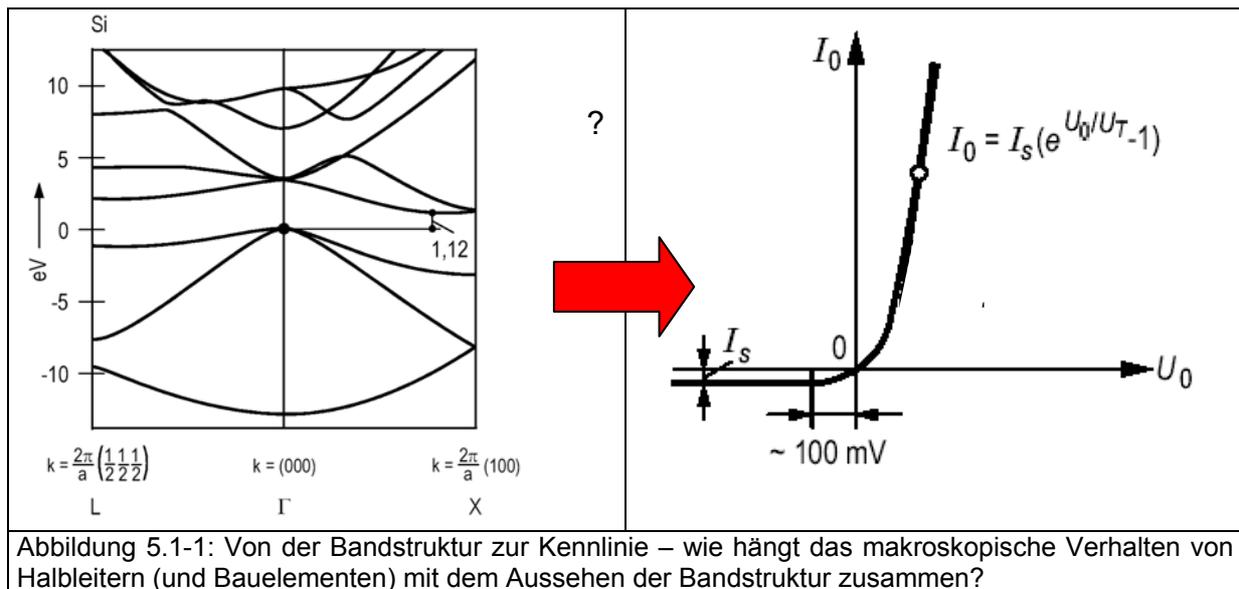


5. Halbleiter

Sie kennen aus der Vorlesung “Elektronische Schaltungen” bereits einige wichtige Halbleiterbauelemente wie die Diode oder den Bipolartransistor. In dieser Vorlesung wurden die Bauelemente durch Strom-Spannungskennlinien oder Ersatzschaltbilder beschrieben. In diese Kennlinien, wie auch in die Simulation der Bauelemente zum Beispiel mit PSPICE®, gehen Parameter zur Beschreibung des Bauteils ein. Wie hängen nun diese Parameter mit der Bandstruktur kristalliner Halbleiter zusammen, die wir im letzten Kapitel hergeleitet haben? Wie kommen wir von den quantenmechanischen Betrachtungen des letzten Kapitels zu makroskopischen Größen, die das Verhalten eines Bauelements beschreiben? Was sagt uns die Form eines Bandes über den Strom aus, der fließt, wenn man an einen Halbleiter eine gewisse Spannung anlegt? Um diese Fragen geht es in diesem Kapitel, in dem gezeigt wird, dass in der Tat aus der Bandstruktur eines Kristalls weit reichende Schlüsse auf sein makroskopisches Verhalten gezogen werden können. Dazu werden wir einige neue Konzepte zur Beschreibung von Elektronen in Halbleitern kennen lernen. Im Vordergrund steht unter diesen das Konzept der effektiven Masse, mit deren Hilfe man die Halbleiterelektronen in einfacher, quasiklassischer Weise behandeln kann.



5.1. Beschleunigung

Als Lösungen der Schrödinger-Gleichung für das Kristall-Potential erhielten wir im letzten Kapitel Blochwellen. Aus diesen Blochwellen können Pakete gebildet werden, die die Elektronen im Kristall beschreiben. Allerdings ist das Rechnen mit solchen Entitäten meistens sehr mühsam. Es wäre also schön, wenn wir mit makroskopischen Größen rechnen könnten und zum Beispiel beim Anlegen eines Feldes an einen Halbleiterkristall die einfache Beziehung

$$j = \sigma E$$

5.1-1

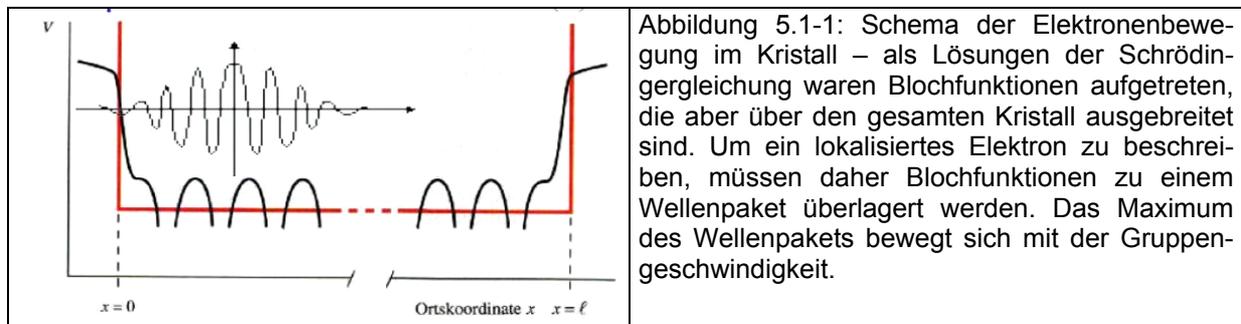
bzw.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad 5.1-2$$

für die Abhängigkeit der Stromdichte von einem angelegten Feld ansetzen könnten. Die Beweglichkeit σ beinhaltet hier die Materialeigenschaften. Unsere bisherige Überlegungen haben auf eine Bandstruktur der erlaubten Zustände im Halbleiterkristall geführt, wie können wir nun dieser Bandstruktur eine makroskopische Größe wie die Leitfähigkeit entlocken?

Dazu erinnern wir uns kurz an die Eigenschaften von Wellenpaketen aus ebenen Wellen (Kapitel 1). Ihnen konnten wir eine Gruppengeschwindigkeit zuordnen, die sich durch folgenden Ausdruck berechnen lässt:

$$v_G = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad 5.1-3$$



Der Zusammenhang für die Gruppengeschwindigkeit behält auch für Blochelektronen seine Gültigkeit (Abbildung 5.1-1). Damit können wir für ein Kristallelektron, das durch ein Wellenpaket aus Blochwellen dargestellt wird, schreiben:

$$v_G = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k} \quad 5.1-4$$

Die Gruppengeschwindigkeit, und damit die Bewegung des Maximums des Wellenpakets, hängen also von der Steigung der Bänder im k-Raum ab. Diese Geschwindigkeit können wir dem Elektron, das durch das Paket aus Blochwellen beschrieben wird, zuweisen. Folgen wir weiter einem klassischen Ansatz, nämlich dass die Veränderung der Energie δW während der Zeit δt bei einer wirkenden Kraft F wie folgt aussieht:

$$\delta W = F v \delta t \quad 5.1-5$$

Aus 5.1-4 erhalten wir:

$$\delta W = \hbar v_G \cdot \delta k \quad 5.1-6$$

und durch einsetzen von 5.1-6 in 5.1-5 schließlich:

$$\hbar \frac{dk}{dt} = F \quad 5.1-7$$

Diese Gleichung drückt aus, wie ein Wellenpaket auf das Wirken einer äußeren Kraft F reagiert. Die Kraft führt zu einer zeitlichen Veränderung des Wellenvektors. Setzt man nun den klassischen Ausdruck für die Beschleunigung an und ersetzt v_G durch die Gleichung 5.1-4, so folgt:

$$a = \frac{dv_g}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W}{\partial k} \right) = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) \frac{dk}{dt} \quad 5.1-8$$

Weiter erhalten wir mit Gleichung 5.1-7

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) F \quad 5.1-9$$

Verglichen mit der klassischen Bewegungsgleichung $a = F/m$ erkennen wir, dass der Term

$$\hbar^2 \left(\left(\frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) \right)^{-1} = m_{eff} \quad 5.1-10$$

die Rolle einer Masse spielt. Deshalb wird er effektive Masse genannt. Die effektive Masse ist folglich umgekehrt proportional zu der Krümmung des Bandes. Ein Blick auf die Bandstruktur zeigt, dass die effektive Masse positiv oder negativ sein kann, außerdem schwankt ihr Betrag erheblich mit dem Wellenvektor und kann weit über oder unter der freien Elektronenmasse liegen. Aus diesen Phänomenen, vor allem dem Auftreten einer negativen Masse, folgt, dass man beim Gebrauch dieser Hilfsgröße sehr vorsichtig sein muss. Trotzdem erleichtert die effektive Masse in vielen Situationen die Rechnungen erheblich.

Somit haben wir eine weitere makroskopische Eigenschaft der Kristallelektronen aus der Bandstruktur abgeleitet. Wir haben uns auf eine Dimension beschränkt, im Realfall ist die effektive Masse je nach Richtung der Kraft und der Bewegungsrichtung des Elektrons im Kristall unterschiedlich, also eine tensorielle Größe.

Mit der Gruppengeschwindigkeit und der effektiven Masse haben wir die in den Blochwellen enthaltenen Informationen über die Kristallelektronen in aus der klassischen Physik bekannte Größen gegossen. Mit diesen können wir in der Folge bequemer rechnen. Den Einfluss des Kristallpotentials haben wir in die effektive Masse gepackt. Damit werden auch Phänomene wie das „Abbremsen“ eines Elektrons durch Anlegen eines Feldes erklärbar. In solchen Fällen erhält das Elektron zwar zusätzliche Energie aus dem Feld, gibt aber gleichzeitig einen noch größeren Energiebetrag durch Wechselwirkung mit dem Kristallpotential ab. Daher muss man stets im Hinterkopf behalten, dass Elektronen im Kristall letztlich nur quantenmechanisch vollständig beschrieben werden können, auch wenn sie sich in manchen Fällen wie klassische Teilchen mit der Geschwindigkeit v_G und der Masse m_{eff} verhalten.

5.1.1. Beispiel: Kosinusförmige Bänder

Die Bandstruktur eines fiktiven Kristalls habe folgende Form (Abbildung 5.1-3: oberes Bild):

$$W(k) = \frac{\Delta W}{2}(1 - \cos(ka)) \quad 5.1-11$$

Der Kristall ist also eindimensional mit der Gitterperiode a . Dann können wir mit der Gleichung 5.1-4 für die Gruppengeschwindigkeit

$$v_G(k) = a \frac{\Delta W}{2} \sin(ka) \quad 5.1-12$$

und mit 5.1-10 für die effektive Masse

$$m_{\text{eff}}(k) = \frac{2}{a^2 \Delta W} \cdot \frac{1}{\cos(ka)} \quad 5.1-13$$

berechnen. Die Ergebnisse sind in den Abbildung 5.1-2: visualisiert.

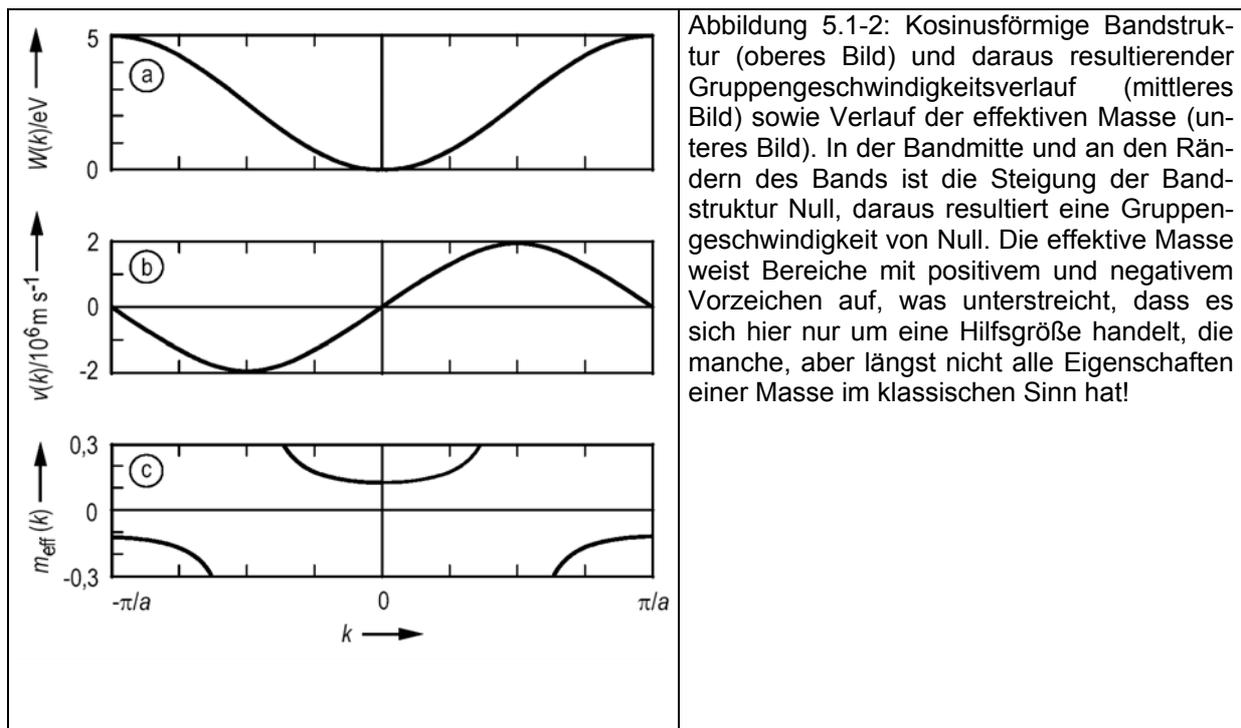


Abbildung 5.1-2: Kosinusförmige Bandstruktur (oberes Bild) und daraus resultierender Gruppengeschwindigkeitsverlauf (mittleres Bild) sowie Verlauf der effektiven Masse (unteres Bild). In der Bandmitte und an den Rändern des Bands ist die Steigung der Bandstruktur Null, daraus resultiert eine Gruppengeschwindigkeit von Null. Die effektive Masse weist Bereiche mit positivem und negativem Vorzeichen auf, was unterstreicht, dass es sich hier nur um eine Hilfsgröße handelt, die manche, aber längst nicht alle Eigenschaften einer Masse im klassischen Sinn hat!

Die Bandstruktur ging aus stationären Lösungen der Schrödingergleichung hervor. Das mittlere Diagramm in Abbildung 5.3-1: zeigt jedoch, dass den meisten Zuständen von Null verschiedene Gruppengeschwindigkeiten (Die Steigung der Bänder ist ungleich Null) zugeordnet werden. Damit bewegt sich ein Elektron in diesem Zustand ohne Einwirken einer Kraft mit konstanter Geschwindigkeit. Gleichzeitig haben wir in unserem idealen Fall keine Störungen außer dem periodischen Gitterpotential, das bereits in den Lösungen enthalten ist. Also verändert sich die Gruppengeschwindigkeit

keit des Elektrons nicht, es kann in einem idealen Kristall ohne Verluste propagieren, die Leitfähigkeit ist unendlich.

Was geschieht nun unter dem Einfluss einer externen Kraft, die zum Beispiel durch eine an einen Halbleiter angelegte Spannung verursacht werden kann? Eine gleichförmige Kraft F verändert nach Gleichung 5.1-7 den Wellenvektor des Elektrons, integrieren ergibt:

$$k(t) = k(0) + \frac{F}{\hbar} t \quad 5.1-14$$

Eine lineare Veränderung des Wellenvektors führt auf eine sinusförmig-oszillierende Gruppengeschwindigkeit (Abbildung 5.1-3: oberes Bild).

$$v_G(t) = a \frac{\Delta W}{2} \sin\left(k(0)a + \frac{F}{\hbar} ta\right) \quad 5.1-15$$

Daraus folgt dann natürlich eine ebenfalls sinusförmige Oszillation des Aufenthaltsorts des Elektrons.

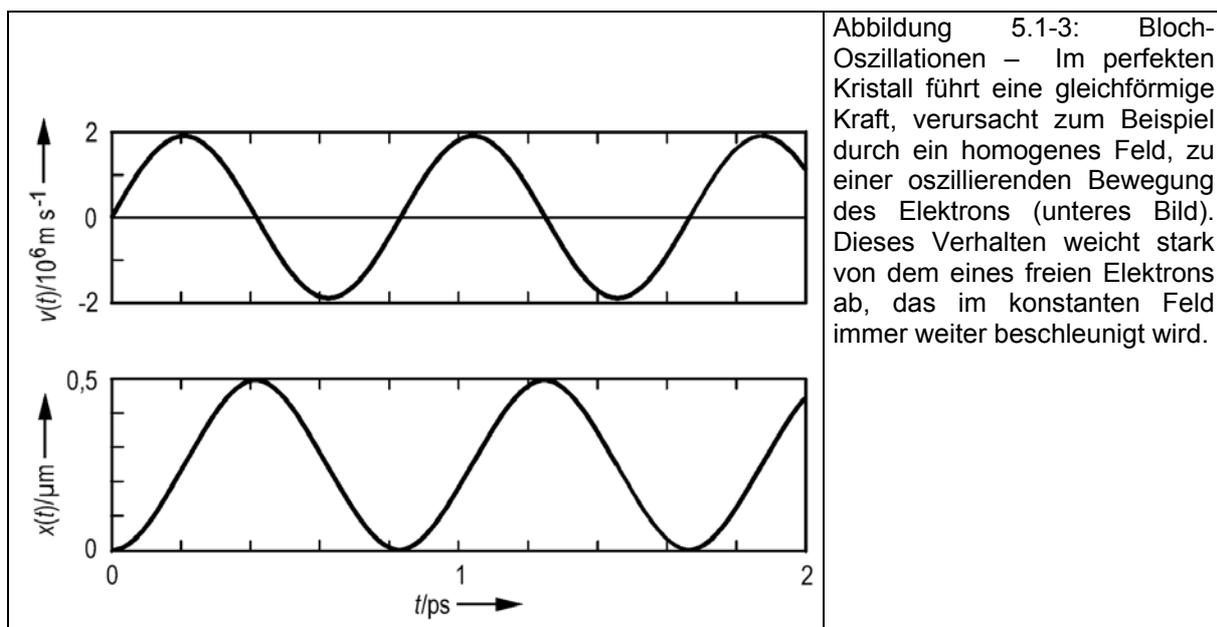


Abbildung 5.1-3: Bloch-Oszillationen – Im perfekten Kristall führt eine gleichförmige Kraft, verursacht zum Beispiel durch ein homogenes Feld, zu einer oszillierenden Bewegung des Elektrons (unteres Bild). Dieses Verhalten weicht stark von dem eines freien Elektrons ab, das im konstanten Feld immer weiter beschleunigt wird.

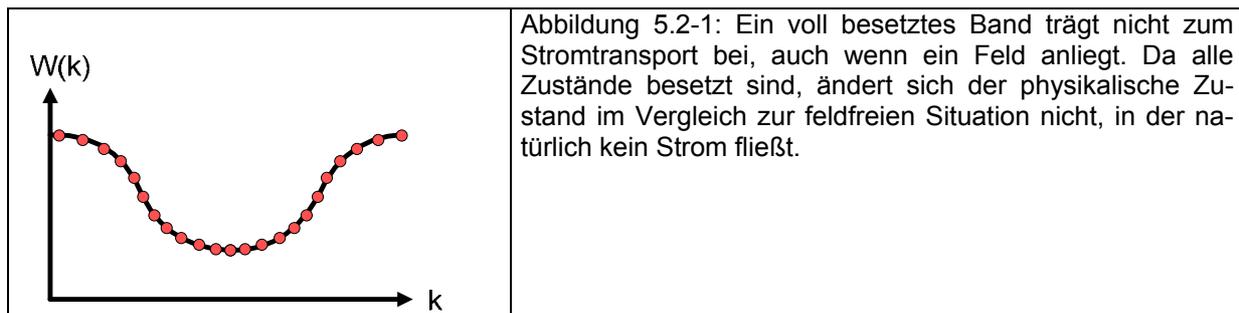
Dieses Phänomen bezeichnet man als Bloch-Oszillationen. Für ein freies Elektron wächst die Geschwindigkeit in einem homogenen Feld linear mit der Zeit (bis relativistische Bereiche erreicht werden). Mit einer kurzen Erinnerung an das letzte Kapitel können wir uns das abweichende Verhalten für Bloch-Elektronen erklären: Sobald sich der Elektronenimpuls einem reziproken Gittervektor nähert, wächst die Wahrscheinlichkeit für eine Bragg-Reflexion in die gegenläufige Richtung. Somit wird in einem perfekten Kristall durch Anlegen einer Gleichspannung ein oszillierender Strom induziert. Wir werden allerdings in Kürze erkennen, dass reale Kristalle fast nie die nötige Qualität haben, um Bloch-Oszillationen zu zeigen. Im Gegenteil, man muss sich sogar sehr anstrengen und einige Tricks verwenden, um diesen Effekt wirklich messen zu können.

5.2. Stromtransport in Bändern

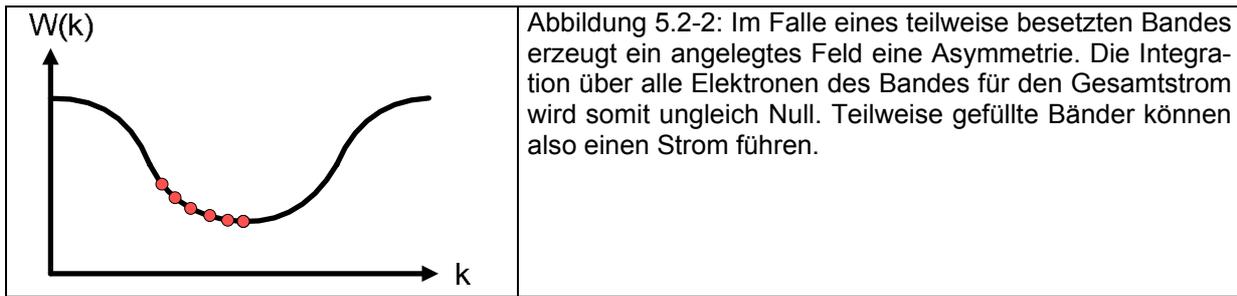
Im Grundzustand des Halbleiters sind alle Zustände des Valenzbands mit Elektronen besetzt (Abbildung 5.2-1). Um zu bestimmen, wie die Elektronen eines Bands zur Stromdichte beitragen, muss man über alle besetzten Zustände des Bandes integrieren:

$$J = \frac{-e}{2\pi} \int_{\substack{k\text{-Zustand} \\ \text{besetzt}}} v(k) dk \quad 5.2-1$$

Wie üblich können wir die Integration auf die erste Brillouinzone beschränken. Aus Abbildung 5.2-1 ist ersichtlich, dass die Verteilung der Elektronen im vollen Band um den Γ -Punkt ($k = 0$) symmetrisch ist. Wie aus Energieerhaltungsgründen notwendig, fließt in einem Halbleiter ohne von außen einwirkende Kraft kein Strom. Wenn nun ein Feld angelegt wird und damit eine externe Kraft wirkt, könnten die Elektronen nach Gleichung 5.1-7 ihre Wellenzahl ändern. Da aber im vollen Band alle Zustände besetzt sind und jeder Zustand von den Elektronen (Fermionen) nur einmal besetzt werden kann, bleibt die Situation die gleiche.



Auch nach Anlegen eines Feldes bleibt die Symmetrie der Elektronenverteilung erhalten, es kann weiterhin kein Strom fließen. Daraus folgt die äußerst wichtige Erkenntnis, dass vollbesetzte Bänder keinen Strom führen können. In Halbleitern sind in guter Näherung immer alle Bänder bis zu einem obersten voll besetzt, dieses letzte Band nennt man Valenzband. Darüber schließen sich leere Bänder an, von denen das unterste Leitungsband heißt. Unter welchen Umständen Zustände besetzt sind lernen wir im nächsten Kapitel, hier soll lediglich festgehalten werden, dass nur das Valenz- beziehungsweise das Leitungsband teilweise gefüllt sein können. Damit folgt aber auch, dass alle vollen Bänder unterhalb des Valenzbands in guter Näherung nicht zum Stromtransport beitragen – die leeren Bänder oberhalb des Leitungsbands natürlich auch nicht.



Die Situation ändert sich, sobald das Band nicht vollständig mit Elektronen besetzt ist. Dann erzeugt das Feld eine Asymmetrie (Abbildung 5.2-2), was zu einem Netto-Stromfluss führt. Zur Bestimmung des effektiven Stroms muss man nach Gleichung 5.2-1 über alle besetzten Bandzustände integrieren.

5.3. Löcher

Mit dem Wissen aus dem letzten Abschnitt kann man Gleichung 5.2-1 modifizieren:

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{-e}{2\pi} \int_{\substack{k\text{-Zustand} \\ \text{besetzt}}} v(k) dk = \frac{-e}{2\pi} \underbrace{\int_{\substack{1. \text{ Brillouin-} \\ \text{zone}}} v(k) dk}_{=0} - \frac{-e}{2\pi} \int_{\substack{k\text{-Zustand} \\ \text{leer}}} v(k) dk & \quad 5.3-1 \\
 &= \frac{+e}{2\pi} \int_{\substack{k\text{-Zustand} \\ \text{leer}}} v(k) dk
 \end{aligned}$$

In der letzten Zeile sieht man, dass dieselbe Stromdichte resultiert, wenn statt über die besetzten Zustände über die leeren Zustände integriert wird und an diesen Stellen eine positive Ladung angenommen wird. Dieser Trick bietet sich besonders dann an, wenn nur wenige Zustände unbesetzt sind, was zum Beispiel im Valenzband meistens der Fall ist. Statt sich mit einer Unzahl Elektronen herumzuschlagen muss man nur noch wenige unbesetzte Stellen in Betracht ziehen. Den Fehlstellen im Band wird eine positive Ladung und eine effektive Masse zugeordnet. In der Folge kann man die Fehlstellen dann wie ein reales Teilchen behandeln, ein derartiges Hilfskonstrukt heißt daher Quasipartikel. Die Quasipartikel der „fehlenden Elektronen“ bezeichnet man als Löcher. Abbildung 5.3-1: verdeutlicht, wie man das Verhalten eines Bandes mit einer Fehlstelle durch die Bewegung eines Loches modellieren kann.

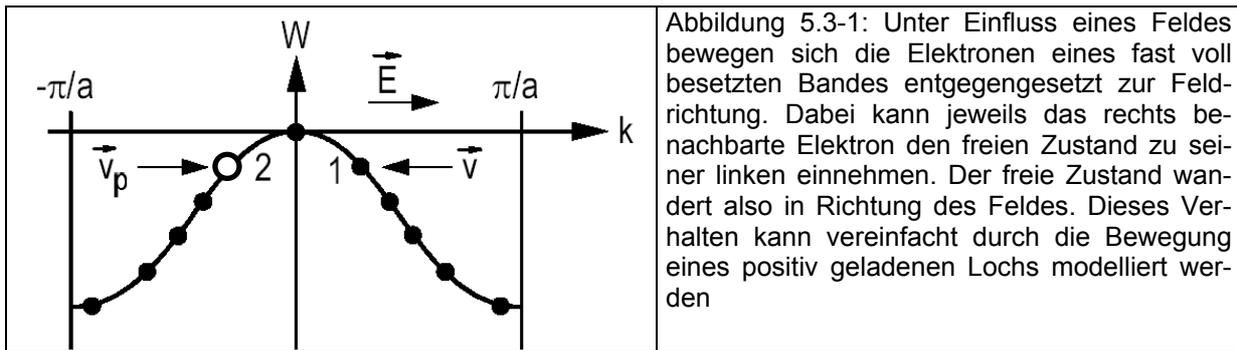


Abbildung 5.3-1: Unter Einfluss eines Feldes bewegen sich die Elektronen eines fast voll besetzten Bandes entgegengesetzt zur Feldrichtung. Dabei kann jeweils das rechts benachbarte Elektron den freien Zustand zu seiner linken einnehmen. Der freie Zustand wandert also in Richtung des Feldes. Dieses Verhalten kann vereinfacht durch die Bewegung eines positiv geladenen Lochs modelliert werden

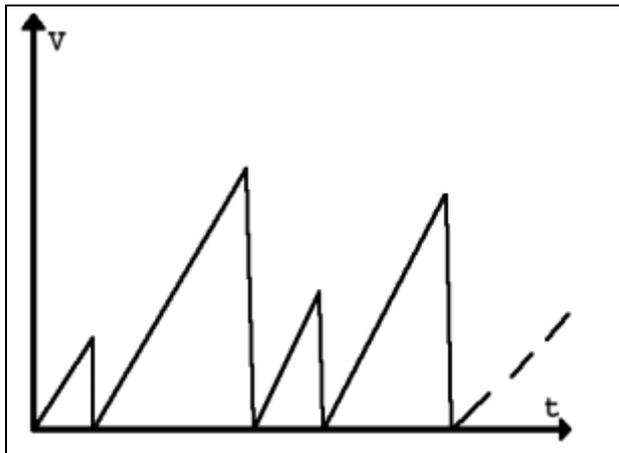


Abbildung 5.3-2: Bewegung der Elektronen im Halbleiter bei angelegtem Feld. Je nach Situation stößt das Elektron nach einiger Zeit mit einem Defekt, einem Phonon oder einem anderen Elektron zusammen. Dabei verliert es seine Energie und wird danach vom Feld neu beschleunigt.

5.3.1. Störungen im Halbleiter

In den letzten Abschnitten haben wir zwei wichtige Folgerungen aus unseren bisherigen Betrachtungen der Elektronen im Halbleiter gezogen:

Blochwellen, die die Elektronen im Kristall repräsentieren, können sich verlustfrei durch den Kristall bewegen. Die Leitfähigkeit im idealen Kristall ist somit unendlich. Beim Anlegen eines Gleichfeldes ergeben sich für kosinusförmige Bänder örtlich oszillierende Bewegungen der Elektronen.

Diese beiden Aussagen vertragen sich jedoch schlecht mit der Tatsache, dass ein Stück Silizium sich im Labor wie ein ohmscher Leiter verhält. Zwar kann die Leitfähigkeit, wie auch in metallischen Kristallen, sehr groß sein, sie bleibt aber unter Raumtemperatur endlich. Was ist die Ursache der Verluste im Kristall? Drude hatte 1911 die Idee, dass die Elektronen im Kristall mit den Gitteratomen zusammenstoßen und so Energie verlieren. In unserem idealen Kristall sind solche Stöße nicht möglich, wir haben schließlich das periodische Potential des Kristalls in die Schrödinger-Gleichung miteinbezogen, die zu den Blochwellen als Lösungen führte. Die Blochwellen können also ungehindert im Gitter propagieren. Irgendein Effekt fehlt demnach noch in unserer Beschreibung. In Realität hat jedes Kristallgitter Fehler. Diese reichen von Verunreinigungen durch Fremdatome über Fehlstellen bis zu Versetzungen. An diesen Defekten werden die Elektronen abgebremst. Des Weiteren waren wir bisher von einem Gitter ausgegangen, in dem die Rumpfatome auf ihrem Gitterplatz fixiert sind. In Realität können sich die Rumpfatome jedoch um ihre

Ruhelage bewegen. Solch Gitterschwingungen bezeichnet man als Phononen. Bei Temperaturen über 0 K schwingen die Rumpfatome zum Beispiel thermisch. Die Konsequenz aus den Gitterschwingungen sind Abweichungen vom perfekt periodischen Gitter, was ebenfalls zu Streuungen führen kann. Zu guter letzt ist auch eine Störung durch Wechselwirkungen der Elektronen untereinander möglich. Die Streuungen sind übrigens der Grund, warum bei Anlegen eines Feldes an einen Halbleiterkristall normalerweise keine Blochoszillationen zu beobachten sind. Innerhalb einer Schwingungsperiode der Blochschwingung liegen zahlreiche Streuereignisse, die die Schwingung stören.

Wir nehmen nun an, dass die Elektronen im realen Kristall im Mittel nach der Zeit τ abrupt abgebremst werden. Danach werden sie wieder für die Zeit τ beschleunigt (Abbildung 5.3-2:). Die Zeit τ hängt von der Art der Streuereignisse ab, mehr dazu im nächsten Abschnitt. Für die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen im homogenen Feld können wir also folgenden Ausdruck ansetzen:

$$\vec{v} = \frac{\vec{F}}{m_{\text{eff}}} \tau = \frac{q\vec{E}\tau}{m_{\text{eff}}} = \frac{-e\vec{E}\tau}{m_{\text{eff}}} \equiv -\mu\vec{E} \quad 5.3-2$$

Hier tritt eine extrem wichtige Größe in der Halbleiterphysik auf, die Leitfähigkeit μ :

$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}} \quad 5.3-3$$

Sie hängt von der durchschnittlichen Zeit zwischen zwei Streuereignissen und der effektiven Masse des Elektrons ab. Hiermit können wir nun auf die Stromdichte schließen:

$$\vec{J} = qn\vec{v} = qn\mu\vec{E} = \sigma\vec{E} \quad 5.3-4$$

Neben der mittleren Geschwindigkeit spielen die Ladung pro Teilchen q (für Elektronen $-e$) und die Dichte der Teilchen n eine Rolle. Dies ist leicht zu erkennen: Je mehr Teilchen im Halbleiter existieren und je schneller sie sich bewegen, desto größer wird der Strom. Wir haben somit das Ziel des Kapitels erreicht und aus der Bandstruktur eine makroskopische Größe wie die Stromdichte hergeleitet. Es sei noch mal erwähnt, dass die Kristalleigenschaften über die effektive Masse und die Lebensdauer in die makroskopische Gleichung eingehen. Beide Größen hängen von dem Wellenvektor der elektronischen Zustände ab.

5.3.2. Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit

Die Werte für die Streuzeiten τ sind nicht einfach zu ermitteln, wir wollen uns daher auf einige qualitative Überlegungen beschränken. Wie bereits erwähnt, spielen Streuungen an Verunreinigungen (Fehlstellen, Versetzungen, Fremdatome...) und an Gitterschwingungen für die meisten Fälle die Hauptrolle unter den Streuprozessen. Für niedrige Temperaturen im Halbleiter dominiert die Streuung an ionisierten Störstellen durch Coulomb-Wechselwirkung. Neben der Dichte der Störstellen N_{st} spielt

vor allem die durchschnittliche Geschwindigkeit der Teilchen eine Rolle. Je schneller sie werden, desto geringer ist die Chance, dass sie gestreut werden. Da die durchschnittliche Geschwindigkeit hauptsächlich durch thermische Bewegung verursacht wird, steigt diese mit der Temperatur. Formelmäßig folgt für die Streuung an Störstellen:

$$\frac{1}{\tau_{St}} \propto N_{St} / T^{3/2} \rightarrow \mu_{St} \propto T^{3/2} \quad 5.3-5$$

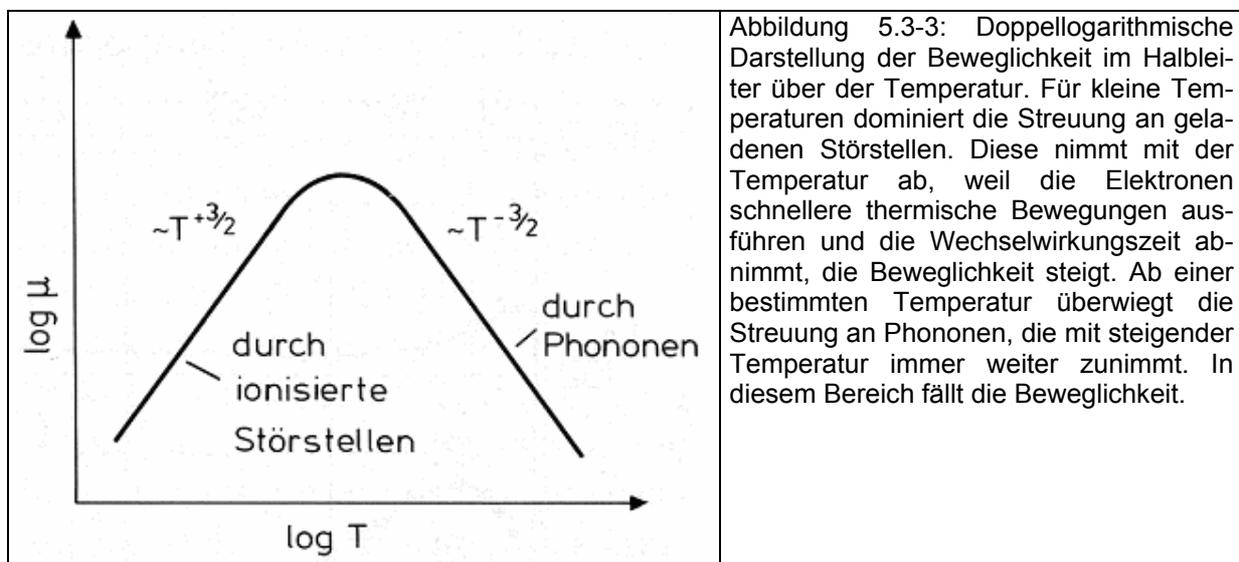
Die Streuung an Phononen steigt dagegen mit der Temperatur, da das Gitter immer heftiger in Bewegung gerät:

$$\frac{1}{\tau_{Ph}} \propto T^{3/2} \rightarrow \mu_{Ph} \propto T^{-3/2} \quad 5.3-6$$

Näherungsweise ermittelt sich die gesamte Streuzeit bei unterschiedlichen Arten der Streuung zu 5.3-7, da wir die einzelnen Prozesse als unabhängig voneinander ansetzen können:

$$\frac{1}{\tau_G} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \dots + \frac{1}{\tau_N} \quad 5.3-7$$

Insgesamt erhalten wir in für die beiden oben betrachteten Streuphänomene doppellogarithmischer Darstellung den in Abbildung 5.3-3 gezeigten Zusammenhang zwischen Temperatur und Elektronenbeweglichkeit.



5.3.3. Beweglichkeit und effektive Masse in realen Halbleitern

Die realen Bandstrukturen von Silizium und Galliumarsenid kennen wir bereits. Von großer Bedeutung ist die Tatsache, dass bei mäßigen Ladungsträgerdichten die E-

Elektronen sehr schnell innerhalb eines Bandes zum Minimum der Energie relaxieren. Diese Intra-Band-Impulsrelaxation läuft normalerweise viel schneller ab als die meisten anderen elektronischen Prozesse im Halbleiter. Daher kann man davon ausgehen, dass sich die Ladungsträger immer in der Nähe des Minimums des Leitungsbandes aufhalten. Da die Elektronen im Valenzband im Gleichgewicht ebenfalls in die niedrigen Energiezustände relaxieren, „steigt“ das Loch auf der anderen Seite an die Oberkante des Valenzbands auf – in analoger Weise zu den Elektronen des Leitungsbandes. Mit diesem Wissen kann man eine Vereinfachung durchführen, die man parabolische Näherung nennt. Wir ersetzen dabei die unter Umständen komplizierte Abhängigkeit der Energie vom Wellenvektor durch eine quadratische (Abbildung 5.3-4). Richtig gut funktioniert die Näherung nur in der Nähe der Extrema der Bänder, deshalb können wir sie nur unter den oben gemachten Voraussetzungen anwenden, dass sich die freien Ladungsträger in Zuständen nahe der Extrema aufhalten. Im letzten Kapitel haben wir bereits gesehen, dass für kleine Wellenvektoren die Dispersionsrelation im Kristall der eines freien Elektrons sehr ähnelt, die auch parabolisch ist.

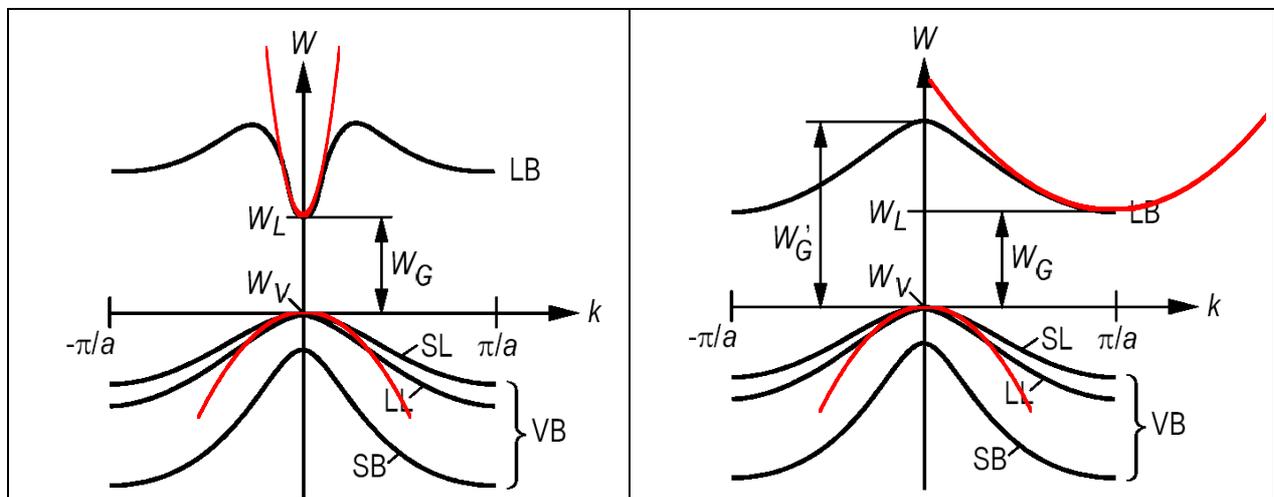


Abbildung 5.3-4: Parabolische Näherung der Bandstruktur – in der Nähe der Extrema der Bänder ist der Fehler bei parabolischer Approximation noch klein. Gleichzeitig erkennt man, dass für große Wellenvektoren die Näherung unbrauchbar ist und außerdem einige Details der Bandstruktur vernachlässigt werden.

Die quadratische Näherung der Bandstruktur bringt den angenehmen Effekt einer konstanten effektiven Masse in dem Bereich der Näherung mit sich, da:

$$\frac{1}{m_{\text{eff}}} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 (a_2 k^2 + a_1 k + a_0)}{\partial k^2} \right) = \frac{1}{\hbar^2} a_2 = \text{konst.} \quad 5.3-8$$

Der konstante Wert für die effektive Masse und damit auch für die Beweglichkeit erleichtert die späteren Rechnungen erheblich. Wir können uns, wie in Abbildung 5.3-6 gezeigt, auf ein stark vereinfachtes Banddiagramm beschränken. Die Eigenschaften der Elektronen sind nicht mehr vom Wellenvektor k abhängig, daher erübrigt sich eine Darstellung im k -Raum. Aus den Abbildung 5.3-5 folgt jedoch, dass auch für konstante effektive Massen die Bandstruktur im k -Raum interessant ist. In dem stark vereinfachten Banddiagramm Abbildung 5.3-6 entfällt zum Beispiel die Unterscheidung zwischen direktem und indirektem Halbleiter. Ob die Extrema des Valenz- oder

Leitungsbands aber übereinander liegen, ist für viele Prozesse entscheidend. Wieder einmal sehen wir, dass man bei Vereinfachungen und Näherungen beachten muss, welche Dinge unter den Tisch fallen.

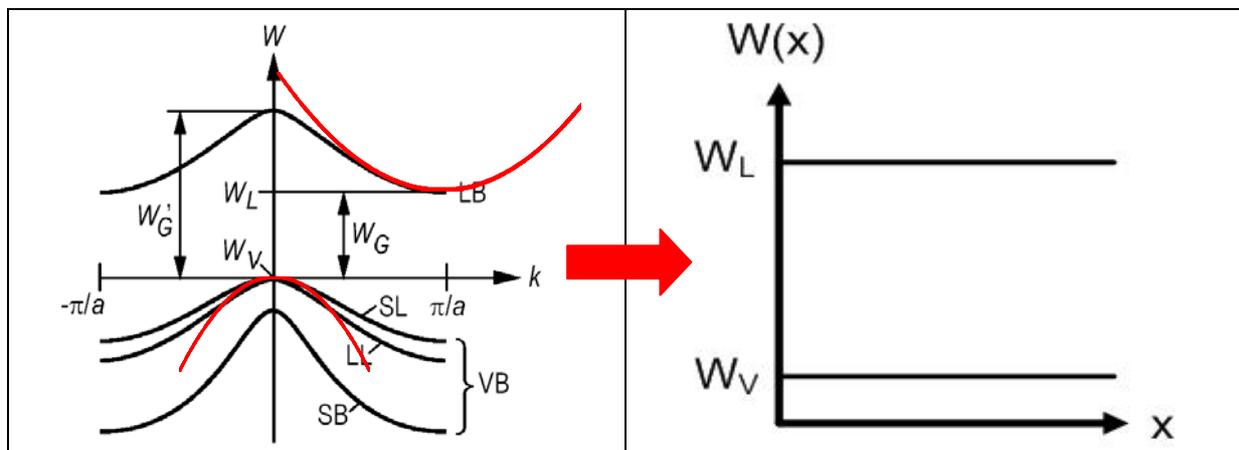


Abbildung 5.3-6: Vereinfachtes Banddiagramm – die konstante effektive Masse in der parabolischen Näherung macht die Elektroneneigenschaften vom Wellenvektor unabhängig. So kann die Darstellung der Bänder in den Ortsraum verlegt werden, die Information über die Wellenzahl spielt keine Rolle mehr.

Im Leitungsbandminimum kann die Beweglichkeit der Ladungsträger über die Krümmung der Bänder ermittelt werden. Der Vergleich zwischen GaAs und Si zeigt, dass ersteres eine stärkere Krümmung des Leitungsbands am Bandminimum und daher eine höhere Elektronenbeweglichkeit aufweist. Aus diesem Grund eignet sich Silizium weniger gut für schnelle Bauelemente als zum Beispiel GaAs. Da die Siliziumtechnologie jedoch erheblich günstigere Bauelemente hervorbringt, versucht man diesen Nachteil durch geschickte Geometrien der Bauteile oder mit Mischsystemen wie Silizium-Germanium (SiGe) auszugleichen.

5.4. Leitfähigkeit zum letzten

In unserem Modell des Halbleiters tragen zwei Komponenten zum Stromfluss bei: Die im Leitungsband befindlichen Elektronen und die im Valenzband befindlichen Löcher. Die Beiträge der beiden Ströme im homogenen Feld überlagern sich. Grundsätzlich stehen ab hier der Index n für elektronenbezogene Größen, der Index p bezeichnet löcherbezogene Größen.

$$\vec{v}_n = -\mu_n \vec{E} \rightarrow \vec{j}_n = en\mu_n \vec{E} \quad 5.4-1$$

$$\vec{v}_p = \mu_p \vec{E} \rightarrow \vec{j}_p = ep\mu_p \vec{E} \quad 5.4-2$$

Wobei n beziehungsweise p für die Dichten der Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband stehen. Elektronen und Löcher bewegen sich zwar in gegensätzliche Richtungen, tragen aber auch gegensätzliche Ladungen, woraus parallele Stromdichten resultieren. Zusammengefasst ergibt sich für den Gesamtstrom:

$$\vec{J} = e p \mu_p \vec{E} + e n \mu_n \vec{E} = e (p \mu_p + n \mu_n) \vec{E} = \sigma \vec{E} \quad 5.4-3$$

Und daraus die Gesamt-Leitfähigkeit

$$\sigma = e (p \mu_p + n \mu_n) \quad 5.4-4$$

Als Strategien zur Erhöhung der Leitfähigkeit kommen also zwei Vorgehensweisen in Frage. Zum einen kann man die Zahl der Ladungsträger erhöhen, Maßnahmen dazu werden wir im übernächsten Kapitel kennen lernen. Die zweite Möglichkeit besteht in der Erhöhung der Beweglichkeit der Ladungsträger. Dazu muss die Streuwahrscheinlichkeit vermindert werden, zum Beispiel durch reinere Halbleiter. Es existieren aber auch Ansätze, durch geschickte Geometrien die Eigenschaften der Halbleiter zu beeinflussen. Das beinhaltet häufig Effekte in dünnen Schichten oder an Grenzflächen, die in unserer Näherung des weit ausgedehnten Kristalls nicht berücksichtigt sind.

5.4.1. Feldabhängigkeit der Beweglichkeit

Für große Feldstärken ist die Parabelnäherung nicht korrekt. Die Geschwindigkeit der Ladungsträger sättigt und kann sogar, wie beim GaAs, zurückgehen. Dieses als Gunn-Effekt bezeichnete Phänomen erklärt sich mit der Tatsache, dass Elektronen bei gewissen Feldstärken mit einiger Wahrscheinlichkeit in ein Nebenminimum des GaAs-Leitungsbands gelangen können (Abbildung 5.4-1). Dort haben sie aber eine größere effektive Masse als im globalen Minimum des Valenzbandes. Damit reagieren sie aber auch träger auf das angelegte Feld, die Driftgeschwindigkeit sinkt.

