaktor abhängen, nämlich dem sog. Raumindex:

$$k = \frac{a \cdot b}{h \cdot (a + b)}\tag{10.25}$$

Tabelle 10.2 zeigt als typisches Beispiel die Interflexions-Wirkungsgrade für Räume mit einer typischen Kombination für die Reflexionsgrade der Raumflächen. Solche Tabellen lassen sich für beliebige Reflexionsgradkombinationen berechnen.

Tabelle 10.2:

Interflexions-Wirkungsgrade in Abhängigkeit von dem Raumindex k und dem Reflexionsgrad von Decke (1), Wände (2) und Boden (3).

| k | $\rho_1 = 0,8$ | | | $\rho_2 = 0,5$ | | | $\rho_3 = 0,1$ | | |
|-----|----------------|-------------|-------------|----------------|-------------|-------------|----------------|-------------|-------------|
| | η_{11} | η_{12} | η_{13} | η_{21} | η_{22} | η_{23} | η_{31} | η_{32} | η_{33} |
| 0,5 | 1,11 | 0,16 | 0,04 | 1,03 | 1,60 | 0,15 | 0,29 | 0,18 | 1,02 |
| 0,6 | 1,11 | 0,18 | 0,04 | 0,94 | 1,55 | 0,14 | 0,34 | 0,21 | 1,02 |
| 0,7 | 1,12 | 0,19 | 0,05 | 0,87 | 1,51 | 0,13 | 0,38 | 0,23 | 1,03 |
| 0,8 | 1,12 | 0,20 | 0,05 | 0,80 | 1,47 | 0,12 | 0,42 | 0,25 | 1,03 |
| 1,0 | 1,12 | 0,22 | 0,06 | 0,70 | 1,41 | 0,11 | 0,47 | 0,28 | 1,04 |
| 1,5 | 1,12 | 0,24 | 0,07 | 0,52 | 1,31 | 0,09 | 0,58 | 0,33 | 1,05 |
| 2,0 | 1,12 | 0,25 | 0,08 | 0,41 | 1,25 | 0,07 | 0,64 | 0,36 | 1,05 |
| 3,0 | 1,11 | 0,27 | 0,09 | 0,28 | 1,18 | 0,05 | 0,71 | 0,39 | 1,06 |
| 4,0 | 1,10 | 0,27 | 0,09 | 0,22 | 1,14 | 0,04 | 0,74 | 0,41 | 1,07 |
| 5,0 | 1,10 | 0,28 | 0,10 | 0,18 | 1,12 | 0,03 | 0,77 | 0,43 | 1,07 |

Die Interflexions-Wirkungsgrade in Gl. (10.24) lassen sich als Lichtstromverhältnisse interpretieren. So gilt z.B.:

$$\eta_{31} = \frac{\phi_3}{\phi_{01}} \quad \text{mit} \quad \phi_{02} = \phi_{03} = 0$$

Befindet sich also in dem zu kennzeichnenden Raum eine Lichtquelle, die nur die Decke beleuchtet, dann ist η_{31} das Verhältnis des auf den Boden auffallenden Lichtstroms (ϕ_3) zu dem primären Lichtstrom (ϕ_{01}).

Sind die Primärlichtströme, d. h. die direkt auf die Raumflächen Decke, Wände, Boden auffallenden Lichtströme ϕ_{01} , ϕ_{02} , ϕ_{03} bekannt, dann lassen sich mit Hilfe der Interflexions-Wirkungsgrade gemäß Tabelle 10.2 die mittleren Beleuchtungsstärken auf die Raumflächen ermitteln, wie im folgenden Beispiel 10.4 erläutert wird. Dabei wird vereinfacht angenommen, dass der Raum um die sog Nutzebene (0,85 m über dem Boden) verkürzt ist.

Beispiel 10.4: Beleuchtungsberechnung mittels Interflexions-Wirkungsgraden

Von einem Raum mit den Abmessungen seien gegeben:

$a = 4 \text{ m}$, $b = 6 \text{ m}$, $h = 2,4 \text{ m}$, $h_n = h - 0,85 = 1,55 \text{ m}$

Primärlichtströme:

Decke: $\phi_{01} = 2700 \text{ lm}$; Wände: $\phi_{02} = 3070 \text{ lm}$; Nutzebene: $\phi_{0n} = 3290 \text{ lm}$

Reflexionsgrade:

Decke: $\rho_1 = 0,8$; Wände: $\rho_2 = 0,5$; Boden: $\rho_3 = 0,1$

Daraus folgen:

Raumindex: $k = \frac{a \cdot b}{h_n(a + b)} = 1,55$

Interpolierte Interflexions-Wirkungsgrade nach Tabelle 10.2

$\eta_{31} = 0,59$ $\eta_{32} = 0,33$ $\eta_{33} = 1,05$

Auf die Nutzebene auffallender Lichtstrom

$\phi_{on} = \eta_{31} \cdot \phi_{01} + \eta_{32} \cdot \phi_{02} + \eta_{33} \cdot \phi_{03} = 0,59 \cdot 2700 + 0,33 \cdot 3070 + 1,05 \cdot 3290$

$\phi_{on} = 6060,6 \text{ lm}$

Mittlere Beleuchtungsstärke in der Nutzebene

$E = \frac{\phi_{on}}{a \cdot b}$

$E = 252,5 \text{ lx}$

Wirkungsgradverfahren

Ausgangspunkt dieses Projektionsverfahrens ist eine Raumunterteilung gemäß Bild (10.8) in die Teilflächen Decke, Wände, Boden. Zur näherungsweise Bestimmung des auf die Nutzfläche einfallenden Lichtstroms wird nach der Methode des verkürzten Raumes der betrachtete Raum durch den Raumindex

$$k_n = \frac{a \cdot b}{h_n(a + b)}$$

gekennzeichnet. Der auf die Nutzebene auffallende Lichtstrom ist dann:

$$\phi_n = \eta_{31} \cdot \phi_{01} + \eta_{32} \cdot \phi_{02} + \eta_{33} \cdot \phi_{0n} \quad (10.26)$$

wenn ϕ_{0n} den Primärlichtstrom zur Nutzebene bedeutet. Weil die Nutzebene nur virtuell ist und somit nicht reflektiert, wird man mit dieser Methode etwas zu große Werte für ϕ_n erhalten. Die Abweichungen sind jedoch nicht erheblich und lassen sich durch spezielle Korrekturverfahren, z.B. mit Hilfe eines effektiven Hohlraumreflexionsgrades, weiter verringern.

Zur Berechnung der mittleren Beleuchtungsstärke in der Nutzebene wird zweckmäßigerweise ein sog. Raumwirkungsgrad als Verhältnis des auf die Nutzebene fallenden Lichtstroms zum aus der Leuchte austretenden Lichtstrom definiert:

$$\eta_R = \frac{\phi_n}{\phi_{Le}} = \frac{\eta_{31} \cdot \phi_{01} + \eta_{32} \cdot \phi_{02} + \eta_{33} \cdot \phi_{03}}{\phi_{01} + \phi_{02} + \phi_{03}} \quad (10.27)$$

Hier bedeuten:

ϕ_n : der auf die Nutzebene fallende Lichtstrom.

ϕ_{Le} : der insgesamt von den Leuchten in den Raum abgestrahlte Lichtstrom.

Bei bekannten Primärlichtströmen, Raumabmessungen und Reflexionsgraden ist somit auch der Raumwirkungsgrad bekannt. Andererseits kann Gl. (10.27) auch geschrieben werden:

$$\eta_R = \frac{\phi_N}{\sum \phi_{Le}} = \frac{E_n \cdot A_n}{N \cdot z \cdot v \cdot \eta_{LB} \cdot \phi_{La}} \quad (10.28)$$

Für die mittlere Beleuchtungsstärke auf der Nutzfläche gilt dann:

$$E_n = \eta_R \cdot \eta_{LB} \cdot N \cdot z \cdot v \cdot \frac{\phi_{La}}{A_n} \quad (10.29)$$

Es bedeuten:

E_n : die mittlere Beleuchtungsstärke auf der Nutzebene.

η_R : der Raumwirkungsgrad.

η_{LB} : der Leuchten-Betriebswirkungsgrad der Leuchte.

N : die Anzahl der gleichartigen Leuchten.

v : der Verminderungsfaktor z.B. 0,80 (Wartungsfaktor 1,25).

z : die Anzahl der Lampen in einer Leuchte.

A_n : die Nutzfläche des Raumes (= a·b).

ϕ_{La} : der Lichtstrom einer Lampe.

Der sog. Beleuchtungswirkungsgrad η_B als Produkt von Raum und Leuchten-Betriebswirkungsgrad wird heute von den Herstellern in den Leuchten-Katalogen in Form einer Tabelle in Abhängigkeit vom Raumindex (k) und üblichen Reflexionsgrad-

Kombinationen angegeben. Damit lässt sich die erforderliche Leuchtenanzahl bestimmen.

E_n in Gl. (10.29) ist die Summe aus der direkten und indirekten Komponente. Daraus folgt aber für die indirekte Beleuchtungsstärke:

$$E_{in} = E_n \left(1 - \frac{\eta_{R,0}}{\eta_R} \right) \quad (10.30)$$

wobei $\eta_{R,0}$ der Raumwirkungsgrad für den vollkommen schwarzen Raum bedeutet, der in den Tabellen der Beleuchtungswirkungsgrade mitangegeben ist.

Somit lässt sich auch nach dem Wirkungsgradverfahren die örtliche Verteilung der Beleuchtungsstärke in der Nutzebene zumindest gut abschätzen. Ist $E_d(x, y)$ die direkte Beleuchtungsstärke im Punkt x, y der Nutzebene, so gilt für die gesamte Beleuchtungsstärke in diesem Punkt:

$$E(x,y) = E_d + E_{in} \quad (10.31)$$

mit E_{in} nach Gl. (10.30).

Bei vollständig bekannten Interflexions-Wirkungsgraden z.B. gemäß Tabelle 10.2 lassen sich auch die Beleuchtungsstärken auf den Wänden und der Decke sowie auch deren Leuchtdichte bestimmen.

LiTG-Wirkungsgradverfahren

Die Berechnung von mittleren Beleuchtungsstärken nach dem Wirkungsgradverfahren gemäß Gl. (10.29) erfordert die Berechnung der Primärlichtströme, die allgemein von den Raumabmessungen und der räumlichen Lichtstärkeverteilung der verwendeten Leuchten abhängen. Mit Hilfe des LiTG-Wirkungsgradverfahrens lässt sich für Zwecke erster, orientierender Lichtberechnungen der Rechenaufwand, der insbesondere bei der Berechnung der Primärlichtströme auftritt, erheblich reduzieren.

Bei diesem vereinfachten Wirkungsgradverfahren wird von einer regelmäßigen Leuchtenanordnung bei 2 Beleuchtungsarten ausgegangen. Einmal für den Fall von Deckenleuchten und zweitens für den Fall von abgependelten Leuchten. Die Primärlichtströme wurden für eine Anzahl von etwa 60 Leuchtentypen, die sich in ihrer LVK unterscheiden, vorausberechnet. Für diese durch 3 Leuchtenkennzahlen charakterisierten Leuchtentypen wurden die Raumwirkungsgrade in Abhängigkeit der Raumindizes und der Reflexionsgrade der Raumflächen tabelliert. Damit lassen sich dann bei bekannten Leuchten-Betriebswirkungsgrad die mittleren Beleuchtungsstärken, aufgeteilt in den direkten und indirekten Anteil, in der Nutzebene bestimmen. Häufig wird dieses LiTG-Verfahren auch bei komplexen Berechnungsverfahren den Detailberechnungen vorgeschaltet, um zunächst bei gegebenen Beleuchtungsniveaus die Anzahl der benötigten Leuchten zu bestimmen.

Üblicherweise findet man heute in den technischen Informationen renommierter Leuchtenhersteller neben Tabellen und Grafiken der räumlichen Lichtstärkeverteilung der Leuchten auch Tabellen mit den Beleuchtungswirkungsgraden entsprechend dem LiTG-Wirkungsgradverfahren. Das Vorgehen zur Berechnung der mittleren Beleuchtungsstärke mit Hilfe dieser Daten erläutert das folgende Beispiel 10.4.

Beispiel 10.4:

Berechnung der Beleuchtungsstärken nach dem LiTG-Wirkungsgradverfahren

Für eine direkt-/indirekt-strahlende Pendelleuchte gelten z.B. nach Herstellerangaben folgende Beleuchtungs-Wirkungsgrade (in %):

| | | | | | |
|---------------|------|------|------|------|----|
| ρ -Decke | 0,80 | 0,80 | 0,50 | 0,30 | 0 |
| ρ -Wände | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,30 | 0 |
| ρ -Boden | 0,30 | 0,10 | 0,30 | 0,10 | 0 |
| $k = 0,6$ | 39 | 37 | 32 | 23 | 16 |
| $k = 0,8$ | 48 | 45 | 38 | 28 | 20 |
| $k = 1,0$ | 55 | 51 | 43 | 32 | 23 |
| $k = 1,5$ | 67 | 61 | 52 | 39 | 28 |
| $k = 2,0$ | 74 | 66 | 57 | 42 | 31 |
| $k = 3,0$ | 82 | 72 | 62 | 47 | 34 |
| $k = 5,0$ | 90 | 77 | 68 | 51 | 37 |

Leuchten-Betriebswirkungsgrad $\eta_{LB} = 0,88$:

Leuchten bestückt mit 2 x 36W Lampen zu je 2600 lm.

Daraus folgen z.B. für einen Raum mit den Abmessungen $a = 8$ m, $b = 5$ m, $h = 2,9$ m und den Reflexionsgraden $\rho_{Decke} = 0,80$; $\rho_{Wände} = 0,50$; $\rho_{Boden} = 0,30$:

Raumindex: $k = \frac{a \cdot b}{h_n(a + b)} = 1,50$

Beleuchtungswirkungsgrad: $\eta_B = 0,67$

Daraus folgt für die benötigte Leuchtenanzahl:

Erforderliche mittlere Beleuchtungsanzahl in der Nutzebene $E_n = 500$ lux

Verminderungsfaktor: $v = 0,75$ (Wartungsfaktor 1,33)

Lampenanzahl: $z = 2$

Lampenlichtstrom: $\phi_{La} = 2600$ lm. Raumfläche $A_n = a \cdot b = 40$ m²

Nach Gl. (10.29) gilt für die Mindest-Lampenanzahl: $N = 7,65$.

Mit $N = 8$ gewählten Leuchten beträgt dann der Neuwert der mittleren Beleuchtungsstärke:

$$E_n = \eta_B \cdot N \cdot z \cdot \frac{\phi_{La}}{A} = 0,67 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \frac{2600}{40} = 697 \text{ lx}$$

Davon entfällt gemäß Gl. (10.30) auf die mittlere indirekte Beleuchtungsstärke:

$$E_{in} = E_n \cdot \left(1 - \frac{\eta_{B,0}}{\eta_B}\right) \text{ mit } \eta_B = 0,28 \text{ nach obiger Tabelle } E_{in} = 406 \text{ lux.}$$

Die mittlere Beleuchtungsstärke in der Nutzebene setzt sich in diesem Beispiel demnach zu etwa 58 % aus einer Indirekt- und zu den restlichen 42 % aus einer Direktkomponente zusammen.

10.3 Berechnung der Außenbeleuchtung

Die lichttechnischen Anforderungen an die Straßenbeleuchtung basieren auf Leuchtdichten im Gegensatz zur Innenbeleuchtung, wo die Anforderungen auf Beleuchtungsstärken beruhen.

Die grundlegende Beziehung zur Berechnung einer Fahrbahnleuchtdichte lautet:

$$L = q \cdot E \quad (10.32)$$

Es bedeuten:

- L die Leuchtdichte eines Fahrbahnpunktes aus der Sicht des Beobachters
- q der sog. Leuchtdichtekoeffizient der Fahrbahn ($\text{cd/m}^2/\text{lx}$)
- E die Beleuchtungsstärke auf der betrachteten Fahrbahnoberfläche.

Straßenbeläge haben sehr komplexe Reflexionseigenschaften, die abhängen von

- der Beleuchtungs- und Beobachtungsgeometrie
- der Art des Belages
- der Witterung und dem Alterungszustand.

Voraussetzungen

Die Geometrie und die maßgeblichen Größen zur Berechnung einer Fahrbahnleuchtdichte zeigt Bild 10.9.

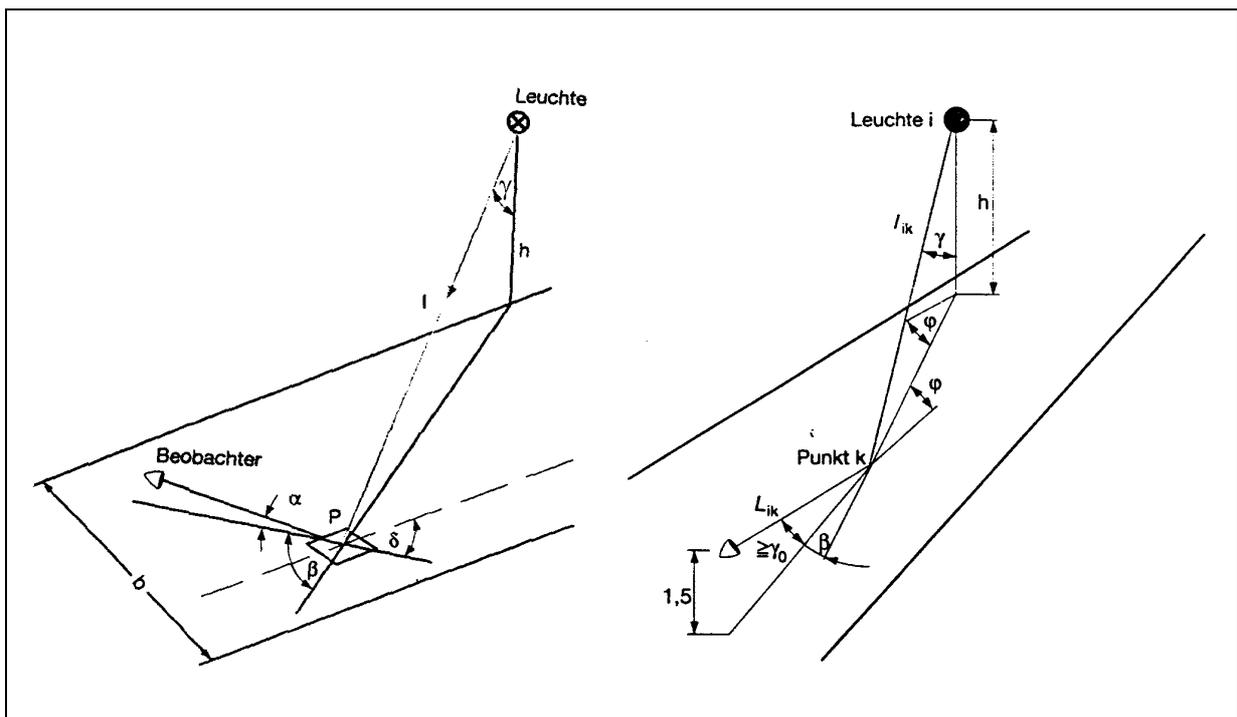


Bild 10.9:

Links: Die maßgeblichen Größen zur Berechnung von Straßenleuchtdichten

Rechts: Die tatsächlich berücksichtigten Winkelgrößen zur Kennzeichnung der Reflexionseigenschaften von Straßenbelägen.

Die Position des Beobachters zur Leuchte, die ein Fahrbahnelement beleuchtet, wird durch die Winkel α , β , γ und δ bestimmt.

Der Winkel δ kennzeichnet die Isotropie des Belages, sein Einfluss wird i.a. vernachlässigt. Auch der Einfluss des Beobachtungswinkels α wird i.a. außer Acht gelassen. Er wird für praktische Berechnungen zu 1° angenommen. (Bei einer Fahrerhöhe von 1,5 m und einem Beobachtungsabstand von 60 bis 160 m liegt er zwischen $0,5^\circ$ und $1,5^\circ$.)

Aus praktischer Sicht hängt daher der Leuchtdichtekoeffizient von 2 Winkelgrößen ab:

1. dem Lichteinstrahlwinkel γ zum Fahrbahnelement, gemessen zwischen Flächennormale und Lichteinstrahlrichtung. Er entspricht dem Ausstrahlungswinkel der Leuchte.
2. dem Positionswinkel β zwischen Lichteinfallebene und Beobachtungsebene.

Für die Leuchtdichte eines Fahrbahnelementes in Richtung zum Beobachter gilt

$$L = q(\beta, \gamma) \cdot E = q(\beta, \gamma) \cdot \frac{I(\varphi, \gamma)}{r^2} \cos \gamma = \frac{I}{h^2} \cos^3(\gamma) \cdot q(\beta, \gamma) \quad (10.33)$$

mit der Abkürzung $r(\beta, \gamma) = q(\beta, \gamma) \cdot \cos^3 \gamma$ erhält man

$$L = \frac{I(\varphi, \gamma)}{h^2} \cdot r(\beta, \gamma) \quad (10.34)$$

Es bedeuten:

- L die Leuchtdichte eines Fahrbahnelementes in Richtung zum Beobachter
- $I(\varphi, \gamma)$ die Lichtstärke in Richtung zum Fahrbahnelement, die durch die Winkel φ und γ beschrieben werden
- h die Lichtpunkthöhe
- $r(\beta, \gamma)$ der reduzierte Leuchtdichtekoeffizient. β ist der Winkel zwischen Beobachtungsebene und Lichteinfallebene. γ ist der Lichteinstrahlwinkel zum Fahrbahnelement.

Gl. (10.33) und Gl. (10.34) sind die Basis der Leuchtdichteberechnung von Straßen. Plätze und Kurven sind allerdings kaum einer Leuchtdichtetechnik zugänglich, so dass hier die Beleuchtungsstärken als maßgebliche Kenngrößen herangezogen werden. Gleiches gilt für die Sportstättenbeleuchtung.

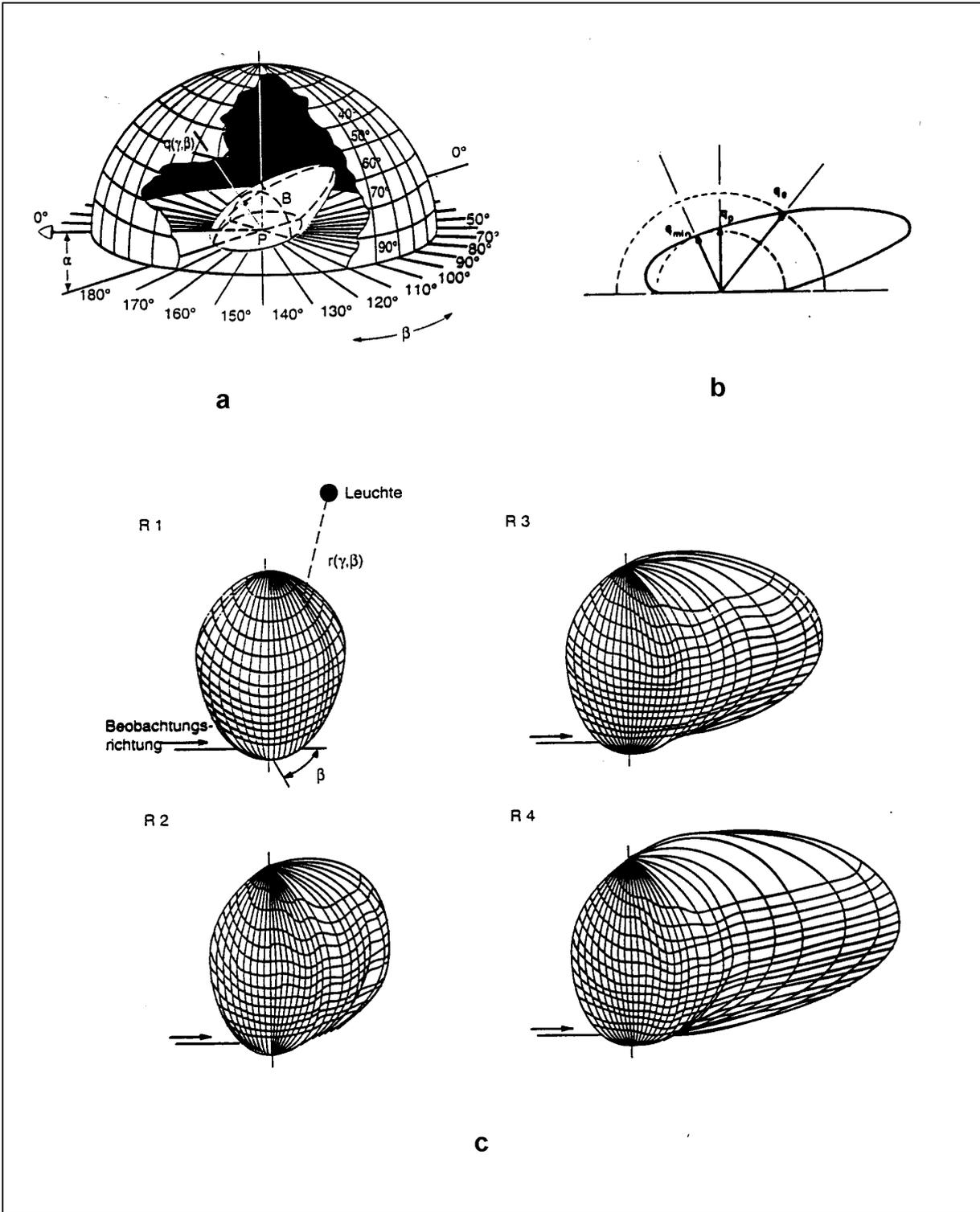


Bild 10.10:
 Reflexionskörper von Straßenbelägen.
 a: Schematischer q-Körper
 b: Schnitt durch den q-Körper
 c: Standardisierte R-Körper für trockene Fahrbahnbeläge.

Reflexionskenngrößen

Bild 10.10a zeigt schematisch eine räumliche Darstellung des Leuchtdichtekoeffizienten. Die Punkte der Hüllflächen sind Leuchtdichtekoeffizienten in Richtung zum Beobachter bei der jeweiligen Lichteinstrahlung.

Leuchtdichtekoeffizient q_0 :

Der gesamte Inhalt des q-Körpers lässt sich durch eine Halbkugel mit dem Radius q_0 darstellen. Bild 10.10b. Für diesen mittleren Leuchtdichtekoeffizienten gilt daher

$$q_0 = \frac{1}{\omega_0} \cdot \int q(\gamma, \varphi) d\omega \quad (10.35)$$

Der Raumwinkel ω_0 entspricht theoretisch dem oberen Halbraumwinkel, d.h. $\omega_0 = 2\pi$. Für praktische Zwecke wurde ein Bereich gemäß Bild 10.11 definiert. Es hat sich gezeigt, dass die mittlere Fahrbahnleuchtdichte sehr hoch mit q_0 korreliert.

Bei heutigen Straßenbelägen liegt q_0 bei $0,07 \text{ (cd/m}^2\text{)/lx}$. Zur Erzielung einer mittleren Fahrbahnleuchtdichte von z.B. 1 cd/m^2 muss danach die mittlere Fahrbahn-Beleuchtungsstärke etwa 14 lx betragen.

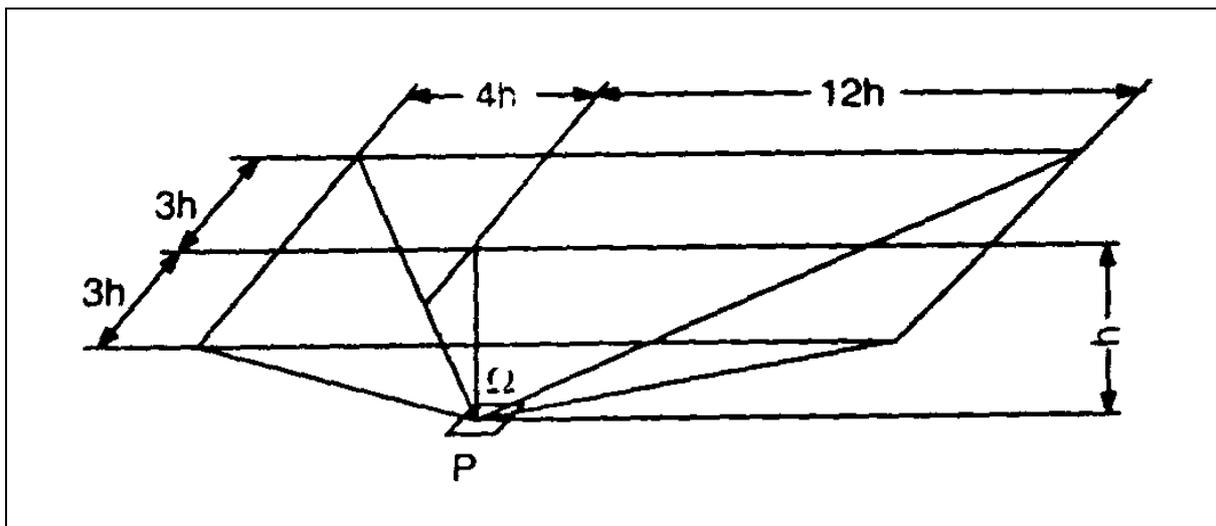


Bild 10.11:

Praktischer Raumwinkelbereich zur Ermittlung der q-Werte.

Spiegelfaktoren

Zur Beschreibung der Spiegeleigenschaften von Fahrbahnbelägen wurden verschiedene Kenngrößen definiert.

Der Spiegelfaktor χ_p bzw. S_2 ist definiert zu

$$\chi_p = \lg \frac{q_0}{q_{p(0,0)}} = \lg S_2 \quad (10.36)$$

Glatte Straßen ergeben einen mehr langgestreckten q-Körper mit relativ geringen q_p -Werten. Je größer χ_p eines Fahrbahnbelags, umso mehr spiegelt er.

Der Spiegelfaktor S_1 ist direkt als Verhältnis zweier r -Werte definiert, und zwar zu:

$$S_1 = \frac{r(\beta = 0, \tan \gamma = 2)}{r(0,0)} \quad (10.37)$$

Der Winkel $\gamma = \arctan 2$ kennzeichnet einen Straßenpunkt etwa in der Mitte zweier Straßenleuchten. S_1 beschreibt also das Reflexionsverhältnis bei Gegenlicht zu senkrechtem Lichteinfall.

Reflexionskörper:

Aufgrund zahlreicher Untersuchungen wurden eine Reihe von r -Körpern für trockene Straßenbeläge standardisiert. (Siehe z.B. Handbuch für Beleuchtung). Eine oft verwendete Klasse sind die Beläge R1, R2, R3, R4; Bild 10.10 zeigt eine Graphik dieser Reflexionskörper. Man erkennt, dass mit zunehmender R-Klasse die Beläge immer weniger streuend reflektieren. Die Reflexionswerte bei flach einfallendem Gegenlicht werden zunehmend größer. Als Beispiel enthält Tabelle 10.3 die Reflexionswerte des R3-Belages, der in Deutschland am häufigsten auftritt. Eine andere Klassifizierung führt zu den sog. C1 und C2 Belägen.

Jede Klasse beschreibt Beläge mit ähnlichen Reflexionseigenschaften. Die Zuordnung realer Beläge zu den R-Klassen kann nach den χ_p - q_0 -Kennzahlen gemäß Tabelle 1 erfolgen.

Tabelle 10.3:

Kennzahlen trockener Straßenbeläge nach dem q_0 - χ_p -Verfahren

| Belag | q_0 | χ_p | Material |
|-------|-----------------|---------------|--------------------------|
| R1 | $0,10 \pm 0,03$ | $< 0,22$ | Beton, rauh |
| R2 | $0,07 \pm 0,02$ | $0,22 - 0,33$ | Gussasphalt, neu |
| R3 | $0,08 \pm 0,02$ | $0,33 - 0,44$ | Asphaltbeton, abgefahren |
| R4 | $0,08 \pm 0,02$ | $0,44 - 0,55$ | Gussasphalt, abgefahren |

Die Eigenschaften von Straßenbelägen sind stark von ihrem Alterungszustand abhängig. Abgefahrne Beläge zeigen eine deutliche gerichtete Komponente von der Beleuchtungsrichtung weg, also im Gegenlicht. Auch nasse Beläge haben eine starke Spiegelkomponente.

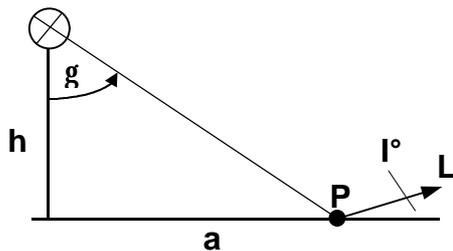
Tabelle 10.4:
r-Kennzahlen des R3-Belages in 10^{-4} (cd/m²)/lx Einheiten.

| beta tan gamma | 0° | 2° | 5° | 10° | 15° | 20° | 25° | 30° | 35° | 40° | 45° | 60° | 75° | 90° | 105° | 120° | 135° | 150° | 165° | 180° | | | | | | | | |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 0 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | 294 | | | | | | | | |
| 0,25 | 326 | 326 | 321 | 321 | 317 | 312 | 308 | 308 | 303 | 298 | 294 | 280 | 271 | 262 | 258 | 253 | 249 | 244 | 240 | 240 | | | | | | | | |
| 0,5 | 344 | 344 | 339 | 339 | 326 | 317 | 308 | 298 | 289 | 276 | 262 | 235 | 217 | 204 | 199 | 199 | 199 | 199 | 194 | 194 | | | | | | | | |
| 0,75 | 357 | 353 | 353 | 339 | 321 | 303 | 285 | 267 | 244 | 222 | 204 | 176 | 158 | 149 | 149 | 149 | 145 | 136 | 136 | 140 | | | | | | | | |
| 1 | 362 | 362 | 352 | 326 | 376 | 249 | 226 | 204 | 181 | 158 | 140 | 118 | 104 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | | | | | | |
| 1,25 | 357 | 357 | 348 | 298 | 244 | 208 | 176 | 154 | 136 | 118 | 104 | 83 | 73 | 70 | 71 | 74 | 77 | 77 | 77 | 78 | | | | | | | | |
| 1,5 | 353 | 348 | 326 | 267 | 217 | 176 | 145 | 117 | 100 | 86 | 78 | 72 | 60 | 57 | 58 | 60 | 60 | 60 | 61 | 62 | | | | | | | | |
| 1,75 | 339 | 335 | 303 | 231 | 172 | 127 | 104 | 89 | 79 | 70 | 62 | 51 | 45 | 44 | 45 | 46 | 45 | 45 | 46 | 47 | | | | | | | | |
| 2 | 326 | 321 | 280 | 190 | 136 | 100 | 82 | 71 | 62 | 54 | 48 | 39 | 34 | 34 | 34 | 35 | 36 | 36 | 37 | 38 | | | | | | | | |
| 2,5 | 289 | 280 | 222 | 127 | 86 | 65 | 54 | 44 | 38 | 34 | 25 | 23 | 22 | 23 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 25 | | | | | | | | |
| 3 | 253 | 235 | 163 | 85 | 53 | 38 | 31 | 25 | 23 | 20 | 18 | 15 | 15 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 | | | | | | | | |
| 3,5 | 217 | 194 | 122 | 60 | 35 | 25 | 22 | 19 | 16 | 15 | 13 | 9,9 | 9,0 | 9,0 | 9,9 | 11 | 11 | 12 | 12 | 13 | | | | | | | | |
| 4 | 190 | 163 | 90 | 43 | 26 | 20 | 16 | 14 | 12 | 9,9 | 9,0 | 7,4 | 7,0 | 7,1 | 7,5 | 8,3 | 8,7 | 9,0 | 9,0 | 9,9 | | | | | | | | |
| 4,5 | 163 | 136 | 73 | 31 | 20 | 15 | 12 | 9,9 | 9,0 | 8,3 | 7,7 | 5,4 | 4,8 | 4,9 | 5,4 | 6,1 | 7,0 | 7,7 | 8,3 | 8,5 | | | | | | | | |
| 5 | 145 | 109 | 60 | 24 | 16 | 12 | 9,0 | 8,2 | 7,7 | 6,8 | 6,1 | 4,3 | 3,2 | 3,3 | 3,7 | 4,3 | 5,2 | 6,5 | 6,9 | 7,1 | | | | | | | | |
| 5,5 | 127 | 94 | 47 | 18 | 14 | 9,9 | 7,7 | 6,9 | 6,1 | 5,7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | 113 | 77 | 36 | 15 | 11 | 9,0 | 8,0 | 6,5 | 5,1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6,5 | 104 | 68 | 30 | 11 | 8,3 | 6,4 | 5,1 | 4,3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 95 | 60 | 24 | 8,5 | 6,5 | 5,2 | 4,3 | 3,4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7,5 | 87 | 53 | 21 | 7,1 | 5,3 | 4,4 | 3,6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 83 | 47 | 17 | 6,1 | 4,4 | 3,6 | 3,1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8,5 | 78 | 42 | 15 | 5,2 | 3,7 | 3,1 | 2,6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 73 | 38 | 12 | 4,3 | 3,2 | 2,4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9,5 | 69 | 34 | 9,9 | 3,8 | 3,5 | 2,2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 65 | 32 | 9,0 | 3,3 | 2,4 | 2,0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,5 | 62 | 29 | 8,0 | 3,0 | 2,1 | 1,9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 59 | 26 | 7,1 | 2,6 | 1,9 | 1,8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11,5 | 56 | 24 | 6,3 | 2,4 | 1,8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 53 | 22 | 5,6 | 2,1 | 1,8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

$$q_0 = 0,07 \text{ cd} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{lx}^{-1}$$

Beispiel 10.5:

Wir betrachten den einfachen Fall, dass sich Beobachter, Fahrbahnelement und Leuchte in einer Ebene befinden, d.h. $\beta = \varphi = 0$. Es gelten folgende Daten:



Lichtpunkthöhe $h = 4,5 \text{ m}$
 Messpunkt Abstand $a = 10 \text{ m}$
 Ausstrahlungswinkel $\gamma = 65,8^\circ$
 Lichtstärke in dieser Richtung $I = 1200 \text{ cd}$

Horizontale Beleuchtungsstärke E im Punkt P : $E = \frac{I}{h^2} \cos^3 g = 4,1 \text{ lx}$

r_3 -Wert für $\beta = 0^\circ$ $\gamma = 65,8^\circ$ aus Tabelle 10.4: $r = 3,1 \cdot 10^{-2} (\text{cd}/\text{m}^2)/\text{lx}$

dazugehöriger q -Wert gemäß $q = r / \cos^3 g$ $q = 0,45 \text{ cd}/\text{m}^2/\text{lx}$

Leuchtdichte im Punkt P zum Beobachter: $L = qE = 1,85 \text{ cd}/\text{m}^2$

Im Beispiel 10.5 wird der Belag in Punkt P unter $\gamma = 65,8^\circ$ mit einer Lichtstärke von 1200 cd beleuchtet. Für den R3 - Belag folgt daraus ein reduzierter Leuchtdichtekoeffizient $r = 0,031 (\text{cd}/\text{m}^2)/\text{lx}$ und ein absoluter Leuchtdichtekoeffizient $q = 0,45 (\text{cd}/\text{m}^2)/\text{lx}$. Das führt zu einer Fahrbahnleuchtdichte von $1,85 \text{ cd}/\text{m}^2$.

Ein q -Wert von $0,45 (\text{cd}/\text{m}^2)/\text{lx}$ enthält einen erheblichen gerichteten Reflexionsteil, da bei rein diffuser Reflexion q maximal $0,318$ betragen kann. Für einen Belag R1 würde der Leuchtdichtekoeffizient und damit auch die Leuchtdichte etwa die Hälfte betragen.

Standardisierung der Berechnungen

Für die Berechnungen der Fahrbahnleuchtdichten wurde ein Bewertungsfeld gemäß Bild 10.12 vereinbart. Es beginnt 60 m vor dem Beobachter mit einem Leuchtenfußpunkt. Die Länge entspricht dem Abstand zweier Leuchten, die Breite der Straßenbreite. Es gilt für die Leuchtdichte L_{ik} der Leuchte i des Fahrbahnelementes k

$$L_{ik} = \frac{l_{ik}(\varphi, \gamma)}{h^2} r_{ik}(\beta, \gamma) \quad (10.38)$$

Für die Leuchtdichte in Punkt k gilt

$$L_k = \sum_{i=1}^m L_{ik} \quad (10.39)$$

wenn m die Anzahl der berücksichtigten Leuchten ist. Es werden die Leuchten berücksichtigt, die im Abstand von $4h$ vor bis $12h$ hinter dem Bewertungsfeld angeordnet sind. Daraus folgt für die mittlere Leuchtdichte des Bewertungsfeldes mit n Rasterpunkten

$$L = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n L_k \quad (10.40)$$

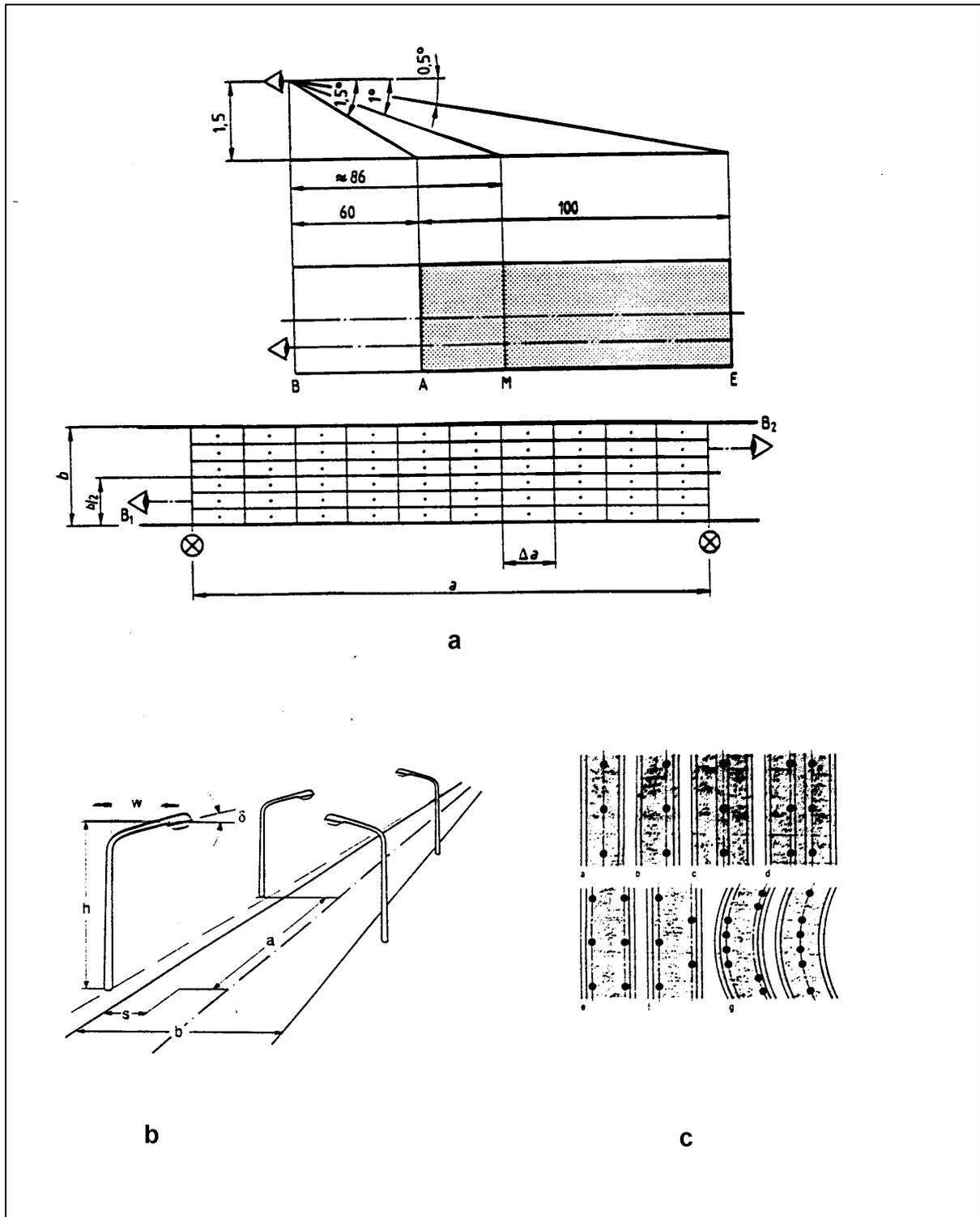


Bild 10.12:

Die Berechnung der Straßenleuchtdichten durch Straßenleuchten wird mit einem standardisierten Bewertungsfeld durchgeführt.

- a) Das Bewertungsfeld (DIN 5044)
- b) Maßgebende Größen der Leuchtenanordnung
- c) Beispiele für praktische Leuchtenanordnungen

11. Anforderungen an die Beleuchtung

Im folgenden werden die lichttechnischen Anforderungen an die Innen- und Außenbeleuchtung sowie an optische Anzeigen zusammengefasst.

11.1 Anforderungen und Gütemerkmale der Innenbeleuchtung

Die Art der Beleuchtung von Innenräumen richtet sich nach der Nutzung des Raumes und der Art der Tätigkeit. Man unterscheidet:

- Arbeitsräume
- Verkaufs- und Ausstellungsräume
- Stimmungsbetonte Räume
- Verkehrszonen
- Wohnräume.

Beleuchtungskonzepte

Insbesondere in Arbeitsräumen, d.h. Büros und Fertigungsstätten unterscheidet man:

- Allgemeinbeleuchtung
- Arbeitsplatzorientierte Beleuchtung
- Allgemeinbeleuchtung in Verbindung mit einer Einzelplatzbeleuchtung.

Bei der Allgemeinbeleuchtung wird der ganze Raum im wesentlichen gleichartig beleuchtet. Das hat folgende Besonderheiten:

- Gleiche Sehbedingungen an allen Plätzen
- Flexible Nutzung aller Raumflächen
- Keine individuelle Einstellbarkeit der Beleuchtung.

Bei der arbeitsplatzorientierten Allgemeinbeleuchtung befinden sich die Leuchten in der Nähe der Arbeitsplätze. Damit kann man in verschiedenen Raumzonen unterschiedliche Anforderungen an die Beleuchtung erfüllen.

Zusätzlich zur Allgemeinbeleuchtung können zur Unterstützung der Sehaufgaben sog. Einzelplatzleuchten in unmittelbarer Nähe des Arbeitsplatzes angeordnet werden. Siehe Bild 11.1. Die Allgemeinbeleuchtung sorgt für eine Grundbeleuchtung. Diese sogenannte "Zweikomponenten-Beleuchtung" hat folgende Besonderheiten:

- Zusätzliche Beleuchtung schwieriger Sehaufgaben
- Anpassung an individuelle Sehbedürfnisse.

Wichtig ist, dass die Einzelplatzleuchte keine Störungen durch Blendung oder Reflexe für Nutzer von anderen Arbeitsplätzen verursacht.

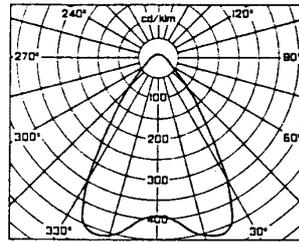
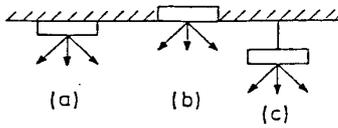
Leuchtenarten

In Bezug auf die Lichtverteilung von Innenraumleuchten unterscheidet man:

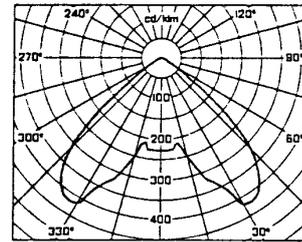
- Direktleuchten
- Indirektleuchten
- Direkt/Indirektleuchten.

Prinzipielle Beispiele zeigt Bild 11.2.

Direktbeleuchtung



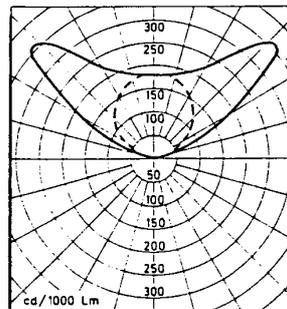
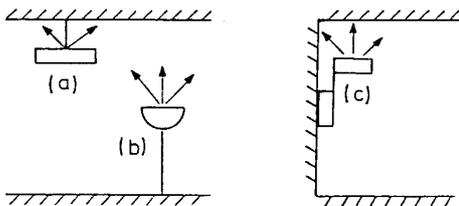
$$\gamma_G = 50^\circ$$



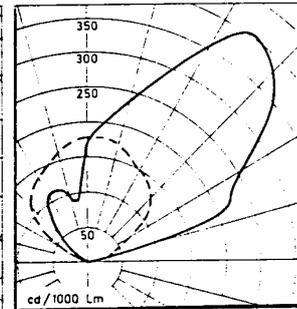
$$\text{batwing} \\ \gamma_G = 60^\circ$$

- a) Decken-Anbau-Leuchten
b) Decken-Einbau-Leuchten
c) Pendel-Leuchten

Indirektbeleuchtung



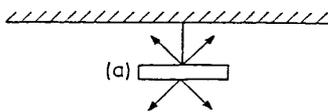
a) b)



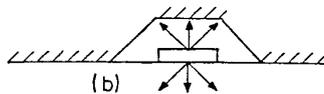
c) asymmetrisch

- a) Pendel-Leuchten
b) Ständer-Leuchten
c) Wand-Leuchten

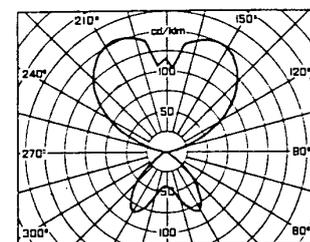
Direkt/Indirektbeleuchtung



a) Pendel-Leuchten



b) Indirekt Kasseten-Leuchte



a)

Bild 11.1:

Beleuchtungsarten und typische Lichtstärkeverteilungen der dazugehörigen Leuchten.

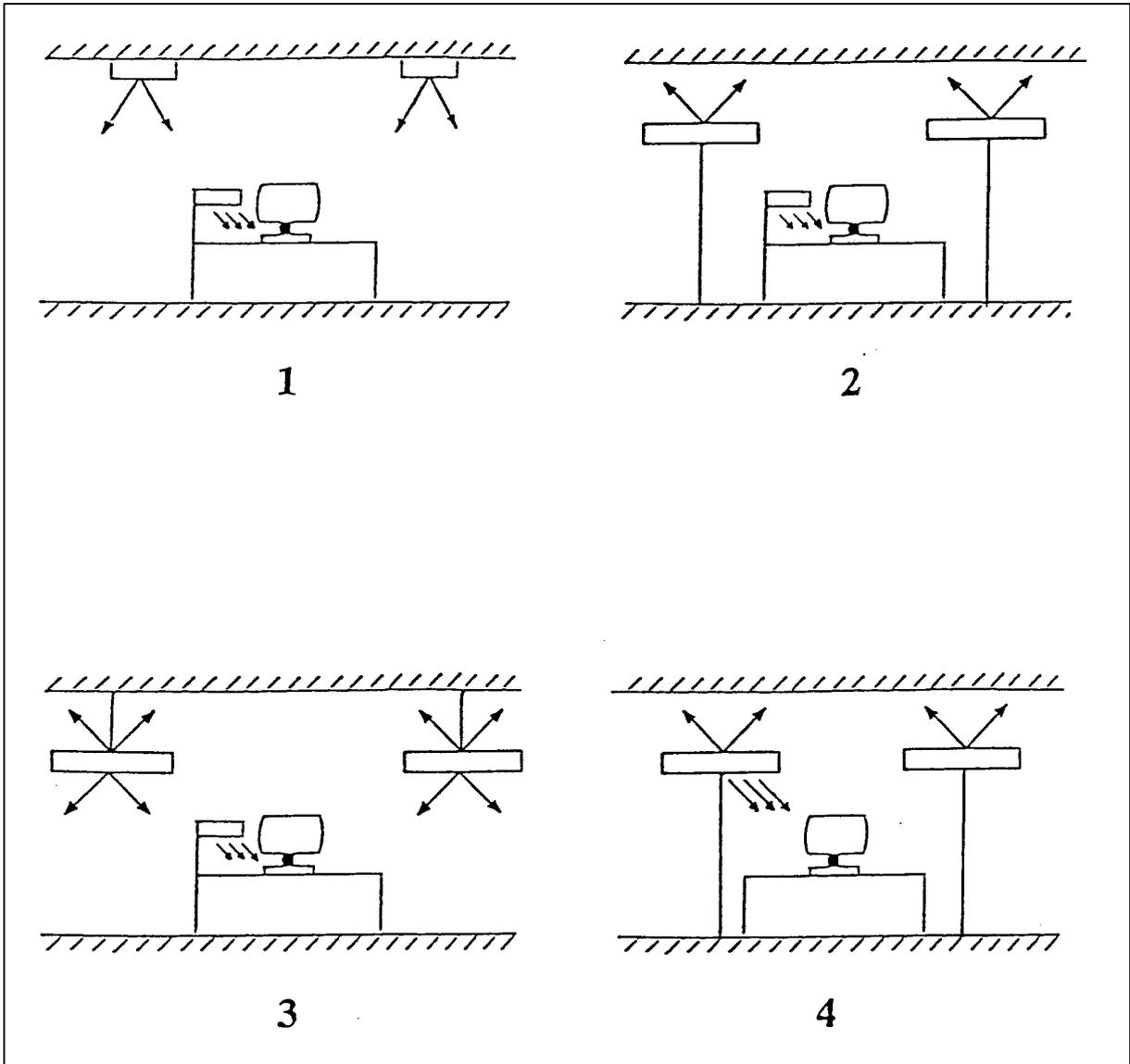


Bild 11.2:

Typische Kombinationen von Allgemein- und Einzelplatzbeleuchtung.

1. Direkte Allgemeinbeleuchtung und Einzelplatzleuchte
2. Arbeitsplatzorientierte Allgemeinbeleuchtung durch Ständerleuchten und Einzelplatzleuchte
3. Direkt/Indirekt-Leuchten zur Allgemeinbeleuchtung und Einzelplatzleuchte
4. Arbeitsplatzorientierte Allgemeinbeleuchtung mit einer Direktkomponente für den Arbeitsplatz

Direktleuchten befinden sich i.a. an der Decke und haben eine nach unten gerichtete Lichtverteilung. Diese Art der Beleuchtung ist am häufigsten anzutreffen. Varianten sind

- Aufbauleuchten
- Einbauleuchten
- Strahlerleuchten.

Indirektleuchten bestrahlen zuerst die Decke. Damit wird im Gegensatz zu den Direktleuchten eine weniger gerichtete Beleuchtung erzeugt. Blendungsprobleme sind i.a. nicht vorhanden.

Direkt-Indirekt-Leuchten kombinieren beide Prinzipien. Ein Teil des Lichtes gelangt zur Decke, die i.a. diffus streuend ausgeführt wird. Der andere Teil fällt direkt zur Nutzfläche.

Die Anforderungen an die Beleuchtung können grundsätzlich mit allen Leuchtenarten erfüllt werden.

Gütemerkmale der Innenbeleuchtung

Die Qualität einer Beleuchtungsanlage wird von einer Vielzahl von ästhetischen, visuellen, biologischen, technischen und wirtschaften Faktoren bestimmt.

Der Stand der Technik in Bezug auf die lichttechnischen Qualitätskriterien bzw. Gütemerkmale ist in der Normenreihe DIN 5035 dargestellt. Im Zuge der europäischen Harmonisierung der Anforderungen an den Arbeits- und Gesundheitsschutz entstehen neue Beleuchtungsanforderungen. Die folgenden Erläuterungen orientieren sich noch an dem bestehenden Stand der DIN 5035.

Danach wird zwischen folgenden Güteigenschaften unterschieden:

- Beleuchtungsniveau
- Leuchtdichteverteilung im Gesichtsfeld
- Begrenzung der Blendung
- Begrenzung von Spiegelreflexen
- Lichtrichtung und Schattenwirkung
- Licht-Farbe und Farbwiedergabe.

Gütemerkmal Beleuchtungsniveau

DIN 5035 Teil 1 enthält generelle Anforderungen an die Beleuchtung. In Teil 2 dieser Norm sind die Anforderungen je nach Sehaufgabe spezifiziert.

Obwohl aus physiologisch-optischer Sicht für Leistung und Helligkeit die Leuchtdichte das maßgebliche Erregungsmaß ist, wird üblicherweise in der Innenbeleuchtung die Beleuchtungsstärke als Maß für das Helligkeitsniveau verwendet.

In den Normen

- DIN 5035 Teil 3 (Beleuchtung von Krankenhäusern)
- DIN 5035 Teil 4 (Beleuchtung von Unterrichtsstätten)
- DIN 5035 Teil 5 (Notbeleuchtung)
- DIN 5035 Teil 7 (Bildschirmarbeitsplätze)
- DIN 5035 Teil 8 (Einzelplatzbeleuchtung)

sind spezielle Anforderungen an besondere Beleuchtungsaufgaben zusammengestellt.

Anforderungen an die Sportstättenbeleuchtung findet man in DIN 67 526.

Generell richtet sich bei dem bestehenden Beleuchtungskonzept das Beleuchtungsniveau nach der Schwierigkeit der Sehaufgabe. Dabei gelten folgende allgemeine Anforderungen:

| | |
|------------------|---|
| Bewertungsgröße: | Nennbeleuchtungsstärke E_n , örtlicher Mittelwert der Arbeitsplatz-Raumzone |
| Einzelwert: | mind. 60 % E_n am ungünstigsten Punkt, (nicht unter 300 lx) |
| Gleichmäßigkeit: | E_{min}/E_n größer 0,67 (1:1,5) |
| Planungswert: | Faktor 1,25 |
| Wartungswert: | Mittelwert: 0,8 E_n |

Künftig wird zwischen Arbeitsbereich und Umgebungsbereich unterschieden, wobei im Umgebungsbereich das Beleuchtungsniveau um eine Stufe geringer sein kann, z.B. 300 lx statt 500 lx im Arbeitsbereich. Künftig werden die Anforderungen an das Beleuchtungsniveau als sog. Wartungswerte festgelegt, die im Laufe der Betriebszeit nicht unterschritten werden dürfen.

Als untere Grenze für Räume mit ständigem Aufenthalt ist in DIN 5035 eine horizontale Beleuchtungsstärke von 200 lx empfohlen. Für den Bürobereich beträgt die Nennbeleuchtungsstärke im Standardfall 500 lx. Für die Operations-Infeldbeleuchtung z.B. werden bis zu 100 000 lx empfohlen. Insgesamt sind die Richtwerte nach DIN 5035 ein Kompromiss zwischen physiologischen und psychologischen Anforderungen einerseits und wirtschaftlichen Anforderungen andererseits.

Gütemerkmal Leuchtdichteverteilung im Gesichtsfeld

Zu geringe und zu hohe Leuchtdichten im Gesichtsfeld sind zu vermeiden. Zwei Extremfälle sind zu unterscheiden

1. Die Schwarzleuchtdichte

Das ist diejenige Leuchtdichte, die empfindungsgemäß gerade als lichtlos schwarz erscheint. Sie beträgt etwa 1/100 der mittleren Umfeldleuchtdichte. Unterhalb dieser Grenze ist keine Kontrastunterscheidung möglich.

2. Die Blendleuchtdichte

Das ist diejenige Leuchtdichte einer Lichtquelle, die gerade ein vereinbartes störendes Blendgefühl erzeugt.

3. Akzeptanzleuchtdichte

Reale Leuchtdichten liegen naturgemäß zwischen diesen Extremzuständen. Generell sind zu gleichmäßige Leuchtdichteverteilungen im Gesichtsfeld zu vermeiden, da sie zu Monotonieerscheinungen führen. Als Faustregel gilt:

- Das Gesichtsfeld soll eine ausgewogene Leuchtdichteverteilung aufweisen
- Zwischen Arbeitsfeld und näherem Umfeld sollen keine erheblichen Leuchtdichteunterschiede vorhanden sein. Anzustreben sind keine größeren Verhältnisse als etwa 3:1 bzw. 1:3
- Zwischen Arbeitsfeld und fernem Umfeld im Gesichtsfeld sollen keine größeren Verhältnisse als 10:1 bzw. 1:10 vorkommen.

Die Begriffe Arbeitsfeld, näheres und ferneres Umfeld sind nicht genau definiert. Auch ist diese Faustregel für mittlere Leuchtdichten größerer Flächen gedacht. Bild 11.3 zeigt eine typische Leuchtdichteverteilung eines Büroraumes.

Gütemerkmal Blendung

Blendung durch zu starke Lichtquellen im Gesichtsfeld wird nach 2 Kriterien bewertet. Erstens nach dem Grad der psychologischen Störwirkung (= Psychologische Blendung) und zweitens nach dem Grad der Sehverschlechterung (= Physiologische Blendung). In der Innenbeleuchtung wird die Psychologische Blendung bewertet, in der Straßenbeleuchtung dagegen die Physiologische Blendung.

Die Psychologische Blendung wird i.a. durch folgende Skala gemessen:

| Blendungsempfindung | keine Blendung | merkbare Blendung | störende Blendung | unerträgliche Blendung |
|---------------------|----------------|-------------------|-------------------|------------------------|
| Blendungsindex G | 0 | 2 | 4 | 6 |

Hinzu kommen die Zwischenstufen 1, 3, 5. Die Blendstufe 1 entspricht der sogenannten BCD-Grenze (Borderline between Comfort and Discomfort). Sie ist der Standardfall der Blendungsbegrenzung.

Bei der Blendungsbewertung gemäß DIN 5035/1 entsprechen den Blendungsklassen folgende Blendwerte:

| | |
|----------|--------------------|
| Klasse A | Blendwert G = 1,15 |
| Klasse 1 | Blendwert G = 1,5 |
| Klasse 2 | Blendwert G = 2,2 |
| Klasse 3 | Blendwert G = 2,55 |

Grenzleuchtdichteverfahren:

Das zur Zeit gültige Verfahren zur Blendungsbegrenzung nach DIN 5035 bewertet den Ausstrahlungsbereich oberhalb 45° bis 85° (gerechnet von der Vertikalen). Aufgrund experimenteller Untersuchungen von mit Leuchtstofflampen-Leuchten beleuchteten Innenraumanlagen dürfen je nach der Güteklasse der Blendbegrenzung und Beleuchtungsniveau bestimmte mittlere Leuchtdichten nicht überschritten werden.

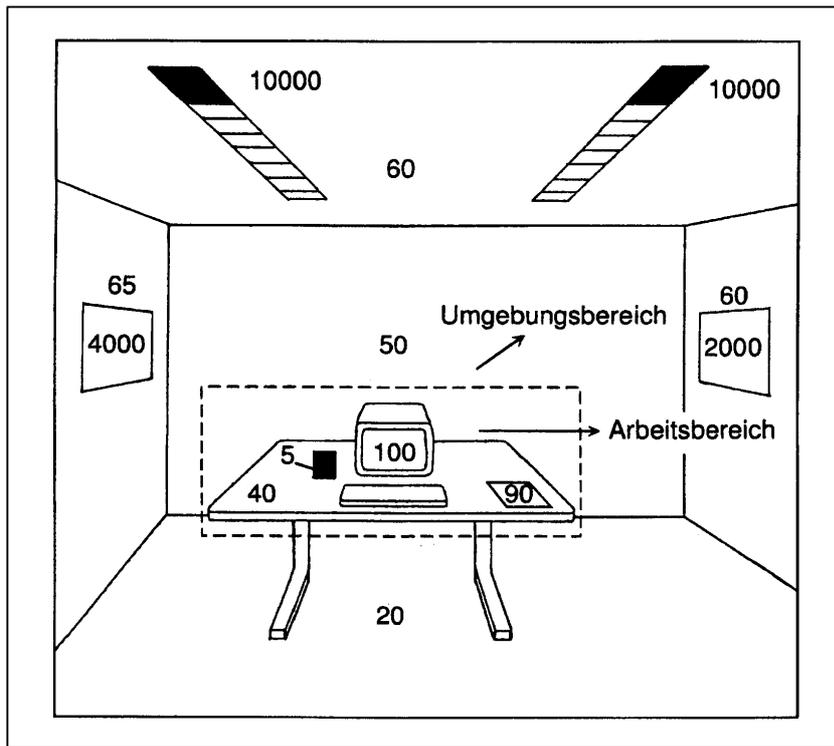


Bild 11.3:
Typische Leuchtdichten (in cd/m^2) aus der Sicht eines Bildschirmarbeitsplatzes.

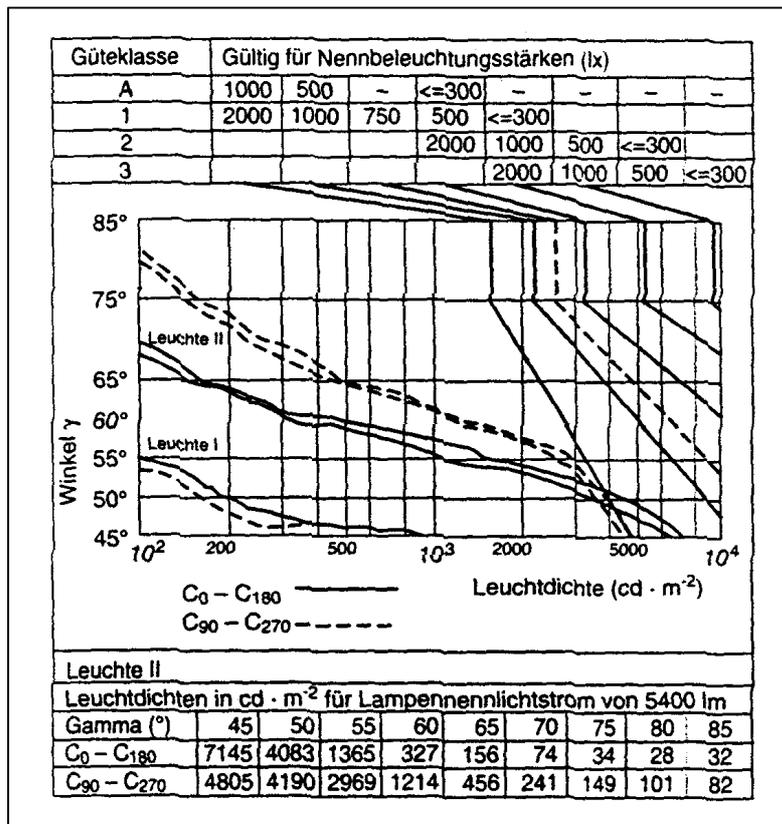


Bild 11.4:
Blendungsdiagramm nach DIN 5035/1. Leuchte I ist bezüglich Blendung völlig unkritisch. Leuchte II ist bei Bewertung nach Güteklasse A bis zu einer Nennbelastungsstärke von 500 lx geeignet. Leuchte I erfüllt strenge Bedingungen bei der Beleuchtung von Bildschirmarbeitsplätzen. Ihre mittlere Leuchtdichte oberhalb des Grenzaustrahlungswinkels γ_G von 50° ist kleiner als $200 \text{ cd}/\text{m}^2$.

Die mittlere Leuchtdichte von Leuchten zum Zwecke der Blendungs- und Reflexbewertung ist als Verhältnis von Lichtstärke zu scheinbarer Lichtaustrittsfläche definiert, d.h.:

$$\bar{L} = \frac{I(\gamma)}{A_p(\gamma)} \quad (11.1)$$

wenn $I(\gamma)$ die Lichtstärke und A_p die scheinbare leuchtende Leuchtenfläche der zu bewertenden Leuchte in der jeweiligen C-Ebene bedeuten. Bild 11.4 zeigt als Beispiel das Blendungsdiagramm zweier Leuchten.

UGR-Verfahren:

Künftig soll die Blendung nach dem sog. UGR-Verfahren bewertet werden. Grundlage dieses Bewertungssystems ist die Berechnung eines Blendungsindex gemäß:

$$UGR = 8 \cdot \log \left(\frac{0,25}{L_b} \sum \frac{L^2 \cdot \omega}{p^2} \right) \quad (11.2)$$

Es bedeuten:

UGR Blendungsindex

L_b die adaptionsbestimmende Umfeldleuchtdichte in cd/m^2

L die mittlere vom Beobachter gesehene Leuchtdichte der Leuchte in cd/m^2

ω der vom Beobachter gesehene Raumwinkel der betrachteten Leuchte in sr

p ein tabellierter Positionsindex im Bereich von 1 bis 17. Er ist umso größer, je peripherer sich die Leuchte im Gesichtsfeld befindet. Bei Blick direkt in die Lichtquelle ist $p=1$.

Eine UGR-Bewertung kann einmal für eine gleichmäßige Anordnung der betrachteten Leuchte nach dem sog. Tabellenverfahren erfolgen. Darüberhinaus ist mit obiger Formel auch eine individuelle Bewertung einer Beleuchtungsanlage möglich.

Die obige Beziehung hat folgende Eigenschaften:

- Der Blendungsindex UGR wächst quadratisch mit der Lichtquellenleuchtdichte, proportional mit dem Raumwinkel der leuchtenden Fläche und umgekehrt proportional zur Adaptionsleuchtdichte
- UGR ist unabhängig vom Beleuchtungsniveau bzw. annähernd auch von der Leuchtenanzahl (wegen ω und $1/L_b$)
- UGR hängt von der Beobachterposition ab.

Zwischen UGR-Wert und Blendungsindex G besteht etwa folgender Zusammenhang:

$$UGR = 4,67 \cdot G + 5,80 \quad (11.3)$$

Zum Beispiel hat eine unter 1° direkt gesehene Lichtquelle von $10\,000\, cd/m^2$, die sich innerhalb eines Umfeldes von $100\, cd/m^2$ befindet, einen UGR-Wert von 30,2 zur Folge. ($\omega = 2,39 \cdot 10^{-4}\, sr$, $L = 10\,000\, cd/m^2$, $L_u = 100\, cd/m^2$, $p = 1$). Dies entspricht einem Blendungsindex G von 5,2 bzw. einer Blendwirkung, die zwischen störend und unerträglich liegt.

Empfohlen werden folgende UGR-Maximalwerte:

- Verkehrsflächen und Flure: 28
- Montagearbeiten je nach Feinheit der Oberflächen: 16-25
- Büros (Schreiben, Lesen): 19

Gütemerkmal Begrenzung von Spiegelreflexen

Spiegelreflexe in der Nähe der Sehaufgaben reduzieren den Sehobjektkontakt und werden subjektiv als störend empfunden. Allgemein gilt für den vom Beobachter gesehene Leuchtdichtekontrast:

$$C = C_0 \frac{1}{1 + \frac{L_Q \rho_r}{E q}} \tag{11.4}$$

Es bedeuten:

- C_0 der Leuchtdichtekontrast des Sehobjektes ohne Spiegelreflexentstehung
- E die Beleuchtungsstärke auf der Sehobjektfläche in lx
- L_Q Gespiegelte Lichtquelle in cd/m^2
- ρ_r der gerichtete Reflexionsgrad des Sehobjektes (Wertebereich 0.....1)
- q der Leuchtdichtekoeffizient der Sehobjektfläche in $cd/(m^2lx)$.

Sehobjektkontraste unterhalb von etwa 3:1 führen zu einer unakzeptablen Reduzierung der Sichtbarkeit der Sehobjekte.

Bei beleuchteten Sehobjekten kommen folgende Maßnahmen zur Begrenzung von Spiegelreflexen kommen in Frage.

1. Vermeiden von glänzenden Materialien (geringe ρ_r -Werte)
2. Lichteinfall von der Seite oder schräg von hinten. Vermeiden von Beobachtungen im Spiegelwinkel.
3. Begrenzung der Leuchten-Leuchtdichte im kritischen Blickwinkelbereich. Das Verhältnis L_Q/E sollte bestimmte Grenzwerte nicht überschreiten. Sie liegen je nach Oberflächenmaterial bei etwa folgenden Werten:

| Material | matt | glänzend |
|----------|------|----------|
| L_Q/E | 15 | 7 |

Bei matten Buchdruckvorlagen und 500 lx horizontaler Beleuchtungsstärke sollte daher die mittlere Leuchtdichte unter etwa 25°, gezählt von der Vertikalen, etwa 7000 cd/m^2 nicht überschreiten.

Eine Bewertung der Beleuchtung im Hinblick auf Reflexkontraste kann auch mit Hilfe des sog. Kontrastwiedergabeverfahren erfolgen. Als Kontrastwiedergabefaktor wurde definiert:

$$CRF = \frac{C}{C_0} \tag{11.5}$$

Dabei ist C der Leuchtdichtekontrast eines definierten Kontrastnormals (bestehend aus einem schwarzen und weißen diffusen Material, das mit einer Glasschicht abgedeckt wird), der in der zu bewertenden Beleuchtungsanlage berechnet oder gemessen wird. C_0 ist der Kontrast des gleichen Reflexionsnormals in einer völlig diffusen Referenzbeleuchtung. Empfohlen werden folgende Werte:

- CRF > 1 : für Räume, in denen oft glänzende Materialien verwendet werden.
 CRF > 0,85 : für Räume, in denen manchmal glänzende Materialien verwendet werden.
 CRF > 0,70 : für Räume, in denen praktisch nur matte Materialien verwendet werden.

Zur Begrenzung von Spiegelreflexen an Bildschirmen werden folgende Maßnahmen empfohlen:

1. Begrenzung der sich im Bildschirm spiegelnden Leuchtdichten von Leuchten und ausgedehnten Raumflächen auf unkritische Werte. Das sind bei gering entspiegelten Bildschirmen 200 cd/m^2 und bei hochwertig entspiegelten Bildschirmen 1000 cd/m^2 .
2. Zweckmäßige Anordnung der Bildschirmarbeitsplätze, z.B. parallel zu Leuchtenbändern oder Fensterfronten. .
3. Begrenzung der Fensterleuchtdichten durch geeignete Vorhänge oder Jalousien.

Gütemerkmal Lichtrichtung und Schattenwirkung

Die Erkennung von Körperformen und der Raumeindruck werden wesentlich von der Lichtrichtung und Schattigkeit bestimmt. Allgemein gilt

1. Bei zu diffuser Beleuchtung wird das körperliche Sehen erschwert.
2. Gerichtetes Licht betont die Körperformen. Zu harte Schatten erzeugen aber zu hohe Kontraste und unangenehm dunkle Zonen. Ausschließliche Beleuchtung aus einer Richtung erschwert die Trennung von Gegenstand und Schatten.

Es ist schwierig, die Lichtrichtungs- und Schattenwirkung quantitativ zu beschreiben. Das Verhältnis von vertikaler zu horizontaler Beleuchtungsstärke sollte in Arbeitsräumen größer als 0.33 sein. Insgesamt scheint eine schräg von der Seite einfallende Hauptlichtrichtung in Bezug auf Reflexbegrenzung und Erkennbarkeit von Objekten die besten Ergebnisse zu bringen.

Gütemerkmal Lichtfarbe und Farbwiedergabe

Lichtfarbe von Lichtquellen:

Die subjektiv bevorzugten Farbtemperaturen von Lichtquellen liegen im Bereich zwischen etwa 2500 und 7500 K. Technische Lichtquellen werden in folgende drei Klassen von Farbtemperaturen (T_n) eingeteilt:

| | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| Lichtfarbe ww (Warm weiss) | $T_n \approx 2500 - 3200 \text{ K}$ |
| Lichtfarbe nw (Neutral weiss) | $T_n \approx 3300 - 5000 \text{ K}$ |
| Lichtfarbe tw (Tageslicht Weiss) | $T_n \approx 5100 - 7500 \text{ K}$ |

Die bevorzugte Lichtfarbe hängt auch vom Beleuchtungsniveau ab. Bei niedrigen Niveaus werden wärmere Lichtfarben, also geringere Farbtemperaturen, bevorzugt, entsprechend bei höheren Niveaus höhere Farbtemperaturen.

Farbwiedergabe von Lichtquellen:

Eine farbgetreue Beleuchtung soll die Farben des Alltags natürlich wiedergeben. Das ist umso mehr der Fall, je näher das Spektrum der Lichtquelle der Temperaturstrahlung oder den Tageslichtphasen gleicht.

Lichtausbeute und Farbwiedergabeindex von Lichtquellen verhalten sich konträr. Hohe Lichtausbeuten gehen auf Kosten guter Farbwiedergabeeigenschaften. Ein quantitatives Maß der Farbwiedergabeeigenschaften von technischen Lichtquellen ist der sog. allgemeine Farbwiederindex R_a , der im Idealfall bei 100 liegt. Zwischen subjektiver Bewertung und Farbwiedergabeindex R_a besteht nach DIN 5035/1 etwa folgender Zusammenhang:

Stufen des allgemeinen Farbwiedergabeindex R_a

| Stufe | subjektive Bewertung | R_a -Bereich |
|--------|----------------------|----------------|
| 1A; 1B | sehr gut | > 90; 80-90 |
| 2A; 2B | gut | 70-80; 60-70 |
| 3 | mäßig | 40 bis 60 |
| 4 | schlecht | 20 bis 40 |

Zur Beleuchtung von Büros sollen Lichtquellen mindestens der Stufe 1 verwendet werden. Für Industriearbeiten kommen je nach Tätigkeit Stufe 3 und 4 in Frage.

Zeitliche Änderungen des Lichtes

Flackern und Flimmern von Lichtquellen wirken unangenehm und sind daher zu vermeiden.

Unter Flackern versteht man zeitlich unregelmäßige Lichtschwankungen im Bereich um 6-10 Hz, z.B. bei defekten Leuchtstofflampen oder Netzspannungsschwankungen.

Flimmern von Lichtquellen ist in der Beleuchtungstechnik i.a. kein auffälliges Problem, da selbst bei konventionellen Vorschaltgeräten der Gasentladungslampen die Lichtfrequenz 100 Hz beträgt und damit oberhalb der Flimmerverschmelzungsfrequenz liegt. Lichtquellen mit elektronischen Vorschaltgeräten werden mit Frequenzen größer als 10 KHz betrieben. Flimmererscheinungen sind dann völlig ausgeschlossen.

Ein besonderes Problem stellen in Werkstätten rotierende Teile durch den stroboskopischen Effekt dar. Abhilfe schafft eine dreiphasige Leuchtenversorgung oder zumindest eine Duo-Schaltung bei Leuchten mit 2 Leuchtstofflampen.

11.2 Anforderungen und Gütemerkmale der Außenbeleuchtung neu in Bearbeitung

11.3 Anforderungen an optische Anzeigen neu in Bearbeitung

Grundlagen der Lichttechnik

ÜBUNG NR. 1

STRAHLUNGSAUSTAUSCH SONNE - ERDE

Gegebene Daten:

| | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| Oberflächentemperatur der Sonne: | $T = 5800 \text{ K}$ |
| Durchmesser der Sonne: | $d_s = 1,4 \cdot 10^9 \text{ m}$ |
| Mittlerer Abstand Sonne - Erde: | $a = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ |
| Durchmesser der Erde: | $d_e = 1,27 \cdot 10^7 \text{ m}$ |

Aufgabenteil A

Zu berechnen sind:

- I. Die Strahldichte der Sonnenoberfläche
- II. Die Strahlstärke der Sonne
- III. Die insgesamt abgestrahlte Strahlungsleistung
- IV. Die auf die Erde einfallende Strahlungsleistung
- V. Die maximale Bestrahlungsstärke auf der Erdoberfläche.

Aufgabenteil B

Zu berechnen sind:

- I. Spektrum und Strahlungsäquivalent der Sonnenoberfläche bei Annahme reiner Temperaturstrahlung
- II. Die Leuchtdichte und Lichtstärke der Sonne
- III. Der abgestrahlte Lichtstrom
- IV. Der auf die Erde eingestrahlt Lichtstrom
- V. Die maximale Beleuchtungsstärke auf der Erdoberfläche.

Grundlagen der Lichttechnik

ÜBUNG NR. 2

LICHTSTROM, LICHTSTÄRKE, LEUCHTDICHTE VON STABFÖRMIGEN LICHTQUELLEN

Aufgabe

Von einer stabförmigen 36W Leuchtstofflampe der Lichtfarbe Universal-Weiß mit einer Länge von 1,2 m und einem Durchmesser von 26 mm wurde eine Leuchtdichte von 8400 cd/m^2 gemessen.

1. Wie groß ist der Lampenlichtstrom bei Annahme einer lambertförmigen Lichtabstrahlung?
2. Wie groß ist die Lichtstärke dieser Lampe
 - a) senkrecht zur Lampenachse
 - b) bei 60° gegen die Haupt-Lichtrichtung
3. Wie groß ist die Lichtausbeute dieser Lichtquelle

Grundlagen der Lichttechnik

ÜBUNG NR. 3

PHOTOMETRISCHES ENTFERNUNGSGESETZ

Aufgabe

Gegeben ist eine homogen leuchtende, kreisförmige Lichtquelle mit einem Durchmesser von 15 cm und einer Leuchtdichte von $10\,000\text{ cd/m}^2$.

Zu berechnen ist die axiale Beleuchtungsstärke im Abstand von 20 cm bei senkrechter Einstrahlung auf das betrachtete Flächenelement:

1. Mit Hilfe des Photometrischen Entfernungsgesetzes
2. Nach einer exakten Methode
3. Ab welchem Abstand kann in diesem Fall das Photometrische Entfernungsgesetz angewendet werden, wenn ein Fehler von 1 % zugelassen wird.

Grundlagen der Lichttechnik

ÜBUNG NR. 4

LEUCHTDICHTE UND LICHTSTÄRKE EINER IDEAL STREUENDEN KUGEL

Der Lichtstrom einer 100W Standard-Allgebrauchs-Glühlampe beträgt nach Katalogangaben 1380 lm. Sie werde in einer Opalglasskugel mit einem Durchmesser von 15 cm betrieben, wobei 20 % des auf sie auffallenden Lichtstroms absorbiert werden. Bestimmen Sie

1. die Lichtstärke
2. die Leuchtdichte

der Opalglasskugel, wenn Lambertstrahlung vorausgesetzt wird.

Bestimmen Sie

3. die Beleuchtungsstärke in einem Abstand von 2 m senkrecht zur Lichteinfallrichtung.

Grundlagen der Lichttechnik

ÜBUNG NR. 6

SICHTBARKEIT VON SEHOBJEKTEN

Aufgabe 1: Sichtweite eines beleuchteten Sehobjektes

Ein Sehobjekt befindet sich bei Tage auf der Fahrbahn einer Straße und soll in bezug auf seine Sichtbarkeit bewertet werden.

Daten und Voraussetzungen:

- Natürliche Tageslichtbeleuchtung durch einen gleichmäßig bedeckten Himmel bei einer Leuchtdichte von $L_H = 5000 \text{ cd/m}^2$.
- Abmessung des senkrecht auf der Fahrbahn stehenden Sehobjekts: $30 \times 30 \text{ cm}^2$.
- Reflexionsgrad des diffus reflektierenden Sehobjekts: $\rho_s = 25 \%$.
- Abstand zwischen Sehobjekt und Beobachter: 100 m .
- Die Fahrbahn wird als diffus reflektierend mit einem Reflexionsgrad $\rho_F = 0,2$ angenommen.
- Eine Lichtabschwächung durch die Atmosphäre wird vernachlässigt.

Zu bestimmen sind:

1. Der Leuchtdichtekontrast des Sehobjektes gegenüber der Fahrbahn
2. Der Schwellenkontrast zur Detektion des Sehobjektes
3. Die Kontrastüberschwelligkeit

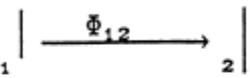
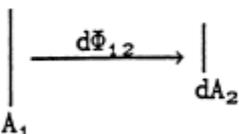
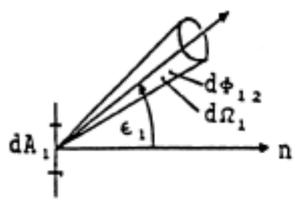
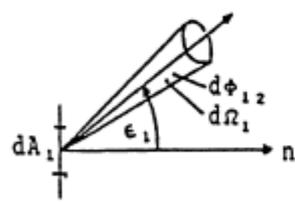
Aufgabe 2: Sichtbarkeit eines Lichtsignals

Die Reichweite eines Scheinwerfers mit einer Lichtstärke von 1000 cd ist für einen dichten Nebel der Normsichtweite von 100 m zu bestimmen.

Tafel I

Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad für das Tagessehen $V(\lambda)$
und für das Nachtsehen $V'(\lambda)$. (Auszug aus DIN 5031 Teil 3)

| Wellenlänge in nm | $V(\lambda)$ | $V'(\lambda)$ | Wellenlänge in nm | $V(\lambda)$ | $V'(\lambda)$ |
|----------------------|-------------------------|------------------------|----------------------|-------------------------|------------------------|
| 380 | $3,90000 \cdot 10^{-5}$ | $5,8900 \cdot 10^{-4}$ | 580 | 0,97000 | 0,1212 |
| 385 | $6,40000 \cdot 10^{-5}$ | $1,1080 \cdot 10^{-3}$ | 585 | 0,81630 | $0,8990 \cdot 10^{-1}$ |
| 390 | $1,20000 \cdot 10^{-4}$ | $2,2090 \cdot 10^{-3}$ | 590 | 0,75700 | $6,5500 \cdot 10^{-2}$ |
| 395 | $2,17000 \cdot 10^{-4}$ | $4,5300 \cdot 10^{-3}$ | 595 | 0,69490 | $4,6900 \cdot 10^{-2}$ |
| 400 | $3,96000 \cdot 10^{-4}$ | $9,2900 \cdot 10^{-3}$ | 600 | 0,63100 | $3,3150 \cdot 10^{-2}$ |
| 405 | $6,40000 \cdot 10^{-4}$ | $1,0520 \cdot 10^{-2}$ | 605 | 0,56680 | $2,3120 \cdot 10^{-2}$ |
| 410 | $1,21000 \cdot 10^{-3}$ | $3,4840 \cdot 10^{-2}$ | 610 | 0,50300 | $1,5930 \cdot 10^{-2}$ |
| 415 | $2,18000 \cdot 10^{-3}$ | $6,0400 \cdot 10^{-2}$ | 615 | 0,44120 | $1,0880 \cdot 10^{-2}$ |
| 420 | $4,00000 \cdot 10^{-3}$ | $9,6600 \cdot 10^{-2}$ | 620 | 0,38100 | $7,3700 \cdot 10^{-3}$ |
| 425 | $7,30000 \cdot 10^{-3}$ | $1,4360 \cdot 10^{-1}$ | 625 | 0,32100 | $4,9700 \cdot 10^{-3}$ |
| 430 | $1,16000 \cdot 10^{-2}$ | $1,9980 \cdot 10^{-1}$ | 630 | 0,26500 | $3,3350 \cdot 10^{-3}$ |
| 435 | $1,68400 \cdot 10^{-2}$ | $2,6250 \cdot 10^{-1}$ | 635 | 0,21700 | $2,2350 \cdot 10^{-3}$ |
| 440 | $2,30000 \cdot 10^{-2}$ | $3,2810 \cdot 10^{-1}$ | 640 | 0,17500 | $1,4970 \cdot 10^{-3}$ |
| 445 | $2,98000 \cdot 10^{-2}$ | $3,9310 \cdot 10^{-1}$ | 645 | 0,13820 | $1,0050 \cdot 10^{-3}$ |
| 450 | $3,80000 \cdot 10^{-2}$ | $4,5500 \cdot 10^{-1}$ | 650 | 0,10700 | $6,7700 \cdot 10^{-4}$ |
| 455 | $4,80000 \cdot 10^{-2}$ | $5,1300 \cdot 10^{-1}$ | 655 | $8,16000 \cdot 10^{-2}$ | $4,5900 \cdot 10^{-4}$ |
| 460 | $6,00000 \cdot 10^{-2}$ | $5,6700 \cdot 10^{-1}$ | 660 | $6,10000 \cdot 10^{-2}$ | $3,1290 \cdot 10^{-4}$ |
| 465 | $7,39000 \cdot 10^{-2}$ | $6,2000 \cdot 10^{-1}$ | 665 | $4,45800 \cdot 10^{-2}$ | $2,1460 \cdot 10^{-4}$ |
| 470 | $9,09800 \cdot 10^{-2}$ | $6,7600 \cdot 10^{-1}$ | 670 | $3,20000 \cdot 10^{-2}$ | $1,4800 \cdot 10^{-4}$ |
| 475 | 0,11260 | 0,7340 | 675 | $2,32000 \cdot 10^{-2}$ | $1,0260 \cdot 10^{-4}$ |
| 480 | 0,13902 | 0,7930 | 680 | $1,70000 \cdot 10^{-2}$ | $7,1500 \cdot 10^{-5}$ |
| 485 | 0,16930 | 0,8510 | 685 | $1,19200 \cdot 10^{-2}$ | $5,0100 \cdot 10^{-5}$ |
| 490 | 0,20802 | 0,9040 | 690 | $8,21000 \cdot 10^{-3}$ | $3,5330 \cdot 10^{-5}$ |
| 495 | 0,25860 | 0,9490 | 695 | $5,72300 \cdot 10^{-3}$ | $2,5010 \cdot 10^{-5}$ |
| 500 | 0,32300 | 0,9820 | 700 | $4,10200 \cdot 10^{-3}$ | $1,7800 \cdot 10^{-5}$ |
| 505 | 0,40730 | 0,9980 | 705 | $2,92900 \cdot 10^{-3}$ | $1,2730 \cdot 10^{-5}$ |
| 510 | 0,50300 | 0,9970 | 710 | $2,09100 \cdot 10^{-3}$ | $9,1400 \cdot 10^{-6}$ |
| 515 | 0,60820 | 0,9750 | 715 | $1,48400 \cdot 10^{-3}$ | $6,6000 \cdot 10^{-6}$ |
| 520 | 0,71000 | 0,9350 | 720 | $1,04700 \cdot 10^{-3}$ | $4,7800 \cdot 10^{-6}$ |
| 525 | 0,79320 | 0,8800 | 725 | $7,40000 \cdot 10^{-4}$ | $3,4820 \cdot 10^{-6}$ |
| 530 | 0,86200 | 0,8110 | 730 | $5,20000 \cdot 10^{-4}$ | $2,5460 \cdot 10^{-6}$ |
| 535 | 0,9148501 | 0,7330 | 735 | $3,61100 \cdot 10^{-4}$ | $1,8700 \cdot 10^{-6}$ |
| 540 | 0,95400 | 0,6500 | 740 | $2,49200 \cdot 10^{-4}$ | $1,3790 \cdot 10^{-6}$ |
| 545 | 0,98030 | 0,5640 | 745 | $1,71900 \cdot 10^{-4}$ | $1,0220 \cdot 10^{-6}$ |
| 550 | 0,9949501 | 0,4810 | 750 | $1,20000 \cdot 10^{-4}$ | $7,6000 \cdot 10^{-7}$ |
| 555 | 1,00000 | 0,4020 | 755 | $8,48000 \cdot 10^{-5}$ | $5,6700 \cdot 10^{-7}$ |
| 560 | 0,99500 | 0,3288 | 760 | $6,00000 \cdot 10^{-5}$ | $4,2500 \cdot 10^{-7}$ |
| 565 | 0,97860 | 0,2639 | 765 | $4,24000 \cdot 10^{-5}$ | $3,1960 \cdot 10^{-7}$ |
| 570 | 0,95200 | 0,2076 | 770 | $3,00000 \cdot 10^{-5}$ | $2,4130 \cdot 10^{-7}$ |
| 575 | 0,91540 | 0,1602 | 775 | $2,12000 \cdot 10^{-5}$ | $1,8290 \cdot 10^{-7}$ |
| | | | 780 | $1,49900 \cdot 10^{-5}$ | $1,3900 \cdot 10^{-7}$ |

| Größe | Definition | Erläuterung |
|---|---|---|
| <p>Lichtstrom Φ</p>  <p>(Strahler) (Empfänger)</p> | $\Phi = K_m \int \Phi_{e\lambda} V(\lambda) d\lambda$ <p><u>Einheit:</u> Lumen, lm</p> $K_m = 683 \text{ lm/W}$ | <p>Lichtstrom ist $V(\lambda)$-getreu bewertete Strahlungsleistung (Strahlungsfluß).</p> |
| <p>Beleuchtungsstärke E</p>  | $E = \frac{d\Phi_{1,2}}{dA_2}$ <p><u>Einheit:</u> $\text{lm} \cdot \text{m}^{-2}$ Lux, lx</p> | <p>Beleuchtungsstärke ist der Quotient des auf ein Flächenelement auffallenden Lichtstroms zur Größe der Fläche. Es spielt dabei keine Rolle, wie die Finstrahlung im einzelnen erfolgt.</p> |
| <p>Leuchtdichte L</p>  | $L = \frac{d^2\Phi_{1,2}}{dA_1 \cos\epsilon_1 d\Omega_1}$ <p><u>Einheit:</u> $\text{lm} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$ cd/m²</p> | <p>Die Leuchtdichte eines Flächenelements in einer bestimmten Richtung ist der Quotient aus dem abgestrahlten Lichtstrom zum Produkt aus scheinbarer Fläche des Flächenelements und durchstrahltem Raumwinkelement.</p> |
| <p>Lichtstärke I</p>  | $I = \frac{d\Phi_{1,2}}{d\Omega_1}$ <p><u>Einheit:</u> lm sr^{-1} candela, cd</p> <p>(cd ist eine SI-Basiseinheit)</p> | <p>Lichtstärke einer Punktlichtquelle in einer bestimmten Richtung ist der Quotient aus dem abgestrahlten Lichtstrom zum dazugehörigen Raumwinkelement.</p> |

Tafel III

Lichttechnische Größen. Tabelle 1: Definition mit Erläuterungen.

| Größe | Definition | Erläuterung |
|---|--|--|
| Lichtstrom Φ (Strahler) (Empfänger) | $\Phi = K_m \int \varphi_{e\lambda} V(\lambda) d\lambda$ Einheit: Lumen, lm $K_m = 683 \text{ lm/W}$ | Lichtstrom ist $V(\lambda)$ -getreu bewertete Strahlungsleistung (Strahlungsfluß). |
| Beleuchtungsstärke E | $E = \frac{d\Phi_{12}}{dA_2}$ Einheit: $\text{lm} \cdot \text{m}^{-2}$, Lux, lx | Beleuchtungsstärke ist der Quotient des auf ein Flächenelement auffallenden Lichtstroms zur Größe der Fläche. Es spielt dabei keine Rolle, wie die Einstrahlung im einzelnen erfolgt. |
| Leuchtdichte L | $L = \frac{d^2\Phi_{12}}{dA_1 \cos\epsilon_1 d\Omega_1}$ Einheit: $\text{lm} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$ cd/m ² | Die Leuchtdichte eines Flächenelements in einer bestimmten Richtung ist der Quotient aus dem abgestrahlten Lichtstrom zum Produkt aus scheinbarer Fläche des Flächenelements und durchstrahltem Raumwinkelelement. |
| Lichtstärke I | $I = \frac{d\Phi_{12}}{d\Omega_1}$ Einheit: lm sr^{-1} Candela, cd (cd ist eine SI-Basis-einheit) | Lichtstärke einer Punktlichtquelle in einer bestimmten Richtung ist der Quotient aus dem abgestrahlten Lichtstrom zum dazugehörigen Raumwinkelelement. |

Lichttechnische Größen. Tabelle 2:

Umrechnungsfaktoren für frühere, heute nicht mehr gültige Leuchtdichte-Einheiten und Beleuchtungsstärke-Einheiten.

| Einheit | $\text{cd} \cdot \text{m}^{-2}$ | asb | sb | mL | $\text{cd} \cdot \text{ft}^{-2}$ | fL | $\text{cd} \cdot \text{in}^{-2}$ |
|--|---------------------------------|------------------|-------------------------------|---------------------|----------------------------------|-------------|----------------------------------|
| 1 $\text{cd} \cdot \text{m}^{-2}$ | = 1 | π | 10^{-4} | $\pi \cdot 10^{-1}$ | $9,29 \cdot 10^{-2}$ | 0,2919 | $6,45 \cdot 10^{-4}$ |
| 1 Apostilb (asb) | = $\frac{1}{\pi}$ | 1 | $\frac{1}{\pi} \cdot 10^{-1}$ | 10^{-1} | $2,957 \cdot 10^{-2}$ | 0,0929 | $2,054 \cdot 10^{-4}$ |
| 1 Stilb (sb) | = 10^4 | $\pi \cdot 10^4$ | 1 | $\pi \cdot 10^3$ | 929 | 2919 | 6,452 |
| 1 millilambert (mL) | = $\frac{1}{\pi} \cdot 10^1$ | 10 | $\frac{1}{\pi} \cdot 10^{-3}$ | 1 | 0,2957 | 0,929 | $2,054 \cdot 10^{-3}$ |
| 1 Candela per square foot ($\text{cd} \cdot \text{ft}^{-2}$) | = 10,764 | 33,82 | $1,076 \cdot 10^{-3}$ | 3,382 | 1 | π | $6,94 \cdot 10^{-3}$ |
| 1 Footlambert (fL) | = 3,426 | 10,764 | $3,426 \cdot 10^{-4}$ | 1,0764 | $\frac{1}{\pi}$ | 1 | $2,211 \cdot 10^{-3}$ |
| 1 Candela per square inch ($\text{cd} \cdot \text{in}^{-2}$) | = 1550 | 4869 | 0,155 | 486,9 | 144 | 452,4 | 1 |